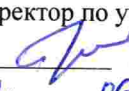


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Вологодский государственный университет»
(ВоГУ)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

 А.Н. Тритенко

« 22 » 06 2016г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Алгебра и теория чисел

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование

Направленность (профили): Математическое образование и информатика

Математическое и физическое образование

Программа академического бакалавриата

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Факультет: прикладной математики, компьютерных технологий и физики

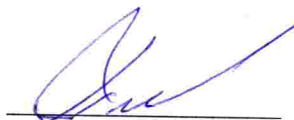
Кафедра: математики и методики преподавания математики

Вологда

2016г.

Составители рабочей программы

Профессор, д.пед.н., профессор



/В.А. Тестов/

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры математики и МПМ
Протокол заседания № 7 от « 26 » 05 2016г.

Заведующий кафедрой

«26» 05 2016г.



/Г.Н. Шилова/

Рабочая программа одобрена методическим советом / комиссией
Факультета прикладной математики, компьютерных технологий и физики.

Протокол заседания № 10 от « 02 » 06 2016г.

Председатель методического совета / комиссии

«02» 06 2016г.

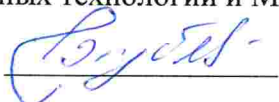


/Е.М. Ганичева/

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий кафедрой информационных технологий и МПИ

«02» 06 2016г.



/О.Б. Голубев/

Заведующий кафедрой физики и МПФ

«02» 06 2016г.



/С.Э. Погожев/

Председатель студенческого комитета

по содействию повышения качества
образования ВоГУ


(подпись)

/ Куртыров С.П. /
(Ф. И. О.)

Представители работодателей и их
объединений (в т.ч. выпускники)

Учредитель математики
Людмила Зя
(должность)


(подпись)

Александров С.А.
(Ф. И. О.)



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Алгебра и теория чисел» являются

Образовательные цели дисциплины:

формирование математического мышления и общей алгебраической культуры, необходимой будущему учителю в процессе преподавания школьного курса математики, а также при построении элективных и факультативных курсов.

Профессиональные цели дисциплины:

формирование систематических знаний в области алгебры и теории чисел, их роли и месте в системе математических наук, приложениях в информатике и естественных науках

Задачи дисциплины:

раскрытие роли алгебры и теории чисел в системе физико-математических наук;
изучение основных понятий, теорем и приложений алгебры и теории чисел;
формирование математической интуиции, опирающейся на теоретические знания, развитие навыков постановки и решения задач алгебры и теории чисел;
привитие практических навыков в использовании методов алгебры и теории чисел для решения прикладных задач;
понимание роли и места алгебры и теории чисел в школьном курсе математики.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Алгебра и теория чисел» относится к обязательным дисциплинам вариативной части

Дисциплина «Алгебра и теория чисел», наряду с дисциплинами «Математический анализ» и «Геометрия», является фундаментом высшего математического образования.

Знания и умения, формируемые в процессе изучения дисциплины «Алгебра и теория чисел», будут использоваться в дальнейшем при освоении дисциплин вариативной части профессионального цикла: «Числовые системы», «Математическая логика», «Дискретная математика», «Информатика» и др. Курс «Алгебра и теория чисел» предназначен для подготовки студентов – будущих учителей математики – к преподаванию математики в средней общеобразовательной и профессиональной школе.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ / ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАЗОВАНИЯ И КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ ПО ЗАВЕРШЕНИИ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины «Алгебра и теория чисел» студент должен:

знать: основные математические структуры; роль и место алгебры и теории чисел в системе наук; основные понятия и теоремы алгебры и теории чисел; основные понятия школьного курса «Алгебра и начала анализа»; основные исторические этапы развития алгебры как науки. (ОК-3, ОПК-1)

уметь: формулировать основные определения и утверждения алгебры и теории чисел; доказывать основные теоремы алгебры и теории чисел; самостоятельно решать классические

задачи алгебры и теории чисел; применять методы алгебры и теории чисел при решении различных практических задач; строить математические модели; решать задачи школьного курса «Алгебра и начала анализа»; ориентироваться в основных концепциях современной алгебры и теории чисел. (ОК-3, ОПК-1)

владеть: методами доказательства математических утверждений; навыками практического использования алгебраических методов при анализе различных задач; навыками работы с математической литературой (ОК-3, ОПК-1)

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 15 ЗЕТ (540 часов), в том числе в семестрах:

Семестр №	Трудоемкость						РГР, курсовая работа, курсовой проект, контрольная работа	Форма промежуточ- ной аттестации
	Всего		Контактная работа		СРС	Экз.		
	ЗЕТ	час.	час		час.	час.		
			Лк.	Пр.				
1	2.5	90	16	16	22	36	КР	экзамен
2	2.5	90	30	30	30		КР	Зачет с оценкой
3	4	144	32	32	26	54	КР	экзамен
4	3	108	34	34	40		КР	Зачет с оценкой
5	3	108	16	16	22	54	КР	экзамен

Распределение результатов обучения и компетенций по семестрам, темам учебной дисциплины с указанием видов учебной деятельности и их содержания, образовательных технологий, последовательности учебных недель, трудоемкости, форм текущего контроля и промежуточных аттестаций представлено в соответствующей таблице.

Контактная работа.

№ темы п/п	Результаты обучения поэтапно	Семестр, тема. Виды учебной деятельности. Краткое содержание	Образовательные технологии	Неделя	Трудоемкость, час	Форма текущего/промежуточного контроля
1	2	3	4	5	6	7
1 семестр						
Тема: Элементы математической логики и теории множеств						
1	Знать и понимать: понятия высказывания, предиката, квантора, операций над высказываниями, свойства этих операций Уметь определять истинность или ложность формул алгебры высказываний Знать понятия операций над множествами, их основные свойства, понятие бинарного отношения Знать понятия отношений эквивалентности и порядка, их свойства	Лекция 1: Высказывания и операции над ними. Формулы алгебры высказываний. Предикаты и кванторы.		1	2	Конспект лекции
		СРС: Изучение материала лекции 1.		1	1	Опрос
		Практическое занятие 1: Высказывания и операции над ними. Формулы алгебры высказываний.		2	2	
		СРС: Решение задач.		2	1	Проверка
		Лекция 2: Множества и операции над ними. Прямое произведение множеств. Бинарные отношения.		3	2	Конспект лекции
		СРС: Изучение материала лекции 2.		3	1	Опрос
		Лекция 3: Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности. Отношения порядка. Функциональные отношения.		4	2	Конспект лекции
		СРС: Изучение материала лекции 3.		4	1	Опрос
		Практическое занятие 2: Доказательство равенств множеств, построение прямого произведения, проверка свойств бинарных отношений		5	2	
		Уметь доказывать равенство множеств, проверять свойства бинарных отношений				

	СРС: Решение задач.		5	1	Проверка
Тема: Комбинаторика, натуральные и целые числа					
Знать правила произведения и суммы, формулы перестановок, размещений и сочетаний, принцип и метод математической индукции Уметь доказывать утверждения методом математической индукции.	Лекция 4: Элементы комбинаторики. Принцип и метод математической индукции.		8	2	Конспект лекции
	СРС: Подготовка к коллоквиуму		8	3	Коллоквиум
	Практическое занятие 3: Применение метода математической индукции к решению задач		9	2	
	СРС: Решение задач.		9	1	Проверка
Знать понятие и свойства делимости, теорему о делении с остатком. Уметь доказывать теорему о делении с остатком	Лекция 5: Делимость целых чисел, теорема о делении с остатком		10	2	Конспект лекции
	СРС: Изучение материала лекции 6.		10	1	Опрос
	Практическое занятие 4: Применение свойств делимости и теоремы о делении с остатком при решении задач		11	2	
	СРС: Решение задач.		11	1	Проверка
Тема: Комплексные числа					
Знать определение поля комплексных чисел и операций	Лекция 6: Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа.		12	2	Конспект лекции
	СРС: Изучение материала лекции 7		12	1	Опрос
Уметь производить действия над комплексными числами в алгебраической форме	Практическое занятие 5: Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Извлечение корня квадратного.		13	2	
	СРС: Решение задач		13	1	Проверка
Знать основные формулы, уметь их	Лекция 7: Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение, деление, возведение в степень комплексных чисел в		14	2	Конспект лекции

доказывать	тригонометрической форме					
	СРС: Изучение материала лекции 8.	14	1			Опрос
Уметь приводить комплексное число к тригонометрической форме, производить действия над комплексными числами в тригонометрической форме	Практическое занятие 6: Приведение комплексного числа к тригонометрической форме, действия над комплексными числами в тригонометрической форме	15	2			
действия над комплексными числами в тригонометрической форме	СРС: Решение задач	15	1			Проверка
Знать формулу для извлечения корня n -й степени из комплексного числа	Лекция 8: Извлечение корня n -й степени из комплексного числа. Первообразные корни.	16	2			Конспект лекции
Уметь извлекать корень n -й степени из комплексного числа, уметь находить первообразные корни.	СРС: Изучение материала лекции 9. Практическое занятие 7: Извлечение корня n -й степени из комплексного числа, нахождение первообразных корней. СРС: Решение задач индивидуальной домашней контрольной работы	16	1			Опрос
Уметь доказывать формулу для извлечения корня n -й степени из комплексного числа	Практическое занятие 8: Контрольная работа	16	2			Проверка
	СРС		2			
	СРС: Подготовка к аттестации		36			зкзамен

2 семестр						
4	Тема: Системы линейных уравнений. Матрицы и определители					
	Знать понятия совместной, определенной и неопределенной систем уравнений, элементарных преобразований и преобразований	Лекция 1: Арифметические векторные пространства. Системы линейных уравнений. Основная и расширенная матрицы. Элементарные преобразования.		1	2	Конспект лекции
		СРС: Изучение материала лекции 1.		1	1	Опрос
		Практическое занятие 1: Элементарные преобразования, исключение переменных		1	2	
	Уметь приводить систему к ступенчатому виду	СРС: Решение задач.		1	1	Проверка
		Лекция 2: Равносильные системы. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.		2	2	Конспект лекции
		СРС: Изучение материала лекции 2.		2	1	Опрос
	Знать понятие равносильных систем, теорему о равносильности двух систем, уметь ее доказывать	Практическое занятие 2: Решение систем уравнений методом Гаусса.		2	2	
		СРС: Решение задач.		2	1	Проверка
		Лекция 3: Матрицы и операции над ними. Практический способ вычисления обратной матрицы. Матричные уравнения		3	2	Конспект лекции
	Уметь производить действия над матрицами, вычислять обратную матрицу	СРС: Изучение материала лекции 3.		3	1	Опрос
		Практическое занятие 3: Операции над матрицами. Вычисление обратной матрицы. Матричные уравнения.		3	2	
		СРС: Решение задач.		3	1	Проверка
	Знать определение определителя n-го порядка	Лекция 4: Определители 2-го, 3-го и n-го порядка. Разложение определителя по строке или столбцу.		4	2	Конспект лекции

и его свойства.	СРС: Изучение материала лекции 4.		4	1	Опрос
Уметь вычислять определители.	Практическое занятие 4: Вычисление определителей.		4	2	
	СРС: Решение задач.		4	1	Проверка,
Знать формулу обратной матрицы, формулу Крамера.	Лекция 5: Вычисление определителей. Формула обратной матрицы. Формула Крамера..		5	2	Конспект лекции
	СРС: Изучение материала лекции 5.		5	1	Опрос
Уметь решать системы линейных уравнений по правилу Крамера .	Практическое занятие 5: Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера		5	2	
	СРС: Решение задач.		5	1	Проверка
Знать формулы для вычисления определителя произведения матриц и определителя Вандермонда	Лекция 6. Определитель произведения матриц. Определитель Вандермонда.		6	2	Конспект лекции
	СРС: Изучение материала лекции 6. Подготовка к контрольной работе.		6	1	Опрос
Уметь применять теорию определителей к решению задач	Практическое занятие 6: Контрольная работа		6	2	Проверка
	СРС: Решение задач.		6	1	Проверка
Тема: Векторные пространства					
Знать определение векторного пространства и его свойства.	Лекция 7: Векторные пространства и их свойства. Подпространства. Эквивалентные системы векторов.		7	2	Конспект лекции
	СРС: Изучение материала лекции 7.		7	1	Опрос
Уметь применять критерий подпространства	Практическое занятие 7: Векторные пространства и подпространства		7	2	
	СРС: Решение задачи		7	1	Проверка
Знать определения базиса и ранга конечной системы	Лекция 8: Базис и ранг конечной системы векторов		8	2	Конспект лекции

векторов. Уметь доказывать основную теорему Уметь находить базис и ранг системы векторов	СРС: Изучение материала лекции 8, подготовка к коллоквиуму		8	1	Опрос
	Практическое занятие 8: Нахождение базиса и ранга конечной системы векторов		8	2	Проверка
	СРС: Решение задач		8	1	Проверка
	Лекция 9. Столбцовый и строчечный ранги матрицы		9	2	Конспект лекции
	СРС: Изучение материала лекции 8.		9	1	Опрос
	Практическое занятие 9: Вычисление ранга матрицы, применение к решению задач		9	2	
	СРС: Решение задач.		9	1	Проверка
	Лекция 10: Конечномерные векторные пространства. Критерий совместности системы линейных уравнений.		10	2	Конспект лекции
	СРС: Изучение материала лекции 10.		10	1	Опрос
	Знать понятия конечномерного векторного пространства, его базиса и размерности. Владеть доказательством критерия совместности системы.				
Уметь находить базис и размерность, применять критерий совместности Знать понятие фундаментальной системы решений, уметь доказывать теорему о числе векторов в фундам. системе решений. Уметь находить	Практическое занятие 10: Нахождение базиса и размерности пространства, применение критерия совместности частям		10	2	
	СРС: Решение задач.		10	1	Проверка
	Лекция 11: Пространство решений однородной системы уравнений. Фундаментальная система решений		11	2	Конспект лекции
	СРС: Изучение материала лекции 11.		11	1	Опрос
	Практическое занятие 11: Нахождение фундаментальной системы решений		11	2	

фундаментальную систему решений	СРС: Решение задач. Подготовка к контрольной работе						11	1	Проверка	
	Знать понятия линейного многообразия и изоморфизма векторных пространств	Лекция 12: Линейное многообразие. Изоморфизм векторных пространств.						12	2	Конспект лекции
		СРС: Изучение материала лекции 12.						12	1	Опрос
	Уметь строить линейное многообразие	Практическое занятие 12: Контрольная работа						12	2	Проверка
		СРС: Решение задач.						12	1	Проверка
		Лекция 13: Евклидовы векторные пространства. Неравенство Коши-Буняковского						13	2	Конспект лекции
	Знать понятия евклидова пространства, нормы вектора. Уметь доказывать неравенство Коши-Буняковского	СРС: Изучение материала лекции 13						13	1	Опрос
		Практическое занятие 13: Норма (длина вектора), угол между векторами.						13	2	
	Уметь находить длину вектора и угол между векторами	СРС: Решение задач.						13	1	Проверка
		Лекция 14: Ортогональные системы векторов. Процесс ортогонализации .						14	2	Конспект лекции
Знать свойства ортогональной системы векторов. Уметь доказывать теорему о существовании ортонормированного базиса	СРС: Изучение материала лекции 14						14	1	Опрос	
	Практическое занятие 14: Ортогональные системы векторов.						14	2		
	СРС: Решение задач.						14	1	Проверка	

Знать понятие изоморфизма евклидовых пространств. Иметь представление о пространствах с другой метрикой	Лекция 15: Изоморфизм евклидовых пространств. Векторные пространства с неевклидовой метрикой.	15	2	Конспект лекции
	СРС: Изучение материала лекции 15.	15	1	Опрос
	Практическое занятие 15: Решение задач по всем темам. Подготовка к выполнению индивидуального задания	15	2	
	СРС: Выполнение индивидуального домашнего задания	15	1	Проверка

3 семестр

6

Тема: Линейные операторы				
Знать определение линейного оператора, его свойства, алгоритм нахождения его матрицы	Лекция 1: Линейные операторы и его простейшие свойства. Матрица линейного оператора.	1	2	Конспект лекции
	СРС: Изучение материала лекции 1.	1	1	Опрос
Уметь проверять условия из определения линейного оператора, находить его матрицу	Практическое занятие 1: Линейный оператор и его матрица.	1	2	
	СРС: Решение задач.	1	1	Проверка
Знать определения ядра, образа, дефекта и ранга линейного оператора	Лекция 2. Ядро и образ линейного оператора. Невырожденные линейные операторы.	2	2	Конспект лекции
	СРС: Изучение материала лекции 2.	2	1	Опрос
Уметь находить ядро, образ, дефект и ранг линейного оператора	Практическое занятие 2: Линейный оператор и его матрица.	2	2	
	СРС: Решение задач.	2	1	Проверка
Знать понятия характеристического	Лекция 3. Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения	3	2	Конспект лекции

многочлена, собственного вектора и собственного значения	линейного оператора.				
	СРС: Изучение материала лекции 3.	3	1		Опрос
Уметь вычислять характеристический многочлен и находить его корни	Практическое занятие 3: Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы СРС: Решение задач.	3	2		
Знать свойства собственных векторов	Лекция 4. Свойства собственных векторов. Линейные операторы с простым спектром СРС: Изучение материала лекции 4.	3	1		Проверка
Уметь приводить матрицу оператора к диагональному виду	Практическое занятие 4: Подготовка к выполнению индивидуального задания. СРС: Домашнее индивидуальное задание по линейным операторам	4	2		Конспект лекции
		4	1		Опрос
		4			
		4	1		Проверка

Тема: Элементы теории групп

Знать свойства бинарных операций	Лекция 5. Алгебраические операции. Бинарные операции и их свойства. Подстановки. СРС: Изучение материала лекции	5	2		Конспект лекции
Уметь проверять свойства бинарных операций, умножать подстановки .	Практическое занятие 5: Свойства бинарных операций. Умножение подстановок. СРС: Решение задач.	5	0,5		Опрос
Знать определение группы, ее простейшие свойства, примеры групп, понятие изоморфизма.	Лекция 6. Группы и их простейшие свойства. Примеры групп. Изоморфизм групп. СРС: Изучение материала лекции 2	5	2		Проверка
Уметь иллюстрировать понятие группы и ее свойств на различных примерах	Практическое занятие 6: Группы и их свойства. Симметрическая группа. Группа корней n -й степени из единицы. Группа симметрией ромба.	6	2		Конспект лекции
		6	0,5		Опрос
		6			

		СРС: Решение задач.			6	2	Проверка
	Знать понятия подгруппы и смежного класса. Уметь доказывать теорему Лагранжа	Лекция 7: Подгруппы. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа. СРС: Изучение материала лекции 7			7	2	Конспект лекции
	Уметь пользоваться критерием подгруппы, находить смежные классы	Практическое занятие 7: Критерий подгруппы. Смежные классы по подгруппе СРС: Решение задач.			7	0,5	Опрос
	Знать понятие порядка элемента группы, его свойства. Уметь доказывать теоремы о циклических группах	Лекция 8: Порядок элемента группы. Циклические группы СРС: Изучение материала лекции 8.			7	1	Проверка
	Уметь находить порядок элемента группы, циклическую подгруппу, порожденную данным элементом.	Практическое занятие 8: Порядок элемента группы. Циклические группы СРС: Решение задач.			8	2	Конспект лекции
	Знать определение и критерий нормальности подгруппы	Лекция 9: Нормальные подгруппы. Факторгруппа СРС: Изучение материала лекции 1.			8	0,5	Опрос
	Уметь проверять критерий нормальности. Уметь строить факторгруппу.	Практическое занятие 9: Нормальные подгруппы. Факторгруппы. СРС: Решение задач.			9	2	Проверка
	Знать понятия гомоморфизма, мономорфизма и эпиморфизма	Лекция 10: Гомоморфизмы групп. Теорема о гомоморфизмах. СРС: Изучение материала лекции 10.			9	1	Конспект лекции
	Владеть методами решения задач по теме линейные операторы	Практическое занятие 10: Подготовка к выполнению индивидуального задания СРС: Домашнее индивидуальное задание			10	0,5	Опрос
8	Тема: Элементы теории колец				10	1	Проверка
	Знать определение кольца, его свойства, критерий подкольца	Лекция 11: Кольца и их простейшие свойства. Примеры колец. Кольцо целых гауссовых чисел. Подкольца. СРС: Изучение материала лекции 11.			11	2	Конспект лекции
	Уметь применять критерий	Практическое занятие 11: Кольца и их простейшие свойства.			11	0,5	Опрос
					11	2	

подкольца, доказывать свойства кольца	Подкольца СРС: Решение задач.					
Знать определения и свойства отношений делимости и ассоциированности	Лекция 12: Отношения делимости и ассоциированности в кольцах. Группа обратимых элементов. СРС: Изучение материала лекции 12.	11	1	11	1	Проверка Конспект лекции
Уметь находить ассоциированные и обратимые элементы	Практическое занятие 12: Отношения делимости и ассоциированности в кольцах, обратимые элементы. СРС: Решение задач.	12	0,5	12	0,5	Опрос
Знать понятия идеала, факторкольца, гомоморфизма	Лекция 13: Идеалы колец. Факторкольцо. Гомоморфизмы колец. СРС: Изучение материала лекции 13. Практическое занятие 13: Идеалы колец. Факторкольцо. Гомоморфизмы колец СРС: Решение задач.	12	1	12	1	Проверка
Уметь находить идеалы кольца, строить факторкольцо	Лекция 14: Евклидовы кольца. Кольца главных идеалов. СРС: Изучение материала лекции 14. Практическое занятие 14: Евклидовы кольца. Кольца главных идеалов СРС: Решение задач.	13	0,5	13	0,5	Конспект лекции
Знать понятия евклидова кольца и кольца главных идеалов	Лекция 15: Решетки и булевы алгебры СРС: Изучение материала лекции 15. Практическое занятие 15: Решетки и булевы алгебры СРС: Решение задач.	14	2	14	2	Опрос
Уметь находить главные идеалы и производить над ними операции	Лекция 16: Упорядоченные группы и кольца. СРС: Изучение материала лекции 16. Практическое занятие 16: Упорядоченные группы и кольца СРС: Решение задач.	15	1	15	1	Проверка
Знать понятия решетки и булевой алгебры, их свойства.	Лекция 17: Решетки и булевы алгебры СРС: Изучение материала лекции 17. Практическое занятие 17: Решетки и булевы алгебры СРС: Решение задач.	16	2	16	2	Конспект лекции
Уметь использовать свойства решетки и булевой алгебры при решении задач	Лекция 18: Решетки и булевы алгебры СРС: Изучение материала лекции 18. Практическое занятие 18: Решетки и булевы алгебры СРС: Решение задач.	17	0,5	17	0,5	Опрос
Знать понятия упорядоченной группы и упорядоченного кольца, их свойства	Лекция 19: Упорядоченные группы и кольца. СРС: Изучение материала лекции 19. Практическое занятие 19: Упорядоченные группы и кольца СРС: Решение задач.	18	1	18	1	Проверка
Уметь использовать свойства упорядоченной группы и упорядоченного кольца при решении задач	Лекция 20: Упорядоченные группы и кольца. СРС: Изучение материала лекции 20. Практическое занятие 20: Упорядоченные группы и кольца СРС: Решение задач.	19	2	19	2	Конспект лекции
Подготовка к аттестации	Подготовка к аттестации	20	54	20	54	Экзамен

4 семестр

Тема: Теория делимости в кольце целых чисел						
10	Знать определение НОД и его свойства, уметь применять алгоритм Евклида	Лекция 1: Отношение делимости в кольце целых чисел. НОД и алгоритм Евклида		1	2	Конспект лекции
	Уметь применять свойства делимости при решении задач	СРС: Изучение материала лекции 1. Практическое занятие 1: Задачи на отношение делимости		1	0,5	Опрос
	Знать понятие взаимно простых чисел и их свойства. Знать определение НОК и его свойства	СРС: Решение задач. Лекция 2: Взаимно простые числа. НОК		1	1,5	Проверка
	Уметь использовать свойства НОД и НОК при решении задач	СРС: Изучение материала лекции 2.		2	2	Конспект лекции
	Знать понятие простого числа и его свойства	СРС: Изучение материала лекции 3.		2	0,5	Опрос
	Уметь использовать свойства простых чисел при решении задач	Практическое занятие 2: НОД, Взаимно простые числа. НОК		2	2	Проверка
	Знать понятие простого числа и его свойства	СРС: Решение задач. Лекция 3: Простые числа и их свойства. Решето Эратосфена.		2	1,5	Конспект лекции
	Уметь использовать свойства простых чисел при решении задач	СРС: Изучение материала лекции 3.		3	2	Конспект лекции
	Знать и уметь доказывать основную теорему арифметики. Знать понятие систематической записи числа	Практическое занятие 3: Простые числа и их свойства. СРС: Решение задач.		3	0,5	Опрос
	Уметь использовать основную теорему арифметики при решении задач	Лекция 4: Основная теорема арифметики. Систематические числа		3	2	Проверка
	Уметь использовать основную теорему арифметики при решении задач	СРС: Изучение материала лекции 4.		4	2	Конспект лекции
	Уметь использовать основную теорему арифметики при решении задач	Практическое занятие 4: Задачи с использованием основной теоремы арифметики		4	1	Опрос
	Уметь использовать основную теорему арифметики при решении задач	СРС: Решение задач.		4	2	Проверка
11	Тема: Теория сравнений					
	Знать определение и свойства сравнений. Уметь находить классы вычетов	Лекция 5: Сравнения и их свойства. Классы вычетов. Полная система вычетов		5	2	Конспект лекции
	Уметь применять свойства сравнений и полной системы вычетов к решению задач	СРС: Изучение материала лекции 5. Практическое занятие 1: Свойства сравнений Полная система вычетов		5	1	Опрос
	Знать определение приведенной	СРС: Решение задач. Лекция 6: Приведенная система вычетов. Группа классов		5	2	Проверка
				6	1,5	Конспект

	системы вычетов и ее свойства	вычетов, взаимно простых с модулем m . СРС: Изучение материала лекции 5.				лекции
	Уметь находить приведенную систему вычетов и применять ее свойства к решению задач	Практическое занятие 6: Приведенная системы вычетов. Группа классов вычетов, взаимно простых с модулем m . СРС: Решение задач.	6	1	Опрос	
	Знать определение и свойства функции Эйлера. Уметь доказывать теоремы Эйлера и Ферма	Лекция 7. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. СРС: Изучение материала лекции 7.	6	1,5	Проверка	
	Уметь применять свойства функции Эйлера, теоремы Эйлера и Ферма к решению задач.	Практическое занятие 7: Задачи на применение функции Эйлера, теорем Эйлера и Ферма. СРС: Решение задач.	7	2	Конспект лекции	
	Знать свойства сравнений с одной переменной, уметь решать сравнения 1-й степени	Лекция 8: Сравнения с переменной. Решение сравнений 1-й степени. СРС: Изучение материала лекции 8. Практическое занятие 8: Решение сравнений. СРС: Решение задач.	7	1,5	Проверка	
	Уметь применять свойства сравнений и формулу Эйлера к решению сравнений	Лекция 9: Конечные целные дроби. Применение к решению сравнений. Системы сравнений. Неопределенные уравнения 1-й степени. СРС: Изучение материала лекции 9.	8	2	Конспект лекции	
	Знать применение цепных дробей к решению сравнений. Знать методы решения системы сравнений и неопределенных уравнений	Практическое занятие 9: Применение цепных дробей к решению сравнений. Системы сравнений. Неопределенные уравнения. СРС: Решение задач.	8	1,5	Проверка	
	Знать и уметь доказывать теоремы о сравнениях n -й степени по простому модулю	Лекция 10: Сравнения n -й степени по простому модулю . СРС: Изучение материала лекции 10. Практическое занятие 10: Решение сравнений. СРС: Решение задач.	9	2	Конспект лекции	
	Уметь решать сравнения разных видов.	Лекция 11. Порядок числа и класса вычетов по модулю m	9	1	Опрос	
	Знать понятия порядка числа и		10	2	Проверка	
			10	2	Конспект лекции	
			10	1	Опрос	
			10	2	Проверка	
			10	1,5	Конспект лекции	
			11	2	Проверка	
					Конспект	

	класса вычетов по модулю m . Уметь доказывать его свойства.		СРС: Изучение материала лекции 11.				11	1	лекции
	Уметь находить порядок числа и класса вычетов по модулю m		Практическое занятие 11: Порядок числа и класса вычетов по модулю m				11	2	Опрос
	Знать понятие первообразного корня и его свойства. Уметь доказывать его существование		СРС: Решение задач.				11	1,5	Проверка
	Уметь находить первообразные корни		Лекция 12. Первообразные корни по простому модулю				12	2	Конспект лекции
	Знать понятие индекса и его свойства		СРС: Изучение материала лекции 12.				12	1	Опрос
	Уметь составлять таблицу индексов и применять ее при решении задач		Практическое занятие 12: Первообразные корни по простому модулю				12	2	Опрос
	Знать понятие индекса и его свойства		СРС: Решение задач.				12	1,5	Проверка
	Уметь составлять таблицу индексов и применять ее при решении задач		Лекция 13. Индексы, их свойства и применение к решению задач.				13	2	Конспект лекции
	Знать применение теории сравнений к выводу признаков делимости и определению длины периода десятичной дроби		СРС: Изучение материала лекции 13.				13	1	Опрос
	Владеть различными методами решения сравнений		Практическое занятие 13: Задачи на применение индексов				13	2	Опрос
			СРС: Решение задач.				13	1,5	Проверка
			Лекция 14. Применение теории сравнений к выводу признаков делимости и определению длины периода десятичной дроби				14	2	Конспект лекции
			СРС: Изучение материала лекции 14.				14	1	Опрос
			Практическое занятие 14: Контрольная работа				14	2	Проверка
			СРС: Решение задач.				14	1,5	Проверка
12	Тема: Начала теории многочленов								
	Знать определение кольца многочленов. Знать и уметь доказывать теорему о делении многочлена на двучлен		Лекция 15. Многочлены над произвольным кольцом. Деление многочлена на двучлен				15	2	Конспект лекции
	Уметь применять теорему при решении задач		СРС: Изучение материала лекции 15.				15	0,5	Опрос
	Знать и уметь доказывать теорему Безу и следствия из нее		Практическое занятие 15: Деление многочлена на двучлен				15	2	Проверка
			СРС: Решение задач.				15	1,5	Проверка
			Лекция 16. Корни многочлена. Теорема Безу. Схема Горнера				16	2	Конспект лекции
			СРС: Изучение материала лекции 16.				16	0,5	Опрос

	Уметь применять при решении задач теорему Безу, ее следствия и схему Горнера	Практическое занятие 16: Корни многочлена. Теорема Безу. Схема Горнера					16	2	
	Знать понятие кратности корня, производного многочлена, формулы Тейлора	СРС: Решение задач. Лекция 17. Кратные корни. Производный многочлен. Формула Тейлора					16	1,5	Проверка
		СРС: Изучение материала лекции 17.					17	2	Конспект лекции
	Уметь находить кратные корни, применять формулу Тейлора	Практическое занятие 17: Кратные корни. Производный многочлен. Формула Тейлора					17	1	Опрос
13		СРС: Решение задач.					17	2	
							17	1,5	Проверка
	5-й семестр	Дифференцированный зачет							
	Тема: Многочлены над полем								
	Знать и уметь доказывать теорему о делении с остатком для многочленов.	Лекция 1. Многочлены над полем. Теорема о делении с остатком. Алгоритм Евклида для многочленов. НОД и НОК двух многочленов					1	2	Конспект лекции
	Знать алгоритм Евклида для многочленов. Знать свойства НОД и НОК двух многочленов	СРС: Изучение материала лекции 1.					1	1	Опрос
	Уметь производить деление многочленов. Уметь применять алгоритм Евклида для многочленов, уметь находить НОД и НОК.	Практическое занятие 1: Применение теоремы о делении с остатком к решению задач. Алгоритм Евклида для многочленов, нахождение НОД					1	2	
	Знать понятие неприводимого многочлена. Уметь доказывать теорему о разложении на неприводимые множители	СРС: Решение задач. Лекция 2. Разложение многочленов на неприводимые множители					1	1,5	Проверка
	Уметь разлагать многочлены на неприводимые множители	СРС: Изучение материала лекции 2.					3	2	Конспект лекции
							3	1	Опрос
	Знать основную теорему алгебры многочленов, формулы Виета	Практическое занятие 2: Разложение многочленов на неприводимые множители					3	2	
		СРС: Решение задач.					3	1,5	Проверка
	Уметь применять при решении	Лекция 3. Многочлены над полем комплексных, чисел. Формулы Виета.					4	2	Конспект лекции
		СРС: Изучение материала лекции 2.					4	1	Опрос
		Практическое занятие 3: Многочлены над полем					4	2	
							4	2	

	задач основную теорему алгебры многочленов и формулы Виета	комплексных, чисел. Формулы Виета. СРС: Решение задач.			4	2	Проверка
	Знать свойства многочленов над полем действительных чисел. Знать формулу Кардано и метод Феррари	Лекция 4. Многочлены над полем действительных чисел. Уравнения 3-й и 4-й степени. СРС: Изучение материала лекции 4.			5	2	Конспект лекции
	Уметь решать уравнения 3-й и 4-й степени	Практическое занятие 4: Многочлены над полем действительных чисел. Уравнения 3-й и 4-й степени СРС: Решение задач.			5	1	Опрос
	Знать свойства многочленов над полем рациональных чисел. Уметь доказывать критерий Эйзенштейна	Лекция 5. Многочлены над полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна. СРС: Изучение материала лекции 5.			5	2	Проверка
	Уметь находить рациональные корни многочленов над полем рациональных чисел. Уметь применять критерий Эйзенштейна	Практическое занятие 5: Многочлены над полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна СРС: Решение задач.			6	2	Конспект лекции
	Знать определение многочленов от нескольких переменных, лексикографическое упорядочение членов многочлена. Уметь доказывать теорему о симметрических многочленах	Лекция 6. Многочлены от нескольких переменных. Симметрические многочлены. СРС: Изучение материала лекции 6.			6	1,5	Проверка
	Уметь применять при решении задач лемму о высшем члене и теорему о симметрических многочленах	Практическое занятие 6: Многочлены от нескольких переменных. Симметрические многочлены. СРС: Решение задач.			7	2	Конспект лекции
					7	1	Опрос
					7	2	
					7	2	Проверка
14	Алгебраические числа. Расширения полей						
	Знать понятия алгебраического числа, его минимального многочлена, простого алгебраического расширения	Лекция 7. Алгебраические числа. Минимальный многочлен. Простое алгебраическое расширение поля. СРС: Изучение материала лекции 7.			8	2	Конспект лекции
					8	1	Опрос

поля.						
Уметь применять при решении задач основные понятия и теоремы теории многоугольников	Практическое занятие 7: Контрольная работа					Проверка
	СРС: Решение задач.			8	2	Проверка
Знать и уметь доказывать теорему о строении простого алгебраического расширения поля, строить простого алгебраического расширения поля. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби .	Лекция 8. Строение простого алгебраического расширения поля. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби .			9	2	Конспект лекции
Знать, уметь применять метод освобождения от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби	СРС: Изучение материала лекции 8.			9	1	Опрос
Уметь применять метод освобождения от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби	Практическое занятие 8: Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.			9	2	
	СРС: Решение задач.			9	2	Проверка
ИТОГО	Общий объем дисциплины				540	
в том числе:	Контактная работа				256	
	СРС				140	
	Подготовка к промежуточной аттестации, аттестация				144	Экзамен

Образовательные технологии и содержание данной дисциплины разработано на основе последних достижений педагогической науки в области стратегии и технологии обучения математике. В частности, программа опирается на концепцию профессионально-педагогической направленности специальной подготовки учителя (А.Г. Мордкович, В.А. Тестов, Г.Г. Хамов и др.), а также на концепции фундаментирования знаний и наглядно-модельного обучения, разработанные группой педагогов-математиков и психологов (Е.И. Смирнов, В.В. Афанасьев, В.Д. Щадриков и др.).

Содержательный аспект профессиональной компетентности учителя математики выдвигает на первый план идею связи конкретного математического вузовского курса и соответствующего школьного предмета. Поэтому характерной чертой выпелеречисленных концепций является выделение профессионально ориентированной основы (знаний, умений, навыков, алгоритмов) для спиралевидного развертывания базовых учебных элементов в направлении их творческого теоретического обобщения. Школьные знания в системе математической подготовки студентов должны выступать структурообразующим фактором, что позволяет надлежущим образом решить проблему преемственности между школьной и вузовской математикой. В соответствии с этими концепциями к рассмотрению

основных понятий алгебры необходимо обращаться несколько раз на разных уровнях строгости, поднимаясь на все более высокие ступени абстракции. Тем самым ступени обобщения образуют спираль фундирования.

Примечание:

Основные электронные средства образовательного назначения:

Электронное средство коммуникации	Формат материала
E-mail, форум, www, CD-ROM, NetMeeting, чат, Meeting room, ЛВС, ICQ, Skype и др.	Текст, гипертекст, аудио-, видео-, мультимедиа материал, видеоконференция, диаграммы, схемы, тренажеры, графика, формулы и др.

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Место дисциплины в структуре ОПОП, этапы формирования компетенций в процессе освоения обучающимися ОПОП отражены в п.2 настоящей рабочей программы дисциплины.

Перечень развиваемых в дисциплине компетенций ОК-3 и ОПК-1, описание компетенций и этапы их формирования в процессе изучения дисциплины представлены в предшествующих п.п. 3 и 4.

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формировании, описание шкал оценивания

Оценивание уровня сформированности компетенций ОК-3 и ОПК-1 у обучающихся на соответствие их подготовки ожидаемым результатам, описание их показателей, критериев и шкал оценивания в процессе освоения ОПОП осуществляется по курсам обучения по направлению подготовки / специальности и направленности (профилю / специализации) согласно сквозной программе соотнесения результатов промежуточных аттестаций обучающихся в дисциплинарном и компетентностном форматах (раздел 4.9. ОПОП).

Для процесса изучения дисциплины и проведения промежуточной аттестации описание показателей, критериев и шкал оценивания компетенций представлено в п.7.4 ОПОП.

При проведении промежуточной аттестации в форме зачета соответствие оценок и требований к результатам аттестации представляется следующим образом

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

При проведении промежуточной аттестации в форме экзамена (зачета с дифференцированной оценкой) успеваемость обучающегося оценивается по четырехбалльной шкале: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно».

Соответствие оценок и требований к результатам аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Соотнесение диапазона полученных на экзамене баллов и оценки уровня сформированности компетенции для группы обучающихся и для одного обучающегося:

Диапазон баллов	Оценка
$0,0 \leq \dots < 3,0$	не соответствует(-)
$3,0 \leq \dots < 4,0$	в основном соответствует(+)
$4,0 \leq \dots \leq 5,0$	соответствует(++)

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной деятельности

5.3.1. Темы, перечень контрольных вопросов для проведения текущего контроля и/или промежуточной аттестации

№ темы п/п	Тема, контрольные вопросы
1 семестр	
1.	Тема: Элементы математической логики и теории множеств
	1. Высказывания и операции над ними. 2. Предикаты и кванторы. 3. Множества и операции над ними. Прямое произведение множеств. 4. Бинарные отношения и их свойства. Примеры. 5. Отношение эквивалентности. 6. Отношения порядка. 7. Отношение порядка на множестве действительных чисел. Законы монотонности. Свойства неравенств. 8. Принцип математической индукции.
2.	Тема: Комбинаторика, натуральные и целые числа
	9. Комбинаторные правила произведения и суммы. 10. Перестановки, размещения, сочетания. 11. Отношение делимости. Теорема о делении с остатком
3.	Тема: Комплексные числа
	12. Поле комплексных чисел. 13. Алгебраическая форма комплексного числа. 14. Тригонометрическая форма комплексного числа. 15. Извлечение корня n-й степени из комплексного числа. 16. Корни n-й степени из единицы. 17. Доказать, что $2^n > 2n+1$ для любого натурального $n > 2$. 18. Доказать, что если n – натуральное число, то $2^{2n} + 15n - 1$ делится на 9. 19. Сравните a и b, если известно, что $\frac{a}{b} = \frac{n+1}{2n}$, $b > 0$, $n > 1$. 20. Доказать, что при $a > 0$, $b > 0$ имеет место неравенство: $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$. 21. Доказать неравенство $a-b \geq a - b$. 22. Доказать, что если a делится на c, а b не делится на c, то $a \pm b$ не делится на c. 23. По делимому a и остатку r найдите делитель b и соответствующее частное q, если $a=148$, $b=37$. 24. Найти число, сопряженное числу $z = \frac{2\sqrt{3} - i}{\sqrt{3} + i} + 3$. 25. Найти действительное число b из условия, что точки, изображающие комплексные числа $3-5i$, $1-i$ и $-2+bi$, лежат на одной прямой. 26. Изобразить на плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют условию $x^2 + i - 2x + 2yi = y - 1 + \frac{4y^2 - 1}{2y - 1}i$. 27. Найти сумму $S = i + i^2 + i^3 + \dots + i^{15}$. 28. При каких действительных значениях x и y комплексные числа $z_1 = 4i - 2xy - xyi$ и $z_2 = y^2i - x^2 + 3$ равны? 29. Решить уравнение: $z^2 + 3 z = 0$. 30. Записать в тригонометрической форме комплексное число $z = \sin 36^\circ + \cos 54^\circ$.

31. Среди комплексных чисел, удовлетворяющих условию $|z-5i| \leq 4$, найти такое, аргумент которого имеет наименьшее положительное значение.
32. Изобразить на плоскости множество точек, для которых
$$\begin{cases} 2 \leq |z-1| \leq 3 \\ 0 < \operatorname{Im} z < \sqrt{5} \end{cases}$$
33. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} |z+1-i| = |z+1| \\ |3+2i-z| = |z+i| \end{cases}$$
34. Вычислить и изобразить на плоскости все значения $\sqrt[4]{-1-i}$.
35. Вычислить и изобразить на плоскости все значения $\sqrt[6]{1}$. Составить таблицу умножения для группы корней 6-й степени из 1.
36. Найти все первообразные корни 12-й степени из 1.
37. Пусть ε - первообразный корень 20-й степени из единицы. Первообразным корнем какой степени из единицы является ε^5 ?
38. Доказать, что сумма всех значений корня n-ой степени из числа z равна 0.

2 семестр

1. Тема: Системы линейных уравнений. Матрицы и определители

1. Арифметическое векторное пространство.
2. Системы линейных уравнений.
3. Равносильные системы линейных уравнений.
4. Метод Гаусса
5. Матрицы и операции над ними.
6. Определители малых порядков.
7. Обратная матрица.
8. Подстановки. Определители n-го порядка.
9. Миноры и алгебраические дополнения.
10. Формула обратной матрицы
11. Системы Крамера
12. Определитель произведения матриц
13. Определитель Вандермонда

2. Тема: Векторные пространства

14. Векторные пространства и их простейшие свойства.
15. Подпространство. Критерий подпространства. Линейная оболочка.
16. Подпространство решений однородной системы линейных уравнений
17. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
18. Базис и ранг конечной системы векторов.
19. Конечномерные векторные пространства. Размерность арифметического векторного пространства $R^{(n)}$.
20. Столбцовый и строчечный ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
21. Теорема Кронекера – Капелли.
22. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.
23. Линейное многообразие.
24. Изоморфизм векторных пространств.
25. Скалярное произведение. Определение, примеры и простейшие свойства евклидовых пространств.
26. Длина вектора в евклидовом пространстве. Неравенство Коши-Буняковского. Понятие величины угла между векторами.
27. Ортогональность векторов. Матрица Грама. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
28. Изоморфизм евклидовых пространств.

29. Привести примеры несовместной и неопределенной систем линейных уравнений.
 30. Может ли однородная система уравнений быть несовместной?
 31. Привести пример нетривиальной линейной комбинации ненулевых векторов, равной нулю.

32. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

33. Являются ли равносильными следующие системы уравнений:
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 1 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 2 \end{cases} ?$$

34. В каком случае однородная система линейных уравнений будет следствием любой другой однородной системы?

35. Найти A^4 и A^3 , если $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

36. Найдите значение многочлена $f(x) = x^2 + x + 2$ от матрицы A , где $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$.

37. Пусть A – диагональная матрица и все ее элементы на главной диагонали различны. Доказать, что любая матрица, перестановочная с матрицей A , также диагональна.

38. Вычислить матрицу, обратную к матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

39. Решить с помощью обратной матрицы систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -6 \\ x_1 + x_3 = 3 \\ x_2 + x_3 = 12 \end{cases}$$

3 семестр

1. Тема: Линейные операторы

1. Линейные операторы и их матрицы.
2. Ядро и образ линейного оператора.
3. Матрица перехода. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.
4. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.
5. Линейные операторы с простым спектром.
6. Бинарные операции и их свойства.

2. Тема: Элементы теории групп

7. Группы. Простейшие свойства групп. Примеры групп. Симметрическая группа.
8. Изоморфизм групп. Подгруппы. Знакопеременная группа.
9. Порядок элемента группы. Циклические группы.
10. Смежные классы по подгруппе, теорема Лагранжа.
11. Нормальные подгруппы.
12. Факторгруппа.
13. Гомоморфизмы групп.
14. Теорема о гомоморфизмах групп..

3.	Тема: Элементы теории колец
15.	Кольца. Подкольца.
16.	Идеалы кольца, главные идеалы.
17.	Операции над идеалами.
18.	Факторкольцо.
19.	Гомоморфизмы колец. Теорема о гомоморфизмах.
20.	Евклидовы кольца.
21.	Кольца главных идеалов. Факториальные кольца.
22.	Построение поля частных кольца.
23.	Область целостности. Характеристика кольца.
24.	Отношения делимости и ассоциированности в кольцах. Группа обратимых элементов.
25.	Поле частных кольца.
4.	Тема: Упорядоченные алгебраические системы
26.	Упорядоченные множества.
27.	Трансфинитная индукция.
28.	Решетки и булевы алгебры.
29.	Обладают ли операции $a \wedge b$, $a \vee b$ на множестве натуральных чисел свойствами коммутативности и ассоциативности? Существует ли нейтральный элемент?
30.	Проверить выполнимость свойств коммутативности, ассоциативности, дистрибутивности, существования нейтрального и обратного элементов для операций $\min(a,b)$, $\max(a,b)$ на множестве действительных чисел.
31.	Замкнуты ли относительно операции a^b множества $\mathbf{Z}$, $2\mathbf{Z}$, $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$, $\mathbf{R}^+$?
32.	Доказать, что если в линейно упорядоченном множестве есть хотя бы один минимальный элемент, то он является и наименьшим.
33.	Проверить, является ли группой относительно сложения множество целых чисел, кратных 3.
34.	Проверить, является ли кольцом (полем) множество чисел вида $\frac{2n}{2m+1}$, где n и m – целые.
35.	Доказать, что в группе $(a_1 a_2 \dots a_k)^{-1} = a_k^{-1} \dots a_2^{-1} a_1^{-1}$
4 семестр	
1.	Тема: Теория делимости в кольце целых чисел
1.	Простые числа и их основные свойства.
2.	Наибольший общий делитель и алгоритм Евклида.
3.	Наименьшее общее кратное.
4.	Основная теорема арифметики.
5.	Систематическая запись натурального числа.
2.	Тема: Теория сравнений
6.	Отношение сравнимости по модулю в кольце $\mathbf{Z}$
7.	Кольцо классов вычетов. Полная система вычетов.
8.	Группа классов вычетов, взаимно простых с модулем. Приведенная система вычетов.
9.	Функция Эйлера.
10.	Теоремы Эйлера и Ферма.
11.	Системы сравнений с неизвестной.
12.	Неопределенные уравнения.
13.	Конечные цепные дроби.
14.	Подходящие дроби и их применение к решению сравнений.

15. Порядок числа и класса вычетов по данному модулю. Число классов с заданным порядком.
16. Первообразные корни. Теорема о существовании первообразного корня по простому модулю.
17. Индексы чисел и классов вычетов по данному модулю. Двучленные сравнения по простому модулю.
18. Квадратичные вычеты и невычеты. Символ Лежандра.
19. Арифметические приложения теории сравнений. Признаки делимости,
20. Определение длины периода десятичной дроби.
21. Бесконечные цепные дроби. Представление действительных чисел цепными дробями.
22. Алгебраические и трансцендентные числа.
23. Доказать, что при любом натуральном n число $n^2 + 8n + 15$ не делится на $n + 4$.
24. Установить, число 919 является простым или составным.
25. Доказать, что если числа $p, p^2 + 2$ – простые, то $p^3 + 2$ – тоже простое.
26. Доказать, что если $2^n + 1$ – простое число, где n – целое положительное, то $n = 2^k$, где k – целое неотрицательное число.
27. С помощью алгоритма Евклида найти наибольший общий делитель чисел 42628 и 33124.
28. Докажите, что $\sqrt[3]{5}$ – иррациональное число.
29. Доказать, что если a взаимно просто с c , b взаимно просто с c , то ab также взаимно просто с c .
30. Наименьшее общее кратное двух натуральных чисел равно 96. Одно из чисел 6, каково другое?
31. Доказать, что наименьшее общее кратное двух натуральных чисел равно их произведению тогда и только тогда, когда эти числа взаимно просты.
32. Доказать, что две положительные рациональные дроби равны тогда и только тогда, когда равны соответственно их числители и знаменатели.
33. Найдите, сколько делителей имеет число $a = p_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot p_k^{\alpha_k}$.
34. Сколькими способами можно разложить число, имеющее каноническое разложение $m = p_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot p_k^{\alpha_k}$, в произведение двух взаимно простых множителей?
35. Пусть $m = p_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot p_k^{\alpha_k}$ – каноническое разложение натурального числа m .
Докажите, что $\sqrt[n]{m}$ тогда и только тогда является целым числом, когда показатели α_i ($i=1, 2, \dots, k$) делятся на n .
36. В какой системе счисления возможно равенство $33 - 15 = 15$?
37. Пусть $\overline{ab}$ – число, образованное двумя последними цифрами натурального числа n .
Доказать, что число n делится на 4 тогда и только тогда, когда $2a + b$ делится на 4.
38. Доказать, что натуральное число n делится на 6 тогда и только тогда, когда делится на 6 сумма его единиц с учетверенной суммой всех его остальных цифр.
39. Записать в виде сравнения следующее утверждение: число a имеет вид $8k - 3$.
40. Проверить, будет ли отношением эквивалентности на множестве действительных чисел отношение, определяемое равенством $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} y$.
41. Доказать, что если $a \equiv b \pmod{m}$, $a \equiv b \pmod{n}$ и m, n – взаимно простые, то $a \equiv b \pmod{mn}$.
42. Составить таблицы сложения и умножения для кольца $\mathbb{Z}_6$.
43. Решить уравнение $\overline{3} - \overline{x} = \overline{7}$, где классы вычетов берутся по модулю 11.
44. Найти все обратимые элементы в кольце $\mathbb{Z}_6$. Доказать, что обратимые элементы в произвольном кольце $\mathbb{Z}_m$ образуют группу по умножению.

5 семестр	
1.	Тема: Многочлены над полем
1. Определение кольца многочленов от одной переменной над произвольным кольцом. 2. Деление многочлена на двучлен. Теорема Безу. 3. Кратные корни многочленов 4. Кольцо многочленов от одной переменной над произвольным полем. 5. Неприводимые над данным полем многочлены. Разложение многочленов на неприводимые множители. 6. Многочлены над полем комплексных чисел 7. Многочлены над полем действительных чисел. Основная теорема алгебры многочленов. 8. Уравнения 3-й и 4-й степеней. 9. Многочлены над полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна. 10. Система многочленов Штурма. 11. Кольцо многочленов от нескольких переменных. Симметрические многочлены. Формулы Виета. 12. Основная теорема о симметрических многочленах. 13. Факториальность кольца многочленов над факториальным кольцом.	
2.	Тема: Алгебраические число. Расширения полей
14. Простое алгебраическое расширение поля. Минимальный многочлен. 15. Строение простого алгебраического расширения. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби. 16. Другие виды расширений полей, приложения к задачам на построение с помощью циркуля и линейки. 17. При каких значениях a уравнения $x^2+ax+1=0$ и $x^2+x+a=0$ имеют общий корень? 18. Найти коэффициенты m и n квадратного трехчлена x^2+mx+n , если известно, что его остатки при делении на двучлены $x-m$ и $x-n$ соответственно равны m и n . 19. Пользуясь схемой Горнера, разложить многочлен $f(x)=x^5$ по степеням двучлена $x-1$. 20. Решить уравнение $z^3-(2+i)z^2+(-1+7i)z=0$ 21. Определить, при каких значениях m один из корней уравнения $z^3-(m^2-m+7)z-(3m^2-3m-6)=0$ равен -1 . Отыскать два остальных корня уравнения при этих значениях m . 22. Решить уравнение: $x^3+9x^2+18x+28=0$. 23. Показать, что среди корней уравнения $x^4+5x^3+15x-9=0$ имеется только один положительный действительный и только один отрицательный (сами корни находить не обязательно). Методом Феррари решить уравнение: $x^4-2x^3+2x^2+4x-8=0$. Комплексные числа a , b , c являются тремя из четырех корней многочлена x^4-ax^3-bx+c . Найдите все такие тройки чисел a , b , c .	

5.3.2. Контрольные типовые задания для проведения промежуточной аттестации

5.3.2.1. Задания для проведения промежуточной аттестации должны соответствовать содержанию учебной дисциплины, представленному в п. 4, и определять степень сформированности компетенций по каждому результату обучения.

5.3.2.2. Задания для проведения промежуточной аттестации в форме зачета (зачета с дифференцированной оценкой) могут включать:

- вопросы (п.5.3.1.), требующие устного или письменного ответа;

- тесты, проводимые в письменной или электронной форме.

5.3.2.3. Задания (экзаменационные билеты) промежуточной аттестации в форме экзамена могут включать:

- вопросы, требующие устного или письменного ответа;
- практические задания/ задачи, требующие практического решения и ответа в письменной форме;
- тесты, проводимые в письменной или электронной форме.

Контрольная работа №1

1. Докажите, что при любом натуральном n выполняется равенство:

$$1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + \dots + n \cdot (2n+1) = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (4n+5)}{6}.$$

2. Выясните, какими свойствами (рефлексивность, симметричность, транзитивность) обладает бинарное отношение ρ , определенное на $\square$, и какими не обладает:

$$x \rho y \Leftrightarrow y = \sqrt{x^2}.$$

3. Докажите тождество: $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \cap (A \cup \bar{C})$.
4. Заполните истинностную таблицу для формулы: $\neg p \& q \Rightarrow p \vee \neg q \vee \neg r$.
5. Докажите тождество: $C_N^{K-1} + C_N^K = C_{N+1}^K$.
6. Найти корни квадратного уравнения, ответ предоставить в алгебраической форме $36x^2 - 36x + 13 = 0$.

7. Найти $f(z_0)$

$$f(z) = \frac{2z}{z^2 - 4} \text{ и } z_0 = 2 - 3i.$$

8. Найти все корни уравнения в тригонометрической форме

$$iz^3 + 4 + i = 0.$$

9. Вычертить область, заданную неравенствами

$$|z-1| \leq 1, \quad |z+1| > 2.$$

Контрольная работа №2

1. Вычислить $f(A)$, если $f(x) = -x^3 + 2 \cdot x^2 - x + 3$ и $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.
2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{vmatrix}.$$

3. Найти матрицу обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}.$$

4. Решить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Вычислить ранг матрицы приведением к ступенчатому виду:

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}.$$

Контрольная работа №3

1. Доказать, что множество матриц порядка n , элементы которых удовлетворяют условию $a_{ij} = a_{ji}$ ($1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n$), с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число является линейным пространством над $\square$. Найти какой-нибудь базис и размерность этого пространства.

2. В линейном пространстве $L^{(4)}$ заданы две системы векторов: e, e' . Найти базисы и размерности суммы и пересечения подпространств, натянутых на эти системы

$$e_1 = (1 \ 1 \ 1 \ 1); \quad e'_1 = (1 \ 1 \ 2 \ 1);$$

$$\text{векторов. } e_2 = (1 \ 2 \ 1 \ 2); \quad e'_2 = (3 \ 4 \ 4 \ 4);$$

$$e_3 = (0 \ 1 \ 0 \ 1); \quad e'_3 = (1 \ 2 \ 0 \ 2).$$

3. Найти систему линейных уравнений, задающую линейное пространство, натянутое на систему векторов:

$$a_1 = (1, 2, 1, 3); a_2 = (2, 1, 1, 1); a_3 = (3, 3, 2, 4).$$

4. Найти матрицу перехода от первого базиса ко второму.

$$a_1(-2 \ 1 \ 2); \quad b_1(1 \ -2 \ 1);$$

$$a_2(2 \ -2 \ 1); \quad b_2(-4 \ 2 \ 9);$$

$$a_3(1 \ -1 \ 3); \quad b_3(11 \ -8 \ -1).$$

Контрольная работа № 4

I. Дана циклическая группа G порядка 6. Найти:

а) все образующие G ,

б) все подгруппы G .

2. Построить факторгруппу циклической группы 6 порядка по подгруппе 2 порядка.

3. Построить все гомоморфные отображения циклической группы порядка 4 в циклическую группу порядка 8.

4. Является ли идеалом подмножество $A = \{(a, 0) | a \in R\}$ в кольце $R \times R$ с покомпонентными сложением и умножением?

5. Являются ли в кольце $K = Z[\sqrt{3}]$ числа $\alpha = 5 + 2\sqrt{3}$ и $\beta = 4 - \sqrt{3}$ ассоциированными?

6. Построить факторкольцо кольца $K = 2Z$ по идеалу $J = (8)$.

Контрольная работа №5

1. Разделить многочлен $f(x)$ с остатком на многочлен $g(x)$:

$$f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 5x + 6, \quad g(x) = x^2 - 3x + 1.$$

2. Найти наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное многочленов $f(x)$ и $g(x)$:

$$f(x) = 2x^5 + x^4 - 7x^3 - 7x^2 + x + 2, \quad g(x) = 2x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 1.$$

3. Пользуясь схемой Горнера, найдите значение многочлена $f(x) \in \mathbb{Q}[x]$ в точке x_0 :

$$f(x) = x^4 + 2ix^3 - (1+i)x^2 - 3x + 7+i, \quad x_0 = -2-i.$$

4. Найдите корни уравнения с действительными коэффициентами, зная, что x_0 k -кратным корнем:

$$x^5 - 6x^4 + 15x^3 - 20x^2 + 14x - 4 = 0, \quad x_0 = 1+i, \quad k = 1.$$

5. Решите систему линейных уравнений (над полем $\mathbf{R}$):

$$\begin{cases} x^3 + y^3 + z^3 = 27, \\ xy + zx + yz = x + y + z, \\ xyz = 1. \end{cases}$$

Темы для рефератов и самостоятельной работы:

1. История развития понятия числа

Выгодский М.Я. Арифметика и алгебра в древнем мире. М., Наука, 1967.

2. История понятия группы

Вуссинг Г. О генезисе абстрактного понятия группы. // Историко-математические исследования. 1966, вып. 17, с. 11-30.

Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики. М., Мир, 1986.

3. История теории чисел

Михелович Ш.Х. Из истории теории чисел. М., 1970.

Ожигова Е.П. Что такое теория чисел. М., 1970.

4. История комплексных чисел

Молодший В.Н. Понятие комплексного числа в его развитии. // Математика в школе, 1947, №1.

Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики. М., Мир, 1986.

5. История многочленов и алгебраических уравнений.

Башмакова И.Г. Становление алгебры. М., 1979.

Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики. М., Мир, 1986.

6. История уравнений 3-й и 4-й степеней.

Никифоровский В.А. Из истории алгебры 16-17 вв. М., Наука, 1979.

Темы для курсовых работ

1. Решение уравнений в целых числах
2. Фигурные числа
3. Числа Мерсенна и Ферма
4. Совершенные и дружественные числа
5. Числа Пифагора
6. Бесконечные цепные дроби
7. Жорданова форма матрицы
8. Унитарные и симметрические операторы
9. Разложения общих операторов
10. Теоремы Силова для групп
11. Конечные абелевы группы

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ»

Библиографическое описание по ГОСТ	Кол-во экземпляров в НБ ВоГУ
1	2
Обязательная литература	
1. Бухштаб, А. А. Теория чисел: учебное пособие/ А. А. Бухштаб. – Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2008. – 384 с.	20
2. Михалева, М. М. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебное пособие. Ч. 1 / М. М. Михалева, Б. М. Веретенников. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - 51 с. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276012	ЭБС «Университетская библиотека online»
Дополнительная литература	
1. Винберг, Э. Б. Курс алгебры / Э. Б. Винберг. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Факториал Пресс, 2002. - 544 с.	6
2. Виноградов, И. М. Основы теории чисел: учебное пособие/ И. М. Виноградов. – Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2009. – 176 с.	5
3. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие/ И. В. Проскуряков. – Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2008. - 480 с.	10
4. Кострикин, А. И. Введение в алгебру : учебник для университетов по специальностям "Математика" и "Прикладная математика": в 3 ч. Ч.1 : Основы алгебры / А. И. Кострикин. - 3-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 272 с.	23
5. Кострикин, А. И. Введение в алгебру : учебник для университетов по спец. "Математика" и "Прикладная математика": в 3 ч. Ч.2 : Линейная алгебра./ А. И. Кострикин. - 3-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 368 с.	10
6. Кострикин, А. И. Введение в алгебру: учеб. для университетов по спец. "Математика" и "Прикладная	18

математика": в 3 ч. Ч.3 : Основные структуры / А. И. Кострикин. - 3-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 272 с.	
7. Тестов, В. А. Алгебра и теория чисел: учебное пособие для студентов физ.-мат. фак. Ч. 1 / В. А. Тестов. - Вологда : Русь, 2003. - 139 с.	24
8. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры: учеб. для вузов по специальностям "Математика", "Прикладная математика" / А. Г. Курош. – Санкт-Петербург; Москва, Краснодар: Лань: Физматкнига, 2007. –432 с	20
Учебно-методическая литература 1. Алферова, З. В. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебно-методический комплекс / З. В. Алферова, Э. Л. Балюкевич, А. Н. Романников. – Электрон. текстовые дан.- Москва : Евразийский открытый институт, 2011. - 279 с. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90645	ЭБС «Университетская библиотека online»

Ответственный за библиографию Шарандова О.Е.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. Университетская библиотека онлайн [Электронный ресурс] : электронная библиотечная система. – Москва: Директ-Медиа : НексМедиа. – Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения: 14.05.2015)
2. Московский центр непрерывного математического образования (МЦНМО) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.mcsme.ru>. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения: 14.05.2015)
3. Exponenta.ru [Электронный ресурс]: образовательный математический сайт. – Режим доступа: <http://www.exponenta.ru/>. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения: 14.05.2015)
4. Общероссийский математический портал Math-Net.Ru [Электронный ресурс]: инновационный проект Математического института им. В. А. Стеклова РАН. – Режим доступа: <http://www.mathnet.ru/>. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения: 14.05.2015)

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО, а также с учетом рекомендаций ПООП ВО по направлению подготовки / специальности 44.03.05

Педагогическое образование и направленности (профилю): «Математическое образование и информатика» и согласно рабочему учебному плану указанных направления подготовки / специальности и направленности (профиля / специализации).