

Министерство образования и науки Российской Федерации

Вологодский государственный университет

Машиностроительный техникум

## **ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**

### **СТАТИКА**

**Методическое указания по решению задач**

**для студентов всех форм обучения**

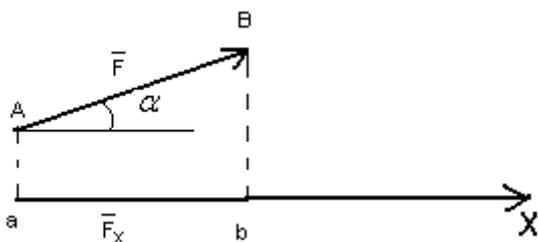
**Вологда**

**2012**

## Теоретические вопросы

### Проекция силы на ось. Частные случаи.

**Проекцией** вектора силы  $\vec{F}$  на ось называется длина направленного отрезка оси, заключенного между двумя перпендикулярами, опущенными из начала и конца вектора  $\vec{F}$ .

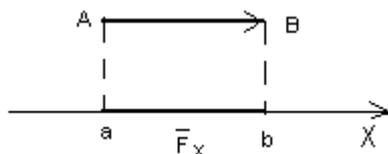


Проекция силы на ось равна:  $F_x = \pm F \cdot \cos \alpha$ .

Проекция вектора считается положительной, если направление вектора совпадает с положительным направлением оси.

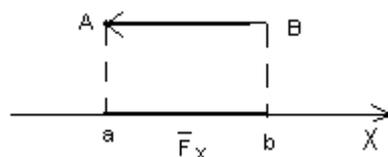
#### Частные случаи:

1 Сила параллельна оси и направлена в сторону положительного направления оси.



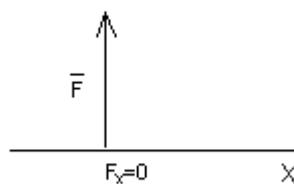
$$F_x = F$$

2 Сила параллельна оси и направлена в сторону противоположную положительному направлению оси.



$$F_x = -F$$

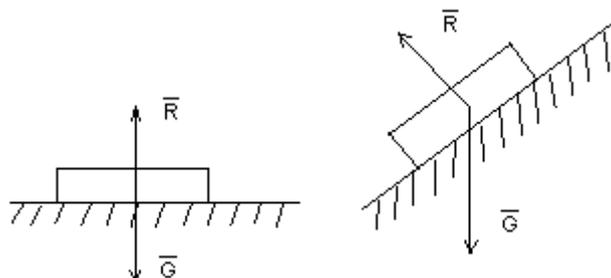
3 Сила перпендикулярна оси.



## Вид связей и их реакции

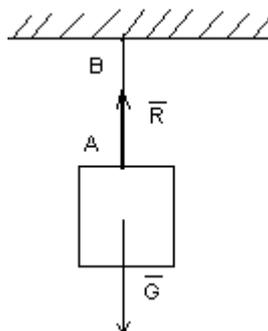
Виды связей:

### 1. Поверхность.



Реакция поверхности всегда перпендикулярна к этой поверхности.

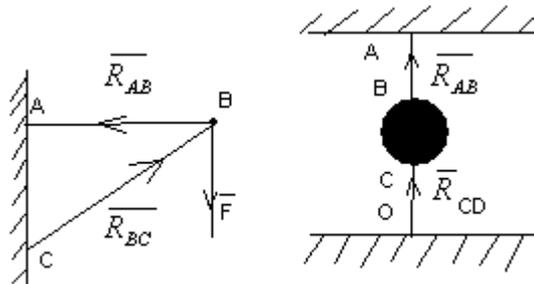
### 2. Гибкая нить.



**Реакция нити направлена по нити и растягивает ее.**

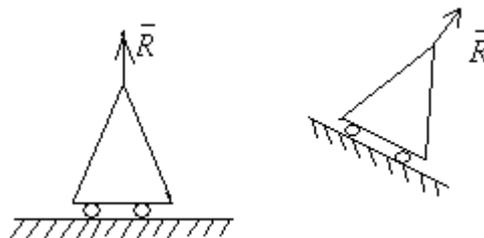
### 3. Стержень.

Реакция стержня направлена вдоль стержня. Если стержень растянут, то его реакция направлена от узла к стержню. Если стержень сжат, то реакция направлена от стержня к узлу.

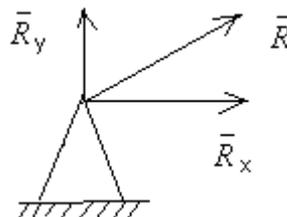


### 4. Шарнирная опора.

Существует шарнирно-подвижная и шарнирно неподвижная опоры. Шарнирно-подвижная опора имеет одну реакцию перпендикулярную поверхности опоры.

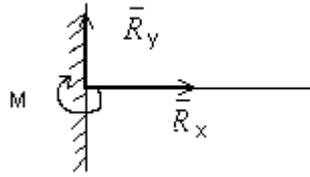


Шарнирно-неподвижная опора имеет две составляющих реакции: перпендикулярную и параллельную поверхности опоры.



## 5. Жесткая заделка.

Имеет три составляющие реакции:



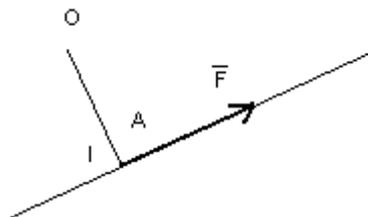
### Определение и единицы измерения силы. Определение линии действия силы.

**Сила**-это мера механического воздействия одного тела на другое. Сила измеряется в Н.

**Линия действия силы**- это прямая , вдоль которой действует сила.



### Момент силы относительно точки. Частный случай.



**Моментом силы относительно точки** называется взятое со знаком плюс или минус произведение модуля этой силы на плечо.

$$M_0 = \pm F \cdot l$$

**Правило знаков:** плюс ставиться, когда сила стремится повернуть плечо по часовой стрелке вокруг точки, минус- против часовой стрелки.

Частный случай: если линия действия силы проходит через точку, то момент этой силы относительно точки равен нулю, т.к. плечо  $l=0$ .

### Сходящиеся силы. Уравнения равновесия.

**Сходящиеся силы**- это силы, линии действия которых пересекаются в одной точке. Для сходящихся сил необходимо и достаточно двух уравнений

$$\text{равновесия: } \begin{cases} \sum F_{nx} = 0 \\ \sum F_{ny} = 0 \end{cases}.$$

### Параллельные силы. Уравнение равновесия.

Линии действия параллельных сил параллельны. Для параллельных сил необходимо и достаточно двух уравнений равновесия:

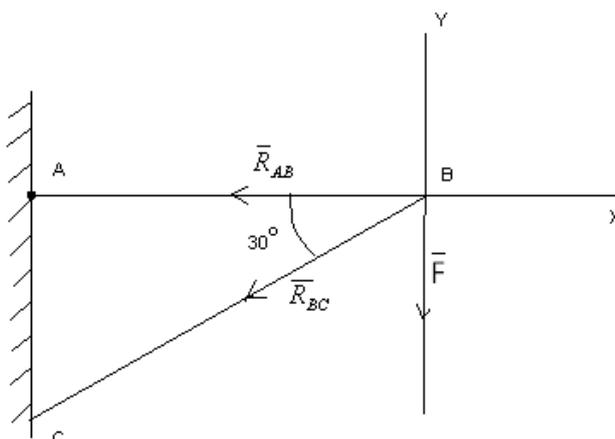
$$\begin{cases} \sum F_{ny} = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \sum F_{nx} = 0 \\ \sum F_{ny} = 0 \end{cases}.$$

### Пример решения задачи на сходящиеся силы.

Дана стержневая система: стержень АВ и ВС, в точке В действует активная сила F, равная 10 кН. Стержни расположены под углом  $\alpha=30^\circ$ .

Требуется определить реакции стержней АВ и ВС.

Дано:  $F=10\text{кН}$ , определить  $R_{AB}$  и  $R_{BC}$ .



Решение: Объект равновесия точка В, приложим к ней активную силу F и реакции стержней  $R_{AB}$  и  $R_{BC}$ . Направление стержней возьмем от узла, т.е. условно примем, что оба стержня растянуты. Проведем через точку В координатные оси X и Y.

Составим и решим уравнение равновесия. Для сходящихся сил их два.

$$\sum F_{nx} = 0 \quad - R_{AB} - R_{BC} \cdot \cos 30^\circ = 0$$

$$\sum F_{ny} = 0 \quad - F - R_{BC} \cdot \cos 60^\circ = 0$$

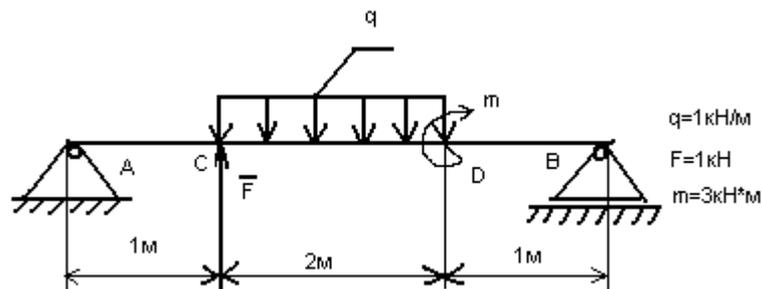
Представляя заданные параметры и решая уравнения, получим:

$R_{AB} = 17.4 \text{ кН}$  - стержень растянут, направление стержня остается без изменения.

$R_{BC} = -20 \text{ кН}$  - стержень сжат, т.е. реакция направлена в противоположную сторону.

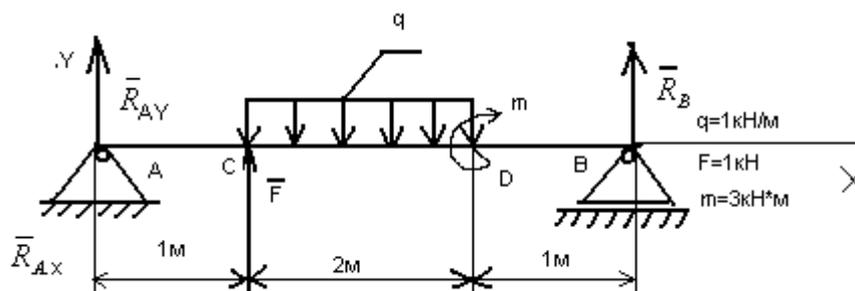
## Примеры решения задач на параллельные силы.

### 1. Определить реакции опор двухопорной балки .



Решение:

В шарнирах А и В возникают реакции  $R_{Ax}$ ,  $R_{Ay}$  и  $R_B$ . Реакция  $R_{Ax} = 0$ , следовательно, полная реакция этой опоры перпендикулярна балке и равна  $R_A$ . Заменяем равномерно-распределенную нагрузку ее равнодействующей  $Q = q \cdot CD = 2 \text{ кН}$ .



Расположив ось координат  $Y$  как показано на рисунке, составим уравнения равновесия:

$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \end{cases} \begin{cases} -F \cdot AC + Q \cdot AK + M - R_B \cdot AB = 0 \\ R_A \cdot AB + F \cdot CB - Q \cdot KB + M = 0 \end{cases}$$

Решая уравнение, получим:

$$R_B = \frac{-F \cdot AC + Q \cdot AK + M}{AB} = \frac{-1 + 4 + 3}{4} = 1,5 \text{ кН}$$

$$R_A = \frac{-F \cdot CB + Q \cdot KB - M}{AB} = \frac{-3 + 4 - 3}{4} = -0,5 \text{ кН.}$$

Так как реакция  $R_A$  получилась со знаком  $\langle\langle - \rangle\rangle$ , то на самом деле она направлена в противоположную сторону.

Проверка: для проверки составим уравнение, которое не использовали ранее для решения:

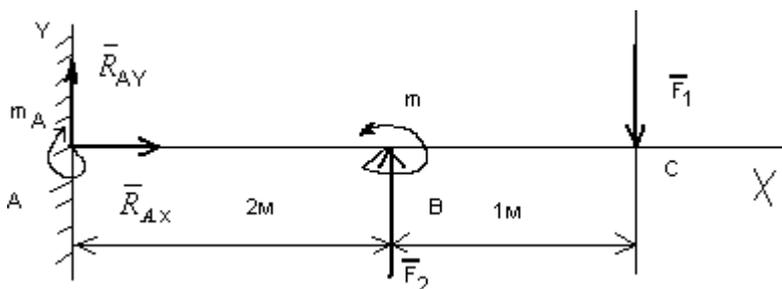
$$\sum F_{ny} = 0; \quad R_A + F - Q + R_B = 0.$$

$$-0,5 + 1 - 2 + 1,5 = 0.$$

Значит задача решена верно.

Ответ:  $R_A = 5 \text{ кН}, R_B = 1,5 \text{ кН}.$

## 2. Определить реакции связей для балки с жесткой заделкой.



$$\begin{aligned} F_1 &= 5 \text{ кН} \\ \text{Дано: } F_2 &= 10 \text{ кН} \\ m &= 7 \text{ кН} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

Решение:

В жесткой заделке возникают реакции  $R_{AY}$ ;  $R_{AX}$  и  $m_A$ .

При параллельных силах  $R_{AX} = 0$ .

Составим и решим два уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} \sum F_{ny} = 0 \quad R_{AY} + F_2 - F_1 &= 0 \\ \sum M_A = 0 \quad m_A - m + F_1 \cdot AC - F_2 \cdot AB &= 0 \end{aligned}$$

Из первого уравнения:

$$\begin{aligned} R_{AY} &= F_1 - F_2 = 5 - 10 = -5 \text{ кН} \\ m_A &= m - F_1 \cdot AC + F_2 \cdot AB = 7 - 5 \cdot 3 + 10 \cdot 2 = 12 \text{ кН} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

Т.к.  $R_A$  получилось со знаком  $\langle\langle - \rangle\rangle$ , то на самом деле она направлена в противоположную сторону.

Проверка:

$$\begin{aligned} \sum M_C = 0 \quad R_{AY} \cdot AC + m_A - m + F_2 \cdot BC &= 0 \\ -5 \cdot 3 + 12 - 7 + 10 \cdot 1 &= 0 \quad -22 + 22 = 0; \end{aligned}$$

Задача решена верно.

Ответ:  $R_{AY} = -5 \text{ кН}$ ;  $m_A = 12 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .