

Министерство образования и науки Российской Федерации
Вологодский государственный университет

Кафедра теории и проектирования машин и механизмов

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Методические указания по выполнению РГЗ и
вопросы к экзамену по динамике

Факультет производственного менеджмента и инновационных технологий
Направление подготовки 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-
технологических машин и комплексов»
Профиль «Автомобили и автомобильное хозяйство»

Вологда
2014

УДК 531:3778.147

Теоретическая механика: методические указания по выполнению РГЗ и вопросы к экзамену по динамике. – Вологда: ВоГУ, 2014. – 16 с.

Методические указания по выполнению РГЗ и вопросы к экзамену по динамике составлены в соответствии с требованиями учебной программы курса теоретической механики и предназначены для самостоятельной работы студентов.

Утверждено редакционно-издательским советом ВоГУ

Составитель В.П. Васеничев, канд. техн. наук, доцент

Рецензент О.Н. Пикалев, зав. кафедрой А и АХ, канд. техн. наук, доцент

ВВЕДЕНИЕ

Основной задачей изучения теоретической механики является применение ее методов для составления математических моделей машин и механизмов с целью последующих их количественных расчетов и оптимизаций.

При изучении курса особое внимание следует уделить приобретению навыков решения задач по сборнику И.В.Мещерского [1]. Номера типовых задач из этого сборника, которые могут быть включены в экзаменационные билеты, приведены в заключительной части методических указаний.

Студенты дневной формы обучения направления «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов» профиля «Автомобили и автомобильное хозяйство» изучают третий раздел теоретической механики – «Динамику» на втором курсе в третьем семестре. Форма отчетности – экзамен. В этом семестре им необходимо выполнить из сборника А.А.Яблонского [2] одну курсовую работу (РГЗ №1), состоящую из четырех задач (Д.1., Д.10., Д.14., Д.19.). Желательно, каждую задачу для проверки сдавать отдельно и получить по ней зачет. Работу оформлять на стандартных листах форматом 210×297 мм на одной стороне, оставляя свободными левое и нижнее поле – 2,5 см, правое 2,0 см.

Чертежи выполняются в таком масштабе, чтобы они легко читались. Их желательно выполнять на отдельных листах. Количество чертежей обусловлено условием задачи и методом решения. Например, в задаче «Применение теоремы об изменении кинетической энергии к изучению движения механической системы» во многих вариантах необходимо выполнить рисунки, отражающие положение механической системы в начальном и конечном положении механизма. Титульный лист обязательно выполняется на компьютере. Остальная часть работы - на компьютере (желательно) или от руки.

В методических указаниях даны основные виды идеальных связей и реакции в них, пояснения к решению задач, способы определения мгновенного центра скоростей и даны вопросы для подготовки к экзамену по динамике.

Объем аудиторной учебной нагрузки студентов рассматриваемого направления рассчитан таким образом, что они имеют 16 часов лекций и 12 часов практических занятий за семестр. Таким образом, практические занятия заканчиваются на месяц раньше, чем лекции. Следовательно, Д.1. и Д.10. студенты выполняют параллельно с лекционными и практическими аудиторными занятиями, а при выполнении Д.14. и Д.19. практических занятий уже нет.

Два года работы по этим планам показали, что студенты испытывают большие трудности при выполнении последних задач.

Цель данных методических указаний – помочь студентам выполнить курсовую работу в запланированные сроки.

1. ЗАДАЧА Д.1

Задача Д.1. – на интегрирование дифференциальных уравнений движения точки, т.е. вторая задача динамики точки. Решение задачи разбивается на две части: участок АВ и участок ВС.

На участке АВ точка движется вдоль прямой. Приняв эту прямую за координатную ось « X_1 » с началом в т. «А», составляем дифференциальное уравнение движения в виде

$$m \cdot \ddot{x}_1 = \sum F_{kx_1} .$$

Решая это уравнение, находим скорость в точке В $\rightarrow V_B$.

Начальные условия на этом участке

$$t=0; \quad x_1=0; \quad \dot{x}_1 = V_A .$$

Значение V_A смотри в условии задачи своего варианта.

На участке ВС точка совершает криволинейное движение, и дифференциальные уравнения движения имеют вид

$$m \cdot \ddot{x} = \sum F_{kx} ; \quad m \ddot{y} = \sum F_{ky} .$$

Решая их, находим искомые величины.

2. ЗАДАЧА Д.10.

Для решения задачи используется теорема об изменении кинетической энергии

$$T_s - T_0 = \sum A_s (F_k^c) ,$$

где T_s и T_0 - кинетическая энергия системы в конечном и начальном положениях; $\sum A_s (F_k^c)$ - сумма работ внешних сил, приложенных к телам системы.

Так как в начальный момент времени система находилась в покое, то $T_0=0$. Кинетическая энергия системы в конечном положении определяется как

$$T_s = \sum T_{ks} .$$

Кинетические энергии отдельных тел а зависимости от вида их движения рассчитывается по формулам:

- при поступательном движении

$$T = \frac{m \cdot V^2}{2} ;$$

- при вращательном движении

$$T = \frac{1}{2} J_z \omega^2 ,$$

где J_z - момент инерции тела относительно оси вращения, вычисляется либо по формулам для тел простой геометрической формы, либо по формуле

$$J_z = m \cdot i_z^2,$$

где i_z - радиус инерции тела (берется из таблицы);

- при плоском движении

$$T = \frac{mV_c^2}{2} + \frac{1}{2} J_{zc} \omega^2,$$

где V_c - скорость центра тяжести тела.

Все кинематические параметры (V ; ω) тел системы выражаются через искомый в задаче кинематический параметр по соответствующим формулам. При вычислении работы внешних сил необходимо их изобразить на чертеже и записать общее выражение вида

$$\sum A_s(F_k^c) = A_s(P_k) + A_s(N_k) + \dots + A_s(F_{тр}).$$

Работа силы равна нулю в следующих случаях:

- точка приложения сил неподвижна, либо находится в мгновенном центре скоростей;
 - вектор силы перпендикулярен перемещению точки приложения силы.
- Работа силы тяжести рассчитывается по формуле

$$A_s(P) = \pm mgh,$$

где h - перемещение по вертикали центра тяжести тела; знак «+» соответствует понижению центра тяжести, а знак «-» - его подъему при движении.

Работа силы трения скольжения

$$A_s(F_{тр}) = -f \cdot N \cdot S,$$

где S - перемещение точки приложения силы трения скольжения.

Работа пары сил сопротивления качению

$$A_s(m_{тр}) = -k \cdot N \cdot \frac{S_0}{R},$$

где S_0 - перемещение вдоль плоскости центра тяжести катка.

Линейные и угловые перемещения находятся в такой же зависимости, как и соответствующие линейные или угловые скорости. Рассчитанные значения T_s и $\sum A_k$ приравниваются и находится искомый кинематический параметр.

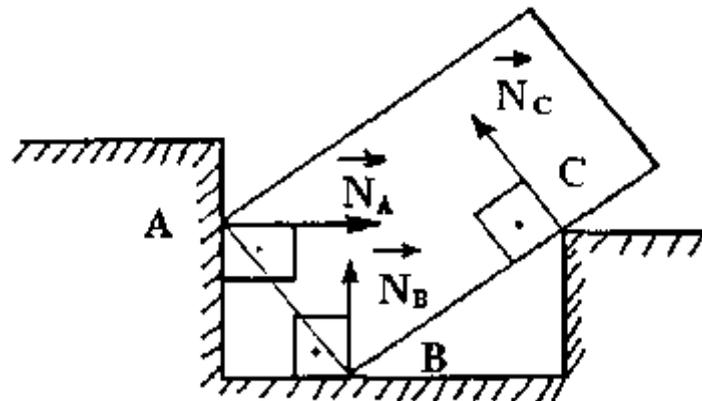
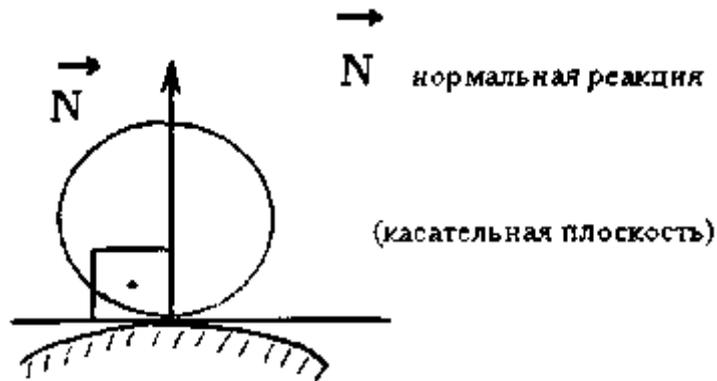
Последовательность решения:

- делается рисунок или два (см. введение);
- указываются все заданные силы;
- выбирается объект исследования, состоящий из нескольких тел. Остальное отсекается и заменяется реакциями (смотри таблицу «Связи и реакции в них»);
- вычисляется кинетическая энергия всего механизма по приведенным выше формулам;

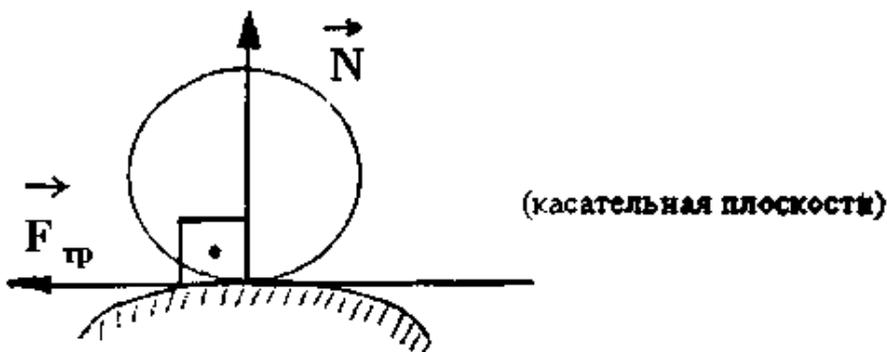
- вычисляется работа всех сил (в том числе и реакций связей) по приведенным выше формулам. Если работа силы или реакции равна нулю, то указывается причина;
- кинетическая энергия приравняется к работе и определяется искомым параметр.

3. СВЯЗИ И РЕАКЦИИ В НИХ

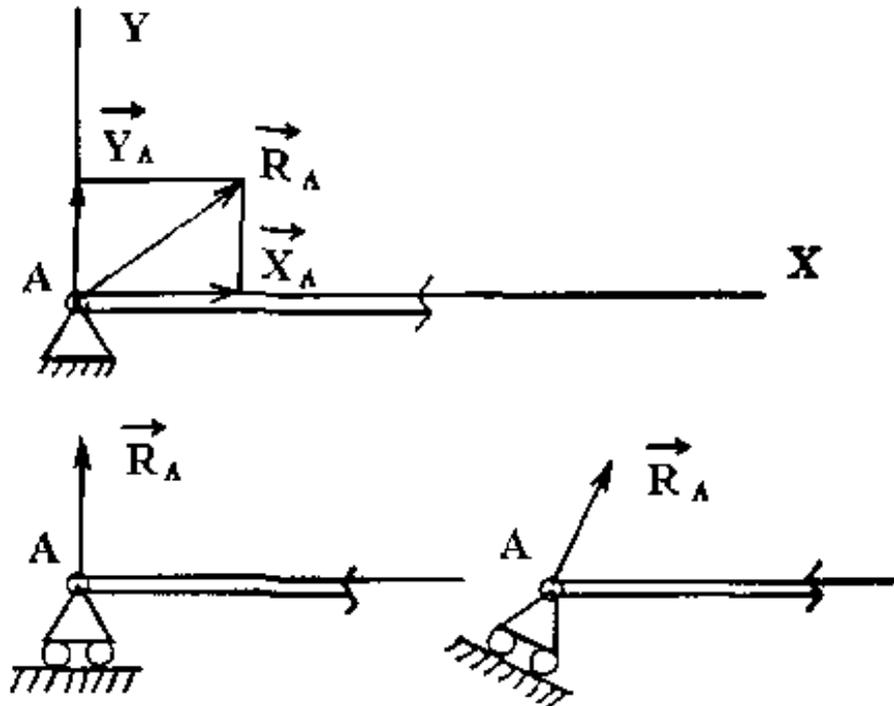
- гладкая поверхность (поверхность без трения)



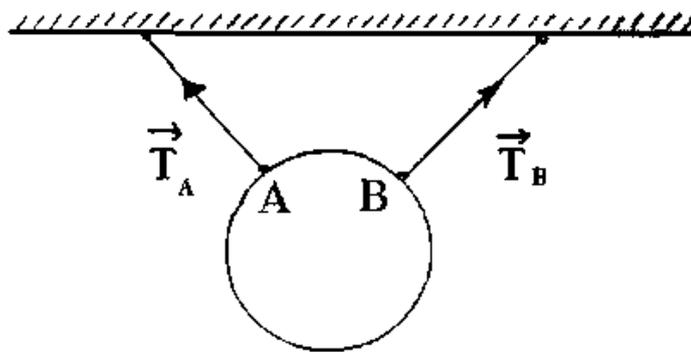
- шероховатая поверхность (поверхность с трением)



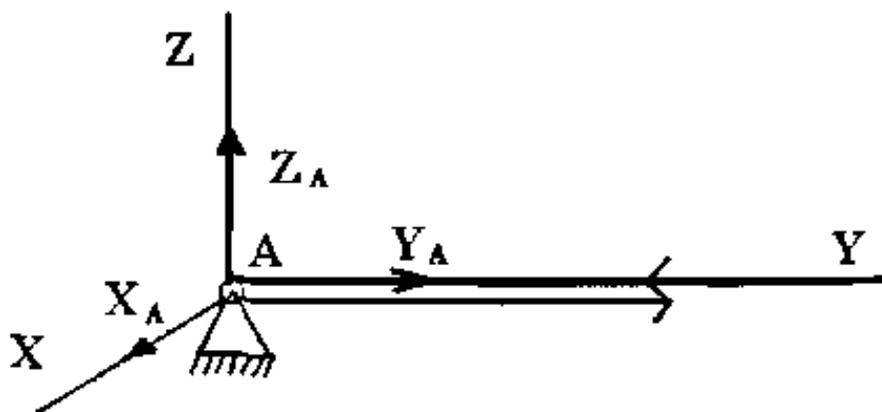
- идеальный цилиндрический цилиндр



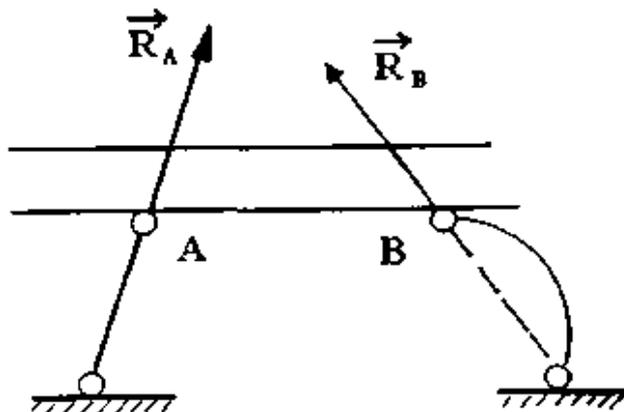
- гибкая нерастяжимая нить



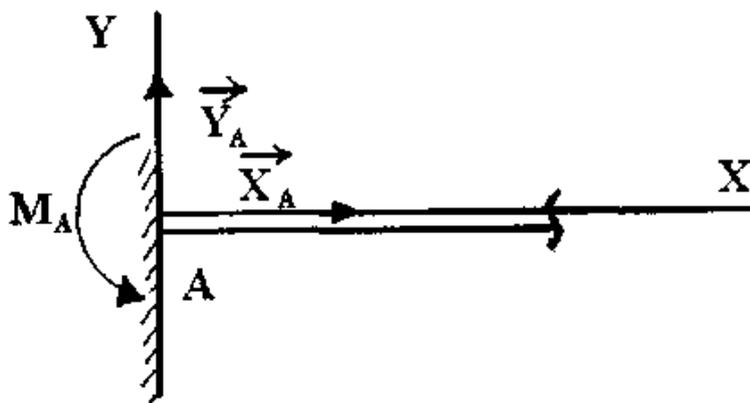
Идеальный сферический шарнир или подпятник



- жесткий невесомый стержень



- жесткая заделка



4. ПРИНЦИП ВОЗМОЖНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Принцип возможных перемещений – это принцип механики, который устанавливает общее условие равновесия любой механической системы. Он читается: *для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма элементарных работ всех действующих на нее активных сил на любом возможном перемещении системы была равна нулю.*

Математически это выражается

$$\sum \delta A_k^a = 0 \text{ или } \sum F_k^a \cdot \delta S_k \cdot \cos \alpha_k = 0 ,$$

где α_k – угол между силой и возможным перемещением; δS_k – возможное перемещение точки приложения «к» силы; F_k^a – активная «к» сила.

Идеальными называются связи, для которых сумма элементарных работ, их реакций на любом возможном перемещении равна нулю.

Таким образом, к идеальным связям относятся все виды связей, которые проходили в статике (для справки они приведены в этой методической работе),

если в них отсутствуют силы трения. Если связь учитывает трение, то силу трения надо включить в число активных сил и написать от нее работу на возможном перемещении.

Возможные перемещения – это бесконечно малые перемещения, которые допускает данная связь. Например, если точка (тело) лежит на гладкой горизонтальной поверхности, то возможное перемещение ее в любую сторону по этой плоскости. Вверх нельзя – порвется связь, вниз нельзя – мешает связь.

Учитывая вышесказанное и формулы по определению работы силы, приведенные в задаче Д.10., можно приступить к выполнению задачи Д.14.

5. ЗАДАЧА Д.14

Пример выполнения задачи Д.14. [2] дан в двух вариантах:

1) составление уравнения возможных работ

$$\sum \delta A_k^a = \sum F_k^a \cdot \delta S_k \cdot \cos \alpha_k = 0;$$

2) составление уравнения мощностей

$$\sum F_k \cdot V_k \cdot \cos \alpha_k = 0$$

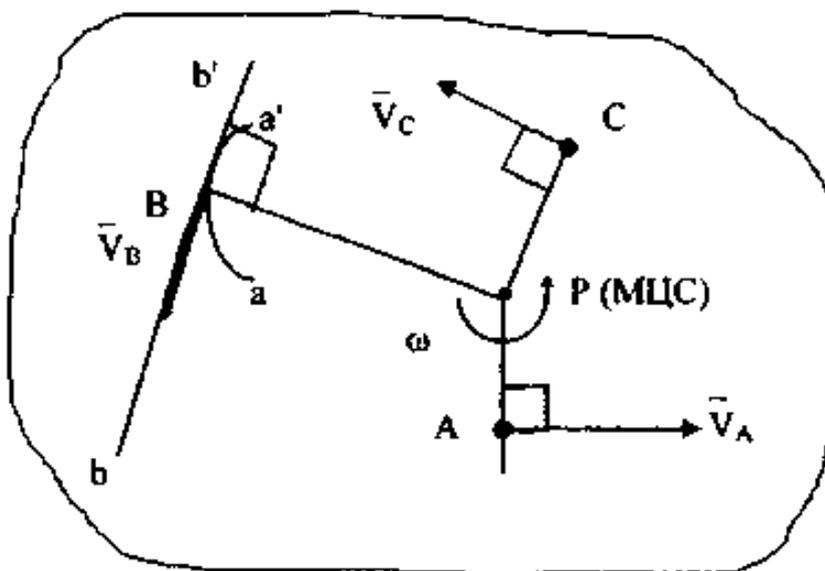
Студент выполняет работу одним способом. Рекомендуем первым, т.к. он будет использовать формулы, знакомые по работе Д.10.

Задачу рекомендуется решать в следующем порядке:

- 1) выполнить рисунок своего варианта с учетом приведенных в введении рекомендаций;
- 2) изобразить на рисунке активные силы;
- 3) при наличии неидеальных связей добавить силы трения;
- 4) так как во всех вариантах система с одной степенью свободы, то дать возможное перемещение одной из точек системы и указать на рисунке возможные перемещения точек приложения всех сил;
- 5) численное значение возможных перемещений точек приложения активных сил выразить через выбранную величину в пункте (4), используя геометрические соотношения или МЦС данного звена. В этом случае используется соотношение, например, $\frac{\delta S_B}{\delta S_A} = \frac{BP}{AP}$. Буква «Р» обозначает МЦС данного звена. «ВР» и «АР» - это расстояния от МЦС до выбранной точки «В», «А» и т.д. Способы определения МЦС приведены ниже;
- 6) вычислить сумму работ всех сил и приравнять эту сумму к нулю;
- 7) теперь во всех слагаемых уравнения имеется неизвестное перемещение точки системы, выбранной в пункте (4). После сокращения этого значения решить составленное уравнение, определив искомую величину.

6. СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЦС

Для расчета скорости точки тела, совершающего плоское движение, с помощью МЦС необходимо последовательно выполнить следующие действия:

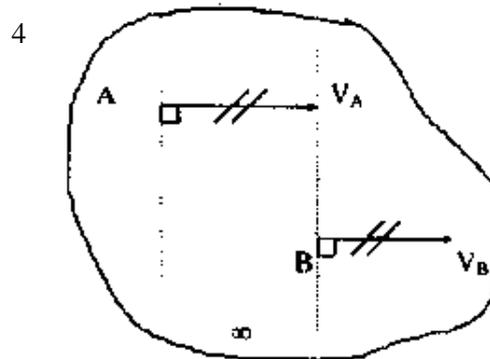
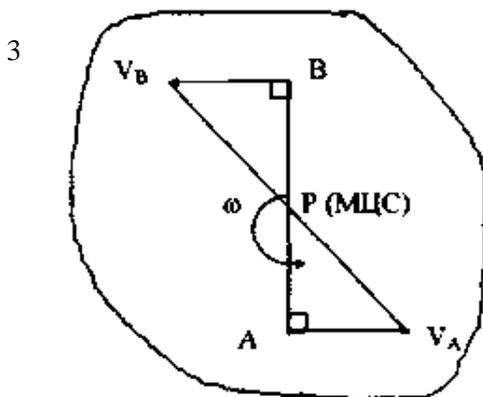
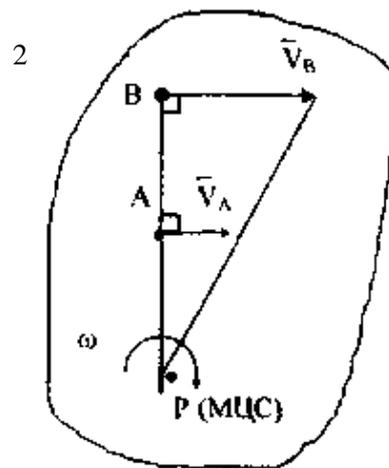
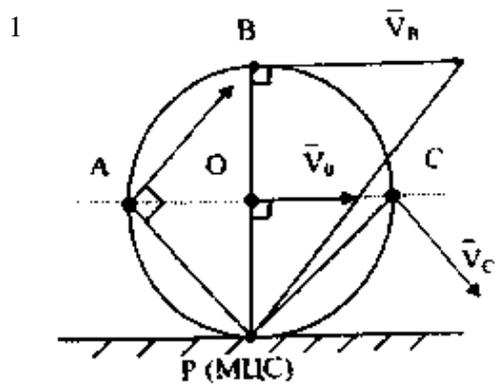


- 1) выделить точку исследуемого тела, скорость которой известна, либо может быть легко рассчитана по условию задачи. Изобразить эту точку и вектор ее скорости (например, точка A);
- 2) определить точку исследуемого тела, для которой можно построить вектор скорости, либо прямую, на которой лежит этот вектор скорости (например, точка B);
- 3) построить МЦС исследуемого тела, для чего провести *перпендикуляры* в точках A и B к *векторам скорости* и найти точку их пересечения. Эта точка (точка P) и является МЦС тела в данный момент времени;
- 4) изобразить стрелкой направление вращательного движения вокруг МЦС в сторону вектора скорости той точки, для которой этот вектор известен (точка A);
- 5) скорости любых других точек тела строятся перпендикулярно отрезкам, соединяющим эти точки с МЦС, в сторону вращения и рассчитываются по формулам:

$$\omega = \frac{v_A}{AP}; \quad v_B = \omega BP; \quad v_C = \omega CP.$$

Частные случаи построения МЦС

Рассмотрим ситуации, когда построение МЦС отклоняется от общей схемы



1. Колесо катится по неподвижной поверхности без проскальзывания (рис). МЦС в каждый момент времени находится в точке контакта колес и поверхности.
2. Точки А и В лежат на общем перпендикуляре к векторам их скоростей, направленных в одну сторону (рис). Построение МЦС ясно из рисунка.
3. Точки А и В лежат на общем перпендикуляре к векторам их скоростей, направленных в разные стороны (рис). Построение МЦС следует из рисунка.
4. Перпендикуляры к векторам скоростей точек А и В параллельны (говорят пересекаются на бесконечности). В этом случае МЦС находится на бесконечности и выполняется $AP = \infty$; $V_A/AP = 0$. Рассматриваемое тело совершает мгновенное поступательное движение: все его точки в данный момент времени движутся с одинаковыми скоростями.

7. ЗАДАЧА Д.19

Предварительно надо присоединить к действующим на систему силам соответствующие силы инерции. Так как система приходит в движение из состояния покоя, направления ускорений тел соответствуют направлениям их движений.

Ввиду того, что среди сил, действующих на тела системы, есть сила трения, целесообразно по исходным данным найти истинное направление движения системы, чтобы правильно показать направление силы трения.

Если направление движения системы выбрано ошибочно, то искомое ускорение получается со знаком «минус». В этом случае необходимо изменить направления силы трения и сил инерции и внести соответствующие поправки в общее уравнение динамики.

Для определения натяжения нити необходимо мысленно разрезать нить и заменить ее действие на тело реакцией нити.

При решении задачи учесть, что для однородного тела, вращающегося вокруг своей оси симметрии, система сил инерции приводится к паре с моментом

$$M = I_z \cdot \epsilon$$

где I_z - момент инерции тела относительно оси вращения, ϵ - угловое ускорение тела; направление M противоположно направлению ϵ

Для тела массой m , совершающего плоское движение с ускорением « α », система сил инерции приводится к силе $\Phi = m \cdot \alpha$, приложенной в центре тяжести и направленной противоположно « α » и к паре с моментом $M = I_z \cdot \epsilon$, направление которого противоположно « ϵ ».

Примечание: 1. Радиусы инерции даны относительно центральных осей, перпендикулярных плоскости чертежа.

2. Коэффициент трения принимать одинаковым как при скольжении тела по плоскости, так и торможении колодкой.

Исходным уравнением при решении задачи будет:

$$\sum \delta A_k^\alpha + \sum \delta A_k^\phi = 0,$$

где $\sum \delta A_k^\alpha$ - сумма элементарных работ активных сил, приложенных к системе; $\sum \delta A_k^\phi$ - сумма элементарных работ сил инерции.

Для определения натяжения в ветвях нитей, к которым прикреплены грузы, необходимо сделать дополнительно два рисунка этих тел. Нить на рисунках оборвать и заменить ее действие реакцией (силой). Эту реакцию включить в число активных сил, действующих на это тело, и написать общее уравнение динамики для данного тела. Из уравнения найти искомую величину.

7. КРАТКИЕ ВОПРОСЫ (без выводов) К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИНАМИКЕ

1. Определить предмет динамики.
2. Определить понятие массы тела.
3. Первый закон Ньютона (формулировка).
4. Второй закон Ньютона (формулировка).
5. Третий закон Ньютона (формулировка).
6. Записать дифференциальные уравнения движения материальной точки в декартовых осях.

7. Записать дифференциальные уравнения движения материальной точки в естественных осях.
8. Первая задача динамики точки (формулировка).
9. Вторая задача динамики точки (формулировка).
10. Что называется начальными условиями?
11. Определить понятие силы инерции материальной точки.
12. Дать понятие механической системы.
13. Дать понятие сил внутренних и внешних.
14. Чему равен главный вектор внутренних сил механической системы?
15. Чему равен главный момент внутренних сил механической системы относительно оси?
16. Чему равен главный момент внутренних сил механической системы относительно центра?
17. Что называется центром масс механической системы?
18. Как соотносятся центр масс и центр тяжести твердого тела?
19. Теорема о движении центра масс механической системы (формулировка).
20. Какое влияние оказывают внутренние силы на движение центра масс механической системы?
21. Как влияет на движение центра тяжести твердого тела добавление к действующим на тело силам пары сил?
22. Какая сила приводит в движение автомобиль на горизонтальном участке пути?
23. Сформулировать закон сохранения движения центра масс механической системы.
24. Записать формулу для момента инерции материальной точки относительно оси.
25. Записать формулу для момента инерции твердого тела относительно оси.
26. Сформулировать и записать теорема Штейнера-Гюйгенса.
27. Дать понятие радиуса инерции твердого тела относительно оси.
28. Записать формулу элементарной работы силы на малом перемещении.
29. Записать формулу работы силы на конечном перемещении.
30. Записать выражение для работы силы тяжести на конечном перемещении.
31. Записать выражение для работы силы трения скольжения на конечном перемещении ($F_{\text{тр.}} = \text{const}$).
32. Записать выражение для работы силы, приложенной к телу, которое вращается вокруг неподвижной оси.
33. Чему равна работа внутренних сил неизменяемой системы на любое её перемещение?
34. При каком условии работа силы, приложенной к движущемуся телу, равна нулю?
35. Колесо катится без проскальзывания по шероховатой поверхности. Чему равна работа силы трения скольжения?
36. Записать формулу для кинетической энергии материальной точки.

37. Сформулировать теорему об изменении кинетической энергии материальной точки.
38. Записать формулу для кинетической энергии твердого тела в общем случае.
39. Кинетическая энергия твердого тела при поступательном движении (формула расчета).
40. Кинетическая энергия твердого тела при вращательном движении (формула расчета).
41. Кинетическая энергия твердого тела при плоском движении (формула расчета).
42. Сформулировать теорему об изменении кинетической энергии механической системы.
43. Записать формулу потенциальной энергии для упругой силы.
44. Дать понятие механической энергии материальной точки.
45. Закон сохранения механической энергии материальной точки (формулировка).
46. Импульс силы (Формула).
47. Сформулировать теорему об изменении количества движения материальной точки.
48. Записать формулу для главного вектора количеств движений механической системы.
49. Сформулировать теорему об изменении главного вектора количеств движений механической системы.
50. Сформулировать закон сохранения главного вектора количеств движений механической системы.
51. Записать формулу для вектора момента количества движения точки относительно центра.
52. Сформулировать теорему об изменении момента количества движения точки относительно центра.
53. Сформулировать теорему об изменении момента количества движения точки относительно оси.
54. Что называется главным моментом количеств движений механической системы относительно центра?
55. Записать формулу для момента количеств движений тела относительно оси вращения (кинетический момент).
56. Сформулировать теорему об изменении главного момента количеств движений механической системы относительно центра.
57. Сформулировать теорему об изменении главного момента количеств движений механической системы относительно оси.
58. Записать дифференциальное уравнение вращения твердого тела вокруг оси.
59. Пояснить, почему кошка, падающая с высоты, всегда приземляется на лапы?
60. Объясните, почему и как изменяется угловая скорость вращения фигуриста на льду при разведении и прижатии им рук к телу?
61. Дать определение понятию связи.

62. Связи удерживающие и не удерживающие (определение, пример).
63. Возможное перемещение точки (определение).
64. Определить понятие идеальной связи.
65. Показать, что шарнир без трения является идеальной связью.
66. Показать, что абсолютно твердая поверхность является идеальной связью для катящегося без скольжения абсолютно твердого диска.
67. Дать определение понятию числа степеней свободы механической системы.
68. Сколько степеней свободы имеет абсолютно твердое тело и почему?
69. Сформулировать и записать теорему о проекциях возможных перемещений двух точек твердого тела на отрезок, их соединяющий.
70. Сформулировать принцип возможных перемещений.
71. Сформулировать принцип Даламбера для материальной точки.
72. Сформулировать принцип Даламбера для системы материальных точек.
73. Записать общее уравнение динамики.

Номера задач из сборника [1]

26.1; 26.5; 26.9; 26.10; 27.2; 27.5; 27.40; 35.10; 35.20; 35.21; 36.9; 37.50; 37.53; 38.20; 38.38; 41.16; 46.10; 47.6; 47.13.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Мещерский, И.В. Задачи по теоретической механике: учеб. пособие для вузов / ред.: И.В. Мещерский, В.А. Пальмов, Д.Р. Меркин. – Изд. 50-е, стер. – Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2010. – 447, [1] с.
2. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: учеб. пособие для вузов / под общ. ред. А.А. Яблонского. – 17-е изд., стер. – Москва: КНОРУС, 2010. – 385 [2] с.
3. Тарг, С.М. Краткий курс теоретической механики: учебник для вузов / С.М. Тарг. – Изд. 18-е, стер. – Москва: Высш. шк., 2008. – 416 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. ЗАДАЧА Д.1	4
2. ЗАДАЧА Д.10	4
3. СВЯЗИ И РЕАКЦИИ В НИХ.....	6
4. ПРИНЦИП ВОЗМОЖНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ	8
5. ЗАДАЧА Д.14	9
6. СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЦС.....	10
7. ЗАДАЧА Д.19	11
8. КРАТКИЕ ВОПРОСЫ (без вывода) К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИНАМИКЕ	12
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	15

Подписано в печать 30.10.2014.	Усл. печ. л. 0,94	Тираж	экз.
Печать офсетная.	Бумага писчая.	Заказ №	_____.

Отпечатано: РИО ВоГУ, г. Вологда, ул. С. Орлова, 6