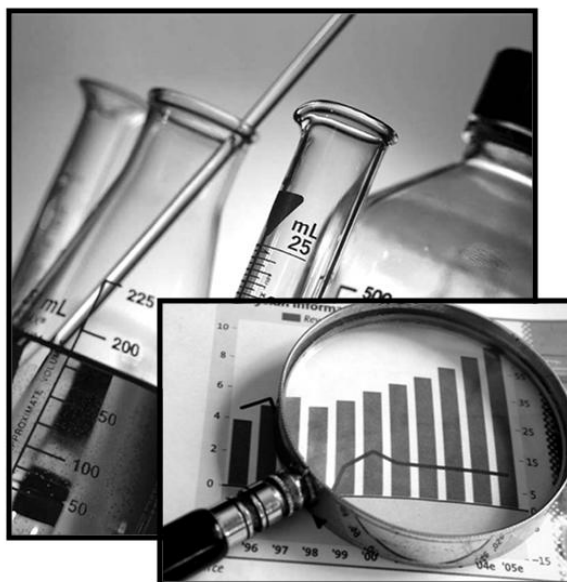


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Вологодский государственный технический университет

Кафедра *геоэкологии и инженерной геологии*

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

**Методические указания
для выполнения практических работ**



Факультет экологии

Направление бакалавриата 022000.62 – Экология и природопользование

Вологда

2013

УДК 001.8+31:630+31

ББК 60.6+73.4

Статистические методы обработки экологической информации: методические указания для выполнения практических работ / сост.: А.С. Новосёлов, Т.К. Карандашева. – Вологда: ВоГТУ, 2013. – 44 с.

Указания подготовлены кафедрой геоэкологии и инженерной геологии ВоГТУ и предусмотрены для выполнения работ в рамках изучения дисциплины **«Основы научных исследований»**. Рассматриваются вопросы, касающиеся основ статистической обработки материалов натурных опытов. В работе освещаются базовые статистические методы обработки экологической информации с примерами расчётов. Приведены варианты заданий для самостоятельной работы студентов и перечень тем к семинарским занятиям.

Указания предназначены для студентов, обучающихся по направлению бакалавриата **022000.62 – «Экология и природопользование»** на очном и заочном отделениях, но также будут полезны для подготовки курсовых работ и проектов, выпускных квалификационных работ и диссертаций.

Утверждено редакционно-издательским советом ВоГТУ

Составители: **А.С. Новосёлов**, канд. с.-х. наук, доцент
Т.К. Карандашева, канд. геогр. наук, доцент

Рецензент: **В.С. Вернодубенко**, канд. с.-х. наук, доцент
кафедры лесного хозяйства ВГМХА

Статистические методы многочисленны и многообразны. При научных исследованиях биологических явлений природы (и не только) наиболее эффективным служит метод массовых наблюдений. При этом в начале получают большое число наблюдений в полевых условиях, характеризующих те или иные явления или процессы. Собранный материал обрабатывается, анализируется и на основе этого делаются выводы и устанавливаются закономерности. Такой путь, когда от отдельных фактов формируются общие представления о процессе или явлении, называется прямым индуктивным методом. Так исследователями и специалистами, оценивающими экологическую информацию, обеспечивается правильная постановка опытов (наблюдений), получение кратких сводок и статистических характеристик опытных данных.

В основе статистических методов лежит предположение, что реакции отдельно взятого индивидуума или результата наблюдений случайны, непредсказуемы. Если такое поведение или результат наблюдения рассматривать в сочетании с подобными случаями, то могут получиться совокупности, в которых наблюдается единообразие, поддающееся численной оценке. В природных явлениях оно не строгое, и оценки процессов и явлений, получаемые по выборочным данным, даются не однозначно, а выражаются в вероятностной форме. Эти оценки можно успешно использовать для познания массовых явлений и принятия рациональных решений.

Настоящее издание включает обязательный минимум для изучения базовых разделов по вариационной статистике (гл. 1) и алгоритмы установления зависимости между исследуемыми рядами переменных (гл. 2), а также перечень тем для семинарских занятий и варианты задач для самостоятельной работы.

1. ОБРАБОТКА ОПЫТНЫХ ДАННЫХ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ

1.1. Группировка и обработка рядов данных. Вычисление статистических показателей непосредственным способом

Совокупность величин, расположенных в определённом порядке и имеющих одинаковый признак изменчивости (или варьирования), называется рядом распределения или **вариационным рядом**. Он показывает число повторений значений признака, по которому изучается статистическая совокупность. Единицы наблюдения, подлежащие статистической обработке, как правило, располагаются в случайной последовательности. По таким записям сложно судить о свойствах изучаемой статистической совокупности. Для этого единицы наблюдений большой выборки сводятся в вариационный ряд, который даёт наглядное представление об основных характеристиках изучаемого явления или процесса.

Вариантой называют признак, по которому изучается статистическая совокупность (диаметр, высота, влажность, температура и т.д.).

Интервал – это величина ступени, градации или классового промежутка

Численность – это число единиц наблюдения.

Под **частностью** следует понимать процентное отношение численности интервала к общему количеству единиц наблюдения.

При составлении вариационного ряда важно правильно выбрать число интервалов, которое зависит от количества единиц наблюдения. Для удобства можно воспользоваться градацией П.Ф. Рокицкого [3].

Численность:	25...40	41...60	61...100	101...200	≥201
Количество интервалов:	5...6	6...8	7...10	8...12	9...15

Число интервалов также можно определить через логарифм численности выборки по формуле (1.1):

$$k = 1 + 3,322 \cdot \lg(n), \quad (1.1)$$

где k – число интервалов вариационного ряда; n – численность выборки.

Необходимо помнить, что при малом числе интервалов изучаемое явление слишком схематизируется, а при большом – возникает пестрота распределения вариантов. Для правильного построения вариационного ряда важное условие – чтобы фактическое количество интервалов не отличалось от расчётного более чем на две.

После определения числа интервалов, рассчитывается их ширина i , т.е. шаг ступени (формула (1.2)).

$$i = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{k}, \quad (1.2)$$

где $X_{\max}$ – максимальная варианта; $X_{\min}$ – минимальная варианта.

Трёхзначные и четырёхзначные интервалы округляется до ближайшего числа, кратного 50 или 100. Если i имеет два знака до запятой и несколько знаков после, то его округляют до целого числа; если один знак до запятой и несколько – после, то – до десятых долей.

Для установления границ интервалов, необходимо к минимальному значению признака последовательно прибавлять принятую величину интервала. Например, при $x_{\min} = 8,2$ принимается левая граница первого интервала, равная 8,0, а ширина интервала – 3,0. Тогда получатся следующие интервальные границы: 0,8 – 11,0, 11,0 – 14,0 и так далее.

Среднее значение интервала иначе называют **ступенью вариационного ряда** – это $\frac{1}{2}$ суммы предельных значений интервала. Значения вариационного ряда разносятся по ступеням, т.е. группируются в классы.

Рабочая ведомость заполняется, как правило, по способу «конвертов» (рис. 1.1). Вначале ставятся точки по углам будущего «конверта» (цифры 1...4), затем точки поочерёдно соединяются линиями по всем сторонам (цифры 5 – 8). Значения 9 и 10 обозначаются соединением противоположных углов «конверта». При количестве вариантов в классе более десяти «конверт» рисуется снова.

Рабочая запись	•	••	•:	::	!:	┐:	└:	□	▢	⊠
Число	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Рис. 1.1. Оформление данных в графах ведомости

После группировки вариантов по интервалам рассчитываются основные статистические показатели. В практике статистического

анализа принято рассчитывать **шесть основных характеристик** вариационного ряда:

1. среднее значение ***M*** – формула (1.3);
2. основная ошибка среднего значения ***m_M*** – формула (1.4);
3. среднее квадратичное отклонение (или стандартное отклонение ***σ***) – формула (1.5);
4. коэффициент изменчивости (или вариации ***C***) – формула (1.6);
5. точность опыта ***p*** – формула (1.7);
6. достоверность среднего значения ***t_M*** – формула (1.8).

M – это обобщающая характеристика изучаемого признака в исследуемой совокупности, отражающая его типичный уровень в расчёте на единицу совокупности в конкретных условиях.

$$M = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_n \cdot n_n}{n_1 + n_2 + \dots + n_n} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{\sum n}, \quad (1.3)$$

где ***x_{1, 2, ..., n}*** – варианты совокупности; ***n*** – количество единиц наблюдения в классе.

σ – это основной показатель изменчивости (вариации) ряда распределения или среднее отклонение отдельных вариантов выборки от среднего значения, измеряющееся в тех же единицах.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - M)^2 \cdot n_i}{\sum n}}. \quad (1.4)$$

m_M – выражает величину, на которую отличается среднее значение выборки от среднего значения генеральной совокупности. Основная ошибка, как правило, записывается вместе со средним значением через знак **±** и измеряется в тех же единицах.

$$m_M = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \quad (1.5)$$

C – основное отклонение, выраженное в процентах от среднего значения. Изменчивость считается *малой*, если ***C*** < 10,0%; *средней* – ***C*** = 10,1...30,0% и *большой*, при ***C*** > 30,1%.

$$C = \frac{\sigma}{M} \cdot 100\%. \quad (1.6)$$

P – служит ошибкой наблюдения и характеризует расхождения между выборочной и генеральной средними. Точность опыта счи-

тается *высокой*, если $P < 5\%$ или *удовлетворительной* (при P от 6 до 10%). В других случаях результаты считаются не точными.

$$P = \frac{C}{\sqrt{n}} = \frac{m_M}{M} \cdot 100\% . \quad (1.7)$$

t_M – это показатель надёжности среднего значения, численно равный отношению среднего значения к его основной ошибке (1.8).

$$t_M = \frac{M}{m_M} . \quad (1.8)$$

Среднее значение достоверно, если $t_M > 4$. Результаты исследований считаются достоверными, если $t_M \geq 3$ [1]. В том случае, если показатель достоверности менее трёх, среднее значение нельзя использовать при формулировании выводов.

Для выполнения расчёта статистических показателей выборки непосредственным способом варианты рядов данных приведены в прил. 1.

Пример расчёта

В результате исследования было получено 56 измерений диаметров деревьев в древостое на высоте груди (1,3 м). Необходимо рассчитать основные статистические показатели методом сгруппированных данных.

Исходя из градации П.Ф. Рокицкого, выбираем семь интервалов для распределения вариантов (восьмой интервал назначается для малого остатка), тогда величина интервала будет равной:

$$i = \frac{21,3 - 6,1}{7} \approx 2 \text{ см}.$$

Распределение вариантов удобнее вести в табличной форме (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Распределение диаметров деревьев по интервалам

Границы интервалов, см	Среднее значение интервала, см	Численность, шт.		Частность, %	Кумулята частностей
		рабочая запись	число		
6,0...7,9	7	Π	7	13	13
8,0...9,9	9	Π	7	13	26
10,0...11,9	11	⊠!:	15	26	52
12,0...13,9	13	⊠	9	16	68
14,0...15,9	15	□	8	14	82
16,0...17,9	17	::	4	7	89
18,0...19,9	19	··	2	4	93

20,0...21,9	21	::	4	7	100
Итого	-	-	56	100	-

Графическое выражение вариационного ряда приводится в виде графика (рис. 1.2, часть «А»). Кумулята частностей рассчитывается следующим образом. Для первого интервала 13%, для второго – 13+13=26 и т.д.

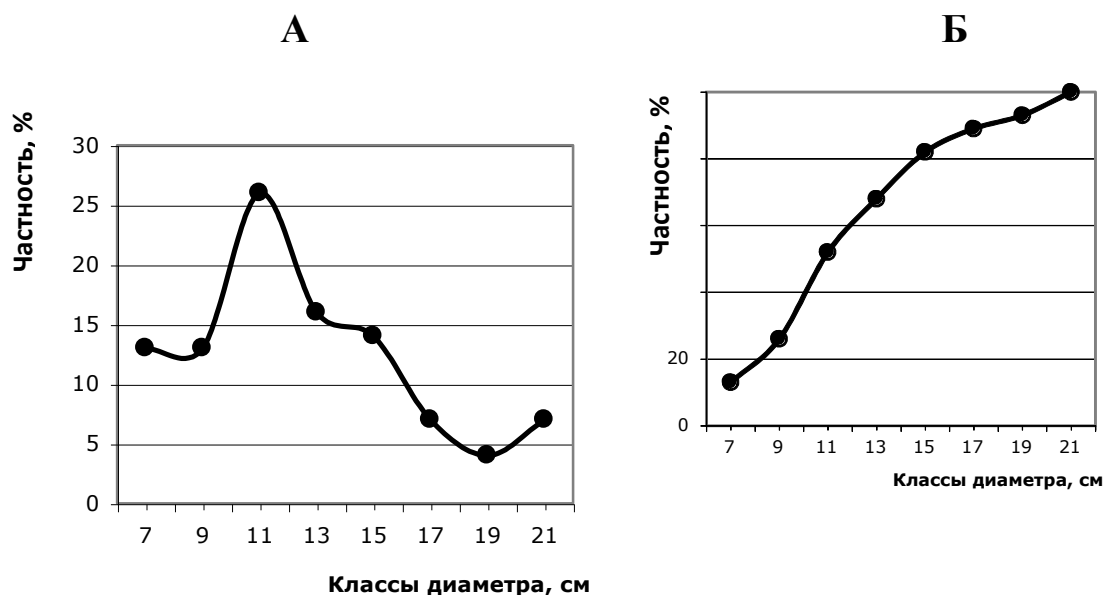


Рис. 1.2. Графическая представленность вариационного ряда:
А – распределение частностей; **Б** – кумулята частностей

Для вычисления основных статистических показателей непосредственным способом заполняется вспомогательная таблица 1.2.

Таблица 1.2

Среднее значение интервала (x_i), см	Численность (n_i), шт.	$x_i \cdot n_i$	$x_i - M$	$(x_i - M)^2$	$(x_i - M)^2 \cdot n_i$
7	7	49	-5,57	31,04	217,29
9	7	63	-3,57	12,76	89,29
11	15	165	-1,57	2,47	37,04
13	9	117	0,43	0,18	1,65
15	8	120	2,43	5,90	47,18
17	4	68	4,43	19,61	78,45
19	2	38	6,43	41,33	82,65
21	4	84	8,43	71,04	284,16

Всего	56	704	-	-	837,71
-------	----	-----	---	---	--------

Средний диаметр M_d :

$$M_d = \frac{704}{56} = 12,57 \text{ см.}$$

Среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{837,71}{56}} = 3,87 \text{ см.}$$

Тогда **основная ошибка среднего значения** составит:

$$m_M = \frac{3,87}{\sqrt{56}} = 0,52.$$

Коэффициент изменчивости:

$$C = \frac{3,87}{12,6} \cdot 100\% = 30,77\%.$$

Так как коэффициент $C > 30,1\%$, то изменчивость признака оценивается как **высокая**.

Далее выполняется расчёт **точности опыта**:

$$P = \frac{0,52}{12,6} \cdot 100\% = 4,11\% \quad \text{или} \quad \frac{30,77}{\sqrt{56}} = 4,11\%.$$

Точность опыта **высокая** (т.к. $P < 5\%$).

Для определения **достоверности** рассчитывается t_M :

$$t_M = \frac{12,6}{0,52} = 24,32.$$

Средний диаметр деревьев в насаждении был определён достоверно, т.к. $t_M = 24,32 (>4)$.

Вывод. Средний диаметр насаждения составляет $12,6 \pm 0,52$ см. Изменчивость признака **высокая**. Точность опыта **высокая**, и полученные статистические параметры **достоверны**.

1.2. Вычисление статистических показателей малой выборки

Малой выборкой принято считать вариационный ряд с небольшим количеством единиц наблюдения (менее 30).

В случае малой выборки среднее значение считается по формуле (1.8) и среднее квадратичное отклонение – формула (1.9).

$$M = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{n}, \quad (1.8)$$

где $x_1 + x_2 + \dots + x_k$ – варианты совокупности; n – количество единиц наблюдения.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - M)^2}{n - 1}}. \quad (1.9)$$

Прочие статистические показатели выборки считаются так же, как и в предыдущем разделе 1.1.

Требуется рассчитать основные статистические показатели для двух вариационных рядов. Варианты заданий исходных данных выбираются на основе приложения 2 и приведены в таблице 1.3.

Таблица 1.3

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Номера столбцов	3, 13	4, 5	5, 6	6, 7	7, 8	8, 9	9, 10	13, 23	14, 15	15, 16	16, 17	17, 28	18, 19
Вариант	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	15	26
Номера столбцов	19, 29	3, 23	24, 25	25, 26	26, 27	7, 28	28, 29	19, 29	30, 10	10, 20	30, 20	5, 15	3, 10

Пример расчёта

В лиственничниках разного возраста южной части центральной Сибири (Прибайкалье. Брусничный тип. II класс бонитета) и в нормальных сосняках (Скандинавско-Русская провинция, хвойно-широколиственные леса. Сосняки Литвы. Ia класс бонитета) были оценены запасы надземной фитомассы. Требуется с помощью статистического метода малой выборки вычислить основные показатели рядов данных. Установить, достоверность и различие вычисленных средних значений.

В начале заполняется (рассчитывается) таблица 1.4.

Таблица 1.4

Номер п/п	Варианты (запас надземной фитомассы лиственничников, т/га), x_i	Квадраты центрального отклонения $(x_i - M)^2$	Номер п/п	Варианты (запас над- земной фи- томассы сосняков, т/га), x_i	Квадраты центрального отклонения $(x_i - M)^2$
1	1,8	0,00	1	2,5	5,14
2	1,3	0,21	2	2,6	4,61
3	1,1	0,45	3	2,5	4,78
4	1,1	0,49	4	2,7	4,15
5	1,1	0,52	5	2,9	3,52
6	1,1	0,52	6	3,0	2,91
7	1,1	0,52	7	3,2	2,30
8	1,2	0,41	8	3,4	1,79
9	1,1	0,49	9	3,6	1,34
10	1,3	0,27	10	3,7	0,97
11	1,4	0,19	11	3,9	0,62
12	1,5	0,12	12	4,1	0,34
13	1,5	0,07	13	4,3	0,17
14	1,6	0,03	14	4,5	0,05
15	1,2	0,36	15	4,5	0,05
16	1,9	0,01	16	4,9	0,02
17	2,0	0,04	17	5,1	0,14
18	2,1	0,12	18	5,3	0,31
19	2,3	0,23	19	5,5	0,57
20	2,4	0,41	20	5,7	0,91
21	2,6	0,64	21	5,9	1,33
22	2,8	0,90	22	6,1	1,80
23	2,9	1,23	23	6,3	2,38
24	3,4	2,56	24	5,9	1,38
25	3,2	2,05	25	6,6	3,62
n=25	Σ 44,99	Σ 12,83	26	6,9	4,51
			27	7,0	5,26
			28	7,2	6,12
			29	7,4	7,04
			n=29	Σ 137,08	Σ 68,12

Определяются **средние запасы фитомассы** для каждой выборки (M_f):

$$1. M_f = \frac{44,99}{25} = 1,80 \text{ т/га}; 2. M_f = \frac{137,08}{29} = 4,73 \text{ т/га}.$$

Далее необходимо определить **среднеквадратичные отклонения**:

$$1. \sigma = \sqrt{\frac{12,83}{24}} = 0,73 \text{ т/га}; 2. \sigma = \sqrt{\frac{68,12}{28}} = 1,56 \text{ т/га}.$$

Тогда **основные ошибки средних значений** составят:

$$1. m_M = \frac{0,73}{5} = 0,15; 2. m_M = \frac{1,56}{5,39} = 0,29.$$

Коэффициенты изменчивости будут равны:

$$1. C = \frac{\sigma}{M} \cdot 100\% = \frac{0,73}{1,8} \cdot 100\% = 40,6\%;$$

$$2. C = \frac{\sigma}{M} \cdot 100\% = \frac{1,56}{4,73} \cdot 100\% = 32,9\%.$$

Так как коэффициенты **C** удовлетворяют тождеству $C > 30,1\%$, то изменчивость обоих признаков оценивается как **высокая**.

Далее выполняются расчёты **точности опыта**:

$$1. P = \frac{0,15}{1,8} \cdot 100\% = 8,3\% \text{ или } \frac{40,56}{\sqrt{25}} = 8,1\%;$$

$$2. P = \frac{0,29}{4,73} \cdot 100\% = 6,1\% \text{ или } \frac{32,98}{\sqrt{29}} = 6,1\%.$$

Точность опыта в обоих случаях **удовлетворительная** (т.к. $P_{\text{факт.}}$ находится в пределе от 6 до 10%). Для определения **достоверности** суждения следует найти t_M :

$$1. t_M = \frac{1,8}{0,15} = 12,0;$$

$$2. t_M = \frac{4,73}{0,29} = 16,3.$$

Вывод. Средние запасы надземной фитомассы в лиственныхниках (1,8 т/га) и сосняках (4,73 т/га) были определены *достоверно*, т.к. t_M в обоих случаях больше четырёх. Для расчёта достоверности различия средних значений перейдём к следующему разделу.

1.3. Достоверность различия средних значений

Чтобы иметь определённый уровень доверия к выборочной средней, как к оценке генеральной средней величины, необходимо пользоваться соответствующим критерием, показывающим, как изменяются значения для выборок разных численностей. Такой критерий (t_{st}) был создан в 1908 г английским учёным В.С. Госсетом (псевдоним Стьюдент). В прил. 4 приведены критические значения t_{st} , которые соответствуют различному числу степеней свободы и наиболее употребляемым (стандартным) уровням вероятности (95,0; 99,0 и 99,9%) безошибочного заключения. Если найденное в каком-либо опыте $t_{фактич.}$ превзойдёт (или будет равно) по своей величине табличное значение t_{st} для данного уровня вероятности, то его нельзя уже объяснить случайными причинами.

Анализ достоверности различия средних значений ($t_{разл.}$) имеет практическое значение при оценке статистической значимости разности выборочных средних величин в сопоставляемых распределениях. Для расчёта $t_{разл.}$ (формула (1.10)) требуется найти основные статистические показатели выборок.

$$t_{разл.} = \frac{|M_1 - M_2|}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}, \quad (1.10)$$

где M_1 и M_2 – средние значения в сравниваемых выборках (причём $|M_1| > |M_2|$); m_1 и m_2 – ошибки средних значений, соответственно.

Критическое значение критерия t_{st} для двух вариационных рядов определяется по таблице (прил. 4) с учётом их объёма и числа степеней свободы (n). Общий показатель рассчитывается по формуле (1.11):

$$n' = n_1 + n_2 - 2, \quad (1.11)$$

где n_1 и n_2 – количества переменных в выборках, соответственно.

При $t_{факт.} \geq t_{st}$ различие в средних на выбранном уровне значимости считается доказанным.

Пример расчёта

В нашем примере достоверность различия двух средних значений будет следующей:

$$t_{разл.} = \frac{|4,73 - 1,80|}{\sqrt{0,29^2 + 0,15^2}} = 8,97.$$

В нашем случае $n' = 25 + 29 - 2 = 52$, и $t_{фактич.} > t_{0.001}$ ($8,97 > 3,50$). Таким образом, различие средних значений двух рассмотренных выборок на выбранном уровне значимости (99,9%) статистически полностью доказано.

2. УСТАНОВЛЕНИЕ УРОВНЯ СВЯЗИ МЕЖДУ ИССЛЕДУЕМЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ

2.1. Корреляция Пирсона

Первые работы в области установления связи между исследуемыми признаками принадлежат Карлу Пирсону (1896 г.), который является основоположником математической статистики, а термин **«корреляция»** был введён 1888 году Фрэнсисом Гальтоном.

В природе все явления взаимосвязаны. Некоторые из них находятся в тесной зависимости, другие – изменяются в определённом направлении под влиянием общих условий. Так, производительность древостоев зависит от плодородия почв, а диаметры и высоты деревьев взаимосвязано изменяются под влиянием некоторых общих факторов. В дальнейшем изложении все такого рода зависимости и связи, как имеющие общие методы их статистического измерения, будем называть **корреляцией**, или **связью**. При употреблении слова **зависимость** ему придаётся такое же статистическое значение.

Статистическое исследование корреляции сводится к установлению факта связи, определению её формы, направленности и

тесноты. Установление факта связи производят сначала на основе анализа явления. Например, можно сказать о наличии корреляции между размерами диаметра (толщины) и высоты деревьев в древостое ещё до её измерения. В других случаях наличие корреляции между изучаемыми признаками нельзя предсказать столь определённо. В этом случае решается вопрос о наличии корреляции на основе статистического анализа результатов измерения.

Корреляцию называют **простой**, если она определяется на основе двух признаков, или **множественной**, если изменение результативного признака находят в связи с влиянием или изменением нескольких факториальных признаков.

По форме различают корреляцию **линейную**, когда зависимость между признаками отражается линейной зависимостью, и **криволинейную**, когда зависимость отражается уравнением какой-либо кривой. Во многих случаях форму связи можно предсказать до опыта. Статистический анализ даёт ответ о форме связи и в тех случаях, когда на основе предварительного анализа её установить трудно или практически невозможно.

По направленности различают **прямую корреляцию**, когда с увеличением одного признака в среднем увеличиваются и значения другого, а с уменьшением – уменьшаются, и **обратную**, когда с увеличением значений одного признака значения другого в среднем уменьшаются и наоборот.

Тесноту корреляции, или степень сопряжённости между значениями одного и другого признака, выражают в виде отвлеченной статистической характеристики (показателя) связи – коэффициента корреляции r . Он изменяется в пределах от 0 до +1 (при прямой зависимости) и от 0 до -1 (при обратной связи). Если по расчётам $r=1$, то такую связь называется **функциональной**.

Существует несколько вариантов оценки коэффициента корреляции (табл. 2.1), среди которых наибольшее распространение в биологии, экологии и лесном хозяйстве получили градации Н.Н. Свалова (1977), М.Л. Дворецкого (1961) и А.В. Тюрина (1961). В научных работах (в том числе статьях, диссертациях, монографиях и т. д.), как правило, используется один вариант оценки показателя уровня связи, приводя в скобках её автора. Далее теснота связи будет оцениваться по градации М.Л. Дворецкого (1961).

Расчёт коэффициента корреляции (r) по Пирсону проводится по формуле (2.1).

$$r = \frac{\sum (x_i - M_x) \cdot (y_i - M_y)}{\sqrt{\sum (x_i - M_x)^2 \cdot \sum (y_i - M_y)^2}}. \quad (2.1)$$

Ошибка коэффициента корреляции (m_r) рассчитывается по формуле (2.2):

$$m_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}}. \quad (2.2)$$

Таблица 2.1

Коэффициент корреляции, ранговая корреляция, конкордация	Оценка теснота связи
По М.Л. Дворецкому	
менее 0,30	слабая
0,31...0,50	умеренная
0,51...0,70	значительная
0,71...0,90	высокая
0,91 и более	очень высокая
По Н.Н. Свалову	
менее 0,30	слабая (менее 10% от общей доли дисперсии)
0,31...0,70	умеренная (от 10 до 50% от общей доли дисперсии)
0,71 и более	сильная (или тесная) связь (50% и более от общей доли дисперсии)
По А.В. Тюрину	
менее 0,30	слабая
0,31...0,50	умеренная
0,51...0,70	высокая
0,71...1,00	очень высокая

Достоверность коэффициента корреляции (t_r) определяется по формуле (2.3):

$$t_r = \frac{r}{m_r}. \quad (2.3)$$

Проверка **значимости коэффициента корреляции ($t_{\text{факт.}}$)** проводится по формуле (2.4).

$$t_{\text{факт.}} = \frac{r \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \geq t(\alpha, n-2), \quad (2.4)$$

где n – число наблюдений (объём выборки); $t(\alpha, n-2)$ – табличное значение t-критерия Стьюдента, определённое на уровне значимости α с числом степеней свободы $n-2$.

Варианты заданий (прил. 2) для установления тесноты связи между возрастом и прочими показателями насаждений приведены в таблице 2.2.

Таблица 2.2

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Номера столбцов	1, 2	2, 3	1, 4	1, 5	1, 6	1, 6	1, 7	1, 8	1, 9	1, 10	11, 12	11, 13	11, 14
Вариант	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	15	26
Номера столбцов	11, 15	11, 16	11, 17	11, 18	12, 20	11, 20	21, 22	21, 23	21, 24	21, 25	21, 26	21, 27	21, 28

Пример расчёта

Требуется установить характер корреляционной связи между числом деревьев (тыс. экз./га) на пробных площадях в разном возрасте древостоя и запасом фитомассы в абсолютно сухом состоянии стволов в коре (т/га).

Во время заполнения вспомогательной таблицы 2.3, необходимо рассчитать средние значения выборок. **Сумма центральных отклонений** должна равняться нулю, но при округлении среднего значения до десятых долей она не должна превышать $\pm 0,5$ (табл. 2.3, гр. 4 и 5).

$M_x = 56,01/25 = 2,24$ тыс. экз./га;

$M_y = 4148,20/25 = 165,93$ т/га.

Коэффициент корреляции будет следующим:

$$r = \frac{-5616,26}{\sqrt{608,80 \cdot 102179,09}} = -0,71.$$

Ошибка коэффициента корреляции составит:

$$m_r = \frac{1 - (-0,71)^2}{\sqrt{25}} = 0,10.$$

Достоверность коэффициента корреляции:

$$t_r = \frac{r}{m_r} = \frac{-0,71}{0,10} = -7,10.$$

Таблица 2.3

Вычисление коэффициента корреляции при малой выборке

Номер п/п	Признаки		$x_i - M_x$	$y_i - M_y$	$(x_i - M_x) \cdot (y_i - M_y)$	$(x_i - M_x)^2$	$(y_i - M_y)^2$
	Число стволов деревьев на пробках (тыс. экз./га), x_i	Запас фитомассы в абсолютно сухом состоянии стволов в коре (т/га), y_i					
1	2	3	4	5	6	7	8
1	25,26	10,3	23,02	-155,63	-3582,60	529,92	24220,70
2	7,33	29,2	5,09	-136,73	-696,37	25,94	18695,09
3	4,11	52,3	1,87	-113,63	-212,60	3,50	12911,78
4	2,86	75,5	0,62	-90,43	-56,07	0,38	8177,58
5	2,08	97,3	-0,16	-68,63	11,12	0,03	4710,08
6	1,68	118,6	-0,56	-47,33	26,65	0,32	2240,13
7	1,45	135,9	-0,79	-30,03	23,75	0,63	901,80
8	1,22	151,8	-1,02	-14,13	14,45	1,05	199,66
9	1,07	164,6	-1,17	-1,33	1,55	1,36	1,77
10	0,95	174,9	-1,29	8,97	-11,55	1,66	80,46
11	0,86	183,7	-1,38	17,77	-24,47	1,90	315,77
12	0,79	190,0	-1,45	24,07	-35,00	2,11	579,36
13	0,73	195,8	-1,51	29,87	-45,04	2,27	892,22
14	0,68	201,0	-1,56	35,07	-54,88	2,45	1229,90
15	0,62	205,3	-1,62	39,37	-63,82	2,63	1550,00
16	0,57	208,1	-1,67	42,17	-70,34	2,78	1778,31
17	0,53	210,3	-1,71	44,37	-75,92	2,93	1968,70
18	0,49	212,5	-1,75	46,57	-81,31	3,05	2168,76
19	0,46	214,7	-1,78	48,77	-86,71	3,16	2378,51
20	0,43	216,4	-1,81	50,47	-91,15	3,26	2547,22
21	0,41	217,7	-1,83	51,77	-94,89	3,36	2680,13
22	0,39	218,8	-1,85	52,87	-98,02	3,44	2795,24
23	0,37	220,0	-1,87	54,07	-101,38	3,52	2923,56
24	0,35	221,2	-1,89	55,27	-104,63	3,58	3054,77
25	0,33	222,3	-1,91	56,37	-107,67	3,65	3177,58
$\Sigma 56,01$		$\Sigma 4148,20$	-	-	$\Sigma -5616,26$	$\Sigma 608,80$	$\Sigma 102179,09$

Тогда значимость коэффициента корреляции будет равна:

$$t_{\text{факт.}} = \frac{-0,71 \cdot \sqrt{25-2}}{\sqrt{1-(-0,71)^2}} = \frac{-3,41}{0,704} = -4,84.$$

Нужно заключить, что корреляция (оцененная по шкале Дворецкого как **высокая**) доказана на самом высоком уровне значимости (99,9%) – $t_{\text{факт.}} \geq t_{\text{ст } 0,001} (|4,84| > |3,77|)$. Так как коэффициент корреляции со знаком «–» – связь установлена обратной, то есть с увеличением среднего возраста древостоев численность их деревьев снижается, а запасы фитомассы в абсолютно сухом состоянии стволов в коре плавно возрастают.

Также необходимо рассчитать **коэффициент** (или **индекс**) **детерминации**, который показывает долю изменений зависимой переменной y с изменением независимой переменной x . Для этого нужно возвести в квадрат коэффициент корреляции. В рассматриваемом примере он будет равен $\eta = (-0,71)^2 = 0,50$. Это означает, что в 50% случаев численность деревьев в лесном выделе изменяется в зависимости от среднего возраста древостоев, в остальных 50% – она обусловлена другими причинами.

2.2. Ранговая корреляция Спирмена

Ранжирование считается менее эффективным способом оценки связи для количественных признаков, имеющих точную меру. При ранжировании происходит потеря информации об истинной величине признака, заменяемой рангом. Данный метод может быть использован не только для количественно выраженных данных, но также и в случаях, когда регистрируемые значения определяются описательными признаками различной интенсивности.

Коэффициент ранговой корреляции Спирмена целесообразно применять при наличии небольшого количества наблюдений (5...15 вариантов). Самый высокий ранг присваивается самому значимому значению в ряде. Прочие ранги устанавливаются по мере снижения значимости значений.

Существует ряд ограничений применения коэффициента ранговой корреляции: **1)** по каждой переменной должно быть представлено *не менее пяти* наблюдений; **2)** при большом количестве одинаковых рангов по одной или обоим переменным коэффициент даёт приближённые значения. В идеале оба коррелируемых ряда должны представлять собой две последовательности с несовпадающими значениями.

В приведённых в конце указаний заданиях городские почвы (прил. 3, табл. 1) в большей степени прогреваются в середине лета (середина июля имеет наивысший ранг). Наибольшее снегонакопление (прил. 3, табл. 2 и 3) приходится на середину января, а наименьшее – на ранние даты декабря. Снижение ранга начинается с середины января, причём, менее высокий ранг – в конце месяца, а ещё ниже – в его начале. Далее ранги идут в убывающей последовательности в феврале и так до конца марта, достигая первого ранга в начале декабря.

Порядок расчёта

1) исходные пары признаков заносятся в колонки 2 и 4 табл. 2.4; их ранги прописываются в колонках «Ранг А» и «Ранг Б»; **2)** Выполняется подсчёт разности между рангами «А» и «Б» (колонка 6); **3)** Каждая разность ***d*** возводится в квадрат (колонка 7); **4)** Рассчитывается сумма квадратов; **5)** В конечном итоге по формуле (2.5) исчисляется коэффициент ранговой корреляции r_s .

$$r_s = 1 - 6 \cdot \frac{\sum d^2}{N \cdot (N^2 - 1)}, \quad (2.5)$$

где ***N*** – число коррелируемых пар признаков; ***d*** – разности рангов.

Для вычисления ранговой корреляции варианты заданий приведены в таблице 2.3 (прил. 3).

Таблица 2.3

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Номера столбцов	1, 2	1, 3	1, 4	5, 6	5, 7	5, 8	9, 10	9, 11	9, 12	9, 13	9, 14	9, 15	9, 16
Номер варианта	14	15	16	17	18	19	20	21	-	-	-	-	-
Номера столбцов	9, 17	9, 18	19, 20	19, 21	19, 22	19, 23	19, 24	19, 25	-	-	-	-	-

Пример расчёта

Расчёт начинается с заполнения табл. 2.4.

Таблица 2.4

Расчёт рангового коэффициента корреляции

Номер п/п	Значения «А»	Ранг «А»	Значения «Б»	Ранг «Б»	<i>d</i> (ранг «А» - ранг «Б»)	<i>d</i>²
1	2	3	4	5	6	7
1	100	5	98	9	-4	16
2	1233	9	90	8	1	1
3	1365	10	100	10	0	0
4	55	4	14	4	0	0
5	1225	8	88	7	1	1

Окончание табл. 2.4

1	2	3	4	5	6	7
6	155	6	52	5	1	1
7	616	7	76	6	1	1
8	36	2,5	10	2,5	0	0
9	36	2,5	10	2,5	0	0
10	25	1	9	1	0	0
Суммы	-	55	-	55	0	20

Имея все промежуточные исчисления, рассчитывается r_s :

$$r_s = 1 - 6 \cdot \frac{20}{10 \cdot (10^2 - 1)} = 0,88.$$

По градации Дворецкого связь оценивается как **высокая**.

Расчёт значимости коэффициента ранговой корреляции на различных уровнях выполняется аналогично исчислению для коэффициента корреляции Пирсона.

2.3. Конкордация Кенделла

Конкордация Кенделла – это непараметрический статистический тест. Обычно он используется для измерения статистической связи между несколькими выборками. Если для корреляции Пирсона используется дополнительное предположение о нормальности выборок, и сравниваются одновременно только две коррелируемые пары, то в конкордации Кенделла нет предположения о виде распределений, и количество выборок не ограничивается.

Принцип ранжирования такой же, как и при расчёте коэффициента ранговой корреляции Спирмена. Коэффициент Кенделла (W) можно рассчитать по следующей формуле (2.6).

$$W = \frac{12 \times S}{m^2 \cdot (n^3 - n)}, \quad (2.6)$$

где m – количество коррелируемых факторов; n – число наблюдений; S – сумма квадратов отклонений суммы рангов;

Но, в начале, выполняется вспомогательная таблица 2.6, которая приведена в примере расчёта.

Отдельно (формула (2.7)) подсчитывается сумма квадратов S .

$$S = \sum (\sum R_i) - \frac{(\sum (\sum R_i)^2)}{n}, \quad (2.7)$$

где R_i – ранг i -показателя.

Варианты заданий для исчислений коэффициента Кенделла приведены в таблице 2.5 (прил. 3).

Таблица 2.5

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Номера столбцов	1, 2, 3	1, 2, 4	1, 3, 4	5, 6, 7	5, 7, 8	5, 6, 8	9, 10, 11	9, 10, 12	9, 11, 12	9, 13, 14	9, 14, 15	9, 13, 15	9, 16, 17
Номер варианта	14	15	16	17	18	19	20	21	-	-	-	-	-
Номера столбцов	9, 17, 18	9, 16, 18	19, 20, 21	19, 21, 22	19, 20, 22	19, 23, 24	19, 23, 25	19, 24, 25	-	-	-	-	-

Пример расчёта

Ряд признаков «А»: 950; 480; 520; 300; 1000;

Ряд признаков «Б»: 6,6; 4,2; 3,9; 4,1; 6,3;

Ряд признаков «В»: 73; 75; 72; 80; 67.

Требуется рассчитать тесноту связи между ними.

Для этого оформляется таблица 2.6.

Таблица 2.6

Расчёт рангового коэффициента корреляции

Номер п/п	Ряды			Ранги			ΣR_i	$(\Sigma R_i)^2$
	А	Б	В	R_x	R_y	R_z		
	x	y	z					
1	300	4,1	80	1	2	5	8	64
2	950	6,6	73	4	5	3	12	144
3	520	3,9	72	3	1	2	6	36
4	480	4,2	75	2	3	4	9	81
5	1000	6,3	67	5	4	1	10	100
Итого	-	-	-	15	15	15	45	425

Подставив значения в формулу (2.7), получим:

$$S = 425 - \frac{45^2}{5} = 425 - 405 = 20.$$

Тогда коэффициент Конкордации Кенделла будет следующим.

$$W = \frac{12 \cdot 20}{3^2 \cdot (5^3 - 5)} = \frac{240}{9 \cdot 120} = 0,22.$$

Воспользовавшись градацией Дворецкого, нужно заключить, что какая-либо **связь** между показателями **отсутствует**.

Проводить расчёт значимости коэффициента конкордации Кенделла на различных уровнях нет надобности.

Контрольные вопросы

1. Что такое вариационный ряд и его ступень?
2. Назовите шесть основных характеристик вариационного ряда и дайте им краткие пояснения.
3. В каких случаях нельзя использовать среднее значение вариационного ряда для формулирования вывода?
4. Как проверить то, действительно ли есть различие между двумя средними значениями выборок (поясните развёрнуто)?
5. Что такое корреляция? Кто впервые разработал способ её исчисления между исследуемыми признаками?
6. Поясните виды корреляции: простая и множественная, линейная и криволинейная, прямая и обратная.
7. Для чего необходимо вычислять индекс детерминации?
8. Для чего применяется t-критерий Стьюдента?
9. Какие критерии оценки коэффициента корреляции вы знаете? Поясните подробно любую из них
10. Что такое ранжирование и для чего оно применяется?
11. Что такое корреляция Спирмена и конкордация Кенделла (дайте пояснения этим методам)?

Библиографический список

1. **Гусев, И.И.** Моделирование экосистем / И.И. Гусев. – Архангельск: АГТУ, 2002. – 112 с.
2. **Дворецкий, М.Л.** Практическое пособие по вариационной статистике / М.Л.Дворецкий. – Йошкар-Ола: Поволжский ЛТИ, 1961.–99 с.
3. **Рокицкий, П.Ф.** Биологическая статистика / П. Ф. Рокицкий. – Минск: Высш. шк., 1964. – 327 с.
4. **Свалов, Н.Н.** Вариационная статистика / Н.Н. Свалов. – М.: Лесная промышленность, 1977. – 176 с.
5. **Тюрин, А.В.** Основы вариационной статистики в применении к лесоводству / А.В. Тюрин. – М.; Л.: Гослесбумиздат, 1961. – 26 с.

П р и л о ж е н и я

Приложение 1

Исходные данные для вычисления статистических показателей вариационного ряда

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
13,3	12,0	12,7	13,4	15,1	12,7	11,1	10,9	20,4	13,1	27,5	25,1	15,5
12,2	12,5	13,8	15,7	14,8	14,2	20,2	10,9	20,8	10,4	15,2	18,5	17,5
9,5	23,5	14,5	30,3	13,7	15,1	16,3	16,0	18,2	6,0	21,6	16,0	8,9
12,2	14,0	15,8	18,7	11,9	18,2	16,2	11,4	10,5	9,5	24,4	12,7	11,5
14,7	12,2	19,5	22,1	11,8	25,1	16,7	13,0	16,2	13,6	21,4	14,8	7,2
20,6	14,2	7,1	21,3	20,9	13,6	9,3	15,1	8,7	6,0	21,3	15,3	7,5
13,2	19,5	11,5	19,6	11,2	23,8	15,4	11,9	13,2	10,5	21,5	19,4	7,6
22,1	15,4	15,2	29,5	8,0	26,2	9,4	12,4	10,6	12,5	17,0	16,1	7,8
16,0	19,8	20,4	24,1	8,5	15,6	10,0	12,4	6,2	15,4	21,3	13,5	7,8
16,0	8,0	19,5	24,0	11,5	28,0	8,2	25,0	9,1	18,2	29,3	14,5	8,2
15,1	12,8	12,3	16,8	7,1	17,6	8,8	14,1	9,7	9,5	22,7	13,4	8,5
17,8	22,2	15,5	19,8	13,8	29,7	10,9	10,4	8,0	13,1	23,1	17,4	9,2
7,5	12,5	17,5	26,8	10,4	22,4	20,6	10,4	12,6	14,0	16,4	17,6	12,7
14,3	16,1	8,9	27,6	7,2	23,5	8,8	8,5	11,5	7,1	27,6	15,2	13,8
15,3	14,5	11,5	24,7	16,3	20,8	13,2	13,3	9,2	7,5	27,4	11,5	14,5
13,1	13,1	7,2	29,5	11,3	25,2	11,3	21,2	6,9	7,3	27,5	12,4	15,8
7,5	15,1	7,5	20,5	11,2	27,0	11,5	17,2	10,5	21,3	18,0	24,2	19,5
12,3	10,8	7,6	22,1	7,2	29,9	21,6	11,5	6,2	8,0	20,7	17,5	7,1
11,5	12,0	7,8	18,4	10,3	14,0	14,7	14,2	10,1	7,5	15,5	13,2	11,5
11,2	18,0	7,8	22,9	16,9	23,3	21,5	24,2	8,5	13,7	15,1	10,2	15,2
10,9	13,5	8,2	13,5	17,5	13,3	15,9	20,8	8,8	11,6	16,7	12,4	20,4
11,4	11,8	8,5	22,5	11,3	14,3	12,3	17,5	8,6	9,7	23,6	10,5	19,5
14,3	13,7	9,2	20,2	15,4	14,8	23,9	24,2	7,5	13,0	26,0	18,3	12,3
15,9	22,8	9,6	23,6	19,7	24,6	16,6	25,6	6,0	5,5	23,4	14,8	12,0
12,2	15,1	9,8	16,8	6,5	16,4	17,8	22,2	5,5	9,7	16,6	32,5	12,5
18,8	17,8	11,5	20,5	14,6	23,5	17,0	14,8	9,5	5,2	20,2	25,2	12,5
16,2	26,2	11,6	19,3	8,1	20,6	10,4	11,1	17,2	7,8	26,5	18,9	16,1
25,3	12,0	12,8	28,5	11,2	19,4	12,3	25,7	8,5	12,1	13,1	25,5	14,5
21,3	15,2	12,9	32,1	11,5	17,7	20,2	27,5	10,6	9,1	18,1	11,0	13,1
27,1	11,8	14,0	25,5	6,5	19,8	15,5	20,5	12,2	12,1	22,0	14,3	15,1
24,7	19,2	14,0	24,0	14,3	29,7	12,1	28,0	8,5	6,5	21,0	13,5	10,8
21,2	11,7	14,5	24,8	9,6	24,2	25,5	22,1	7,5	38,2	26,0	11,6	12,0
19,1	15,4	14,5	22,1	13,7	24,5	18,7	22,5	13,2	26,2	19,2	6,1	18,0
17,8	11,2	14,5	15,2	9,5	25,3	10,9	24,5	5,5	27,1	16,5	6,5	13,5
26,3	11,5	14,5	15,4	10,7	25,5	17,6	21,5	14,5	27,4	19,2	5,4	11,8
21,6	21,3	14,5	25,1	12,2	26,3	17,9	28,0	17,9	19,0	17,9	5,9	13,7
31,5	10,8	15,2	23,5	21,1	30,2	17,1	22,6	13,4	29,4	14,0	7,0	22,8
12,0	13,7	16,0	24,5	15,5	7,7	14,7	24,5	13,5	29,6	24,8	10,9	15,1
24,2	17,3	16,0	33,7	6,3	10,0	11,9	19,9	13,1	29,7	15,8	7,9	17,8
23,2	9,9	16,2	27,5	15,6	10,2	16,5	27,2	13,4	24,0	11,5	12,0	26,2
20,8	9,1	16,7	20,6	18,5	10,5	8,5	19,0	9,5	28,0	14,0	7,3	12,0

Продолжение прил. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
12,4	27,5	17,1	11,3	14,2	11,5	14,5	22,4	8,0	22,1	16,5	5,7	15,2
19,7	23,2	18,1	14,0	16,9	11,5	14,9	24,6	12,5	27,5	23,2	10,9	9,6
22,5	19,7	18,5	13,3	9,8	11,6	11,0	25,0	18,5	23,6	26,0	10,3	9,8
19,2	28,5	18,8	18,5	10,2	12,8	10,2	27,4	11,3	13,8	13,2	17,3	11,5
23,5	16,5	19,3	11,6	6,1	13,5	14,5	21,9	17,4	27,0	18,4	20,0	11,6
23,3	27,2	19,5	14,5	11,1	17,5	8,8	20,2	18,0	26,8	22,0	14,4	12,8
18,2	22,8	20,9	24,5	9,2	18,5	9,9	12,8	13,5	22,9	14,4	12,1	12,9
23,5	21,8	21,2	14,4	11,2	22,1	11,9	14,8	13,6	17,9	14,3	10,1	14,0
18,6	25,1	21,5	18,5	21,3	26,6	20,6	14,7	11,5	29,2	19,2	19,7	14,0
27,3	12,6	21,7	8,5	20,2	23,1	12,4	12,2	16,8	34,2	17,0	28,5	14,5
21,4	20,2	22,0	12,4	12,9	21,5	15,6	10,9	8,5	25,5	30,8	16,5	19,8
13,1	31,5	22,2	21,5	12,4	25,1	9,2	15,5	14,2	19,5	21,6	27,2	8,0
8,5	22,1	22,2	15,2	13,1	17,1	8,4	17,1	7,4	31,2	27,4	22,8	12,8
14,2	17,5	22,4	12,5	12,7	21,7	13,5	14,6	6,5	24,0	24,4	21,8	22,2
20,6	28,2	22,5	11,2	12,2	20,5	16,2	12,4	11,7	28,0	20,7	25,1	14,5

14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
13,8	8,2	10,9	19,2	14,0	13,6	12,6	11,6	9,2	11,1	15,1	14,2	11,3
21,2	9,3	14,8	20,3	16,5	18,6	18,3	19,2	14,2	13,5	17,6	15,8	9,1
26,1	11,5	21,9	21,7	18,2	20,0	22,0	22,2	17,5	17,5	20,0	17,8	10,9
27,5	13,5	24,5	23,3	20,5	22,1	23,9	23,6	19,5	20,0	21,4	19,4	18,6
29,4	15,5	28,0	25,1	22,4	24,0	25,0	24,9	22,1	21,5	23,5	20,6	12,9
32,5	17,9	15,9	27,4	23,9	25,6	27,2	26,1	10,6	23,2	25,5	21,8	17,9
18,1	15,2	14,5	17,3	24,7	11,2	22,0	12,9	9,5	14,9	10,5	24,5	14,2
20,6	9,2	14,7	20,1	16,2	18,3	18,1	18,0	14,2	13,5	17,5	15,6	8,7
25,5	11,3	21,5	21,6	18,1	19,7	21,6	21,8	17,5	17,3	20,0	17,4	23,0
27,4	13,2	24,5	22,8	19,8	21,4	23,8	23,5	19,3	19,9	21,4	19,4	19,4
29,2	15,4	28,0	25,1	22,2	23,6	24,6	24,6	22,0	21,3	23,1	20,5	12,4
32,0	17,8	28,2	26,8	23,8	25,6	27,0	26,0	24,0	23,2	25,4	21,5	8,5
17,1	25,5	14,5	13,7	24,5	15,4	21,7	28,8	9,3	12,3	10,4	24,1	13,3
27,0	12,1	22,5	22,4	18,9	20,8	22,6	23,1	18,6	18,3	21,2	19,1	9,2
22,1	9,4	14,8	20,5	16,6	18,9	18,4	19,5	14,3	14,0	18,0	16,0	10,4
29,6	16,2	27,5	25,8	22,9	24,4	26,4	25,1	23,1	21,7	23,8	20,9	11,3
17,9	8,4	11,1	19,4	14,0	13,9	15,4	13,2	10,2	11,4	16,0	14,5	16,4
28,2	14,7	27,2	24,5	22,0	22,7	24,4	24,5	21,4	20,6	22,4	20,0	22,5
30,0	16,6	28,2	26,0	23,3	25,2	26,6	25,1	23,1	22,0	23,9	21,2	14,2
16,0	21,5	22,1	11,5	24,2	11,8	20,9	27,5	17,2	20,2	10,1	23,1	9,7
19,9	8,8	14,6	19,8	16,0	17,2	18,0	15,7	13,2	12,9	17,4	15,5	15,0
29,6	16,2	27,5	25,8	22,9	24,4	26,4	25,1	23,1	21,7	23,8	20,9	11,3
25,3	11,0	20,8	21,6	17,9	19,5	21,5	21,5	17,1	17,1	19,8	17,3	12,1

Окончание прил. 1

14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
28,0	14,5	25,6	23,6	21,9	22,4	24,1	24,4	21,1	20,4	22,3	19,8	22,2
28,5	14,7	27,4	24,7	22,0	23,2	24,5	24,5	21,5	21,2	22,4	20,0	23,1
29,4	15,6	9,9	25,1	22,5	24,1	25,1	25,1	22,5	21,6	23,5	20,8	9,0
30,2	17,0	25,5	26,6	23,4	25,2	26,9	25,5	23,7	22,0	24,0	21,2	15,4
34,2	20,2	12,6	28,4	24,0	25,8	18,8	26,6	9,6	20,2	25,9	22,0	12,1
16,7	23,9	14,5	10,8	24,4	11,7	21,5	27,9	8,0	13,5	8,4	24,1	18,7
19,0	8,5	12,2	19,5	14,2	15,1	15,9	14,1	12,4	11,6	16,7	14,5	15,4
23,2	10,2	17,5	21,2	17,2	19,2	19,4	20,0	15,4	14,6	18,5	16,5	12,1
26,2	11,6	22,1	21,7	18,2	20,4	22,1	22,4	18,0	17,6	20,3	17,9	15,3
27,7	14,3	25,0	23,4	21,5	22,4	24,1	24,1	20,3	20,3	22,0	19,6	22,2
28,0	14,5	25,7	23,6	22,0	22,6	24,1	24,5	21,2	20,5	22,3	19,9	22,4
28,5	14,9	27,5	24,8	22,0	23,6	24,5	24,5	21,7	21,2	23,1	20,4	13,5
29,7	16,5	23,2	26,0	23,2	24,7	26,5	25,1	23,1	21,9	23,8	21,1	11,4
31,2	17,6	20,3	26,8	23,7	25,4	26,9	25,8	24,0	23,0	24,6	21,5	18,5
32,8	18,7	28,0	28,0	23,9	25,7	18,5	26,4	13,0	23,5	25,8	21,9	20,3
16,0	20,6	31,5	30,3	24,1	26,0	19,5	27,5	17,4	15,9	18,9	22,3	9,1
16,2	21,6	17,5	21,3	24,3	19,2	21,2	27,5	14,7	18,1	20,0	24,0	14,3
27,0	12,3	22,6	22,7	19,3	20,9	23,1	23,1	18,7	18,5	21,2	19,1	9,0
27,1	12,3	24,2	22,7	19,3	20,9	23,3	23,4	19,1	18,6	21,3	19,2	14,6
27,1	12,4	24,2	22,8	19,6	21,4	23,6	23,5	19,2	19,9	21,4	19,3	7,5
27,5	13,5	24,6	23,4	21,4	22,2	23,9	24,0	19,5	20,0	21,8	19,6	11,2
29,6	15,9	9,1	25,4	22,5	24,1	25,5	25,1	23,1	21,7	23,7	20,8	9,9
24,5	11,0	20,5	21,5	17,7	19,5	20,8	21,5	16,5	16,2	19,4	16,9	16,3
30,5	17,1	23,2	26,6	23,7	25,3	26,9	25,6	23,9	22,5	24,4	21,4	14,9
38,2	20,6	20,2	29,2	24,0	26,0	19,3	27,1	12,0	11,4	19,3	22,2	16,5
19,4	8,8	12,4	19,5	14,5	15,2	16,6	14,9	12,5	11,6	16,8	15,1	13,4
26,8	11,9	22,2	22,0	18,4	20,4	22,1	23,1	18,5	18,0	20,5	18,0	15,2
19,5	8,8	12,8	19,6	15,7	16,4	17,4	15,5	13,1	12,3	16,8	15,1	16,0
22,9	9,9	15,5	20,5	16,8	19,1	19,0	20,0	15,1	14,0	18,2	16,1	9,5
23,0	10,0	17,1	20,5	17,2	19,1	19,2	20,0	15,3	14,1	18,3	16,2	15,3
23,6	10,4	19,0	21,3	17,4	19,2	19,5	20,1	15,5	15,1	18,8	16,5	9,7
24,0	10,9	19,9	21,3	17,5	19,3	19,5	21,2	15,7	15,5	19,2	16,7	13,4
27,0	11,9	22,4	22,0	18,5	20,5	22,4	23,1	18,5	18,3	21,1	18,4	17,9

Исходные данные для расчётов показателей вариационного ряда малой выборки и коэффициента корреляции

(Листоветочники южной части центральной Сибири.
Прибайкалье. Разнотравный тип. II класс бонитета)

Возраст древостоя, лет	Число деревьев, тыс. экз./га	Запас фитомассы, т/га							
		в абсолютно сухом состоянии стволов в коре	кору стволов	листья (хвои)	ветвей	корней	нижних ярусов растительности (напочвенный покров, подрост, подлесок)	надземная	общая
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	18,83	13,7	2,8	5,5	9,6	28,8	2,6	1,1	32,5
20	6,01	39,7	6,6	6,9	13,4	60,0	5,0	1,2	66,2
30	3,22	66,9	9,8	7,3	15,3	89,5	6,7	1,0	97,2
40	3,16	93,3	12,7	7,5	16,4	117,2	7,3	0,8	125,3
50	1,62	119,6	15,5	8,3	18,7	146,6	10,6	1,0	158,2
60	1,30	145,1	18,0	8,6	20,2	173,9	12,5	1,0	187,4
70	1,06	164,6	19,9	8,6	21,4	194,6	13,9	1,0	209,6
80	0,95	182,5	21,6	8,6	22,5	213,6	14,9	1,1	229,5
90	0,76	196,7	22,9	8,5	23,6	228,8	16,4	1,2	246,3
100	0,65	209,2	24,0	8,3	24,5	242,0	17,3	1,2	260,5
110	0,58	219,7	24,9	8,1	25,4	253,2	18,2	1,3	272,7
120	0,52	228,6	25,7	8,0	26,1	262,7	19,0	1,4	283,1
130	0,48	237,0	26,4	7,8	26,9	271,7	19,8	1,5	293,0
140	0,44	244,4	27,1	7,7	27,7	279,8	20,4	1,6	301,8
150	0,41	250,2	27,6	7,5	28,4	286,1	21,0	1,7	308,8
160	0,37	255,1	28,0	7,3	29,1	291,5	21,4	1,8	314,7
170	0,35	258,9	28,3	7,1	29,8	295,8	21,8	2,0	319,5
180	0,32	262,2	28,6	6,9	30,5	299,6	22,1	2,1	323,8
190	0,30	265,6	28,9	6,7	31,2	303,5	22,5	2,2	328,2
200	0,28	268,4	29,1	6,5	31,9	306,8	22,7	2,4	331,9
210	0,26	271,2	29,4	6,4	32,6	310,2	23,0	2,5	335,7
220	0,23	272,6	29,5	6,1	33,6	312,3	22,9	2,8	338,0
230	0,22	273,9	29,6	5,9	34,3	314,1	23,0	3,0	340,1
240	0,20	275,1	29,7	5,7	35,0	315,8	23,1	3,1	342,1
250	0,19	276,4	29,8	5,6	35,6	317,6	23,3	3,3	344,2

Продолжение прил. 2

Лиственничники южной части центральной Сибири.
Прибайкалье. Брусничный тип. II класс бонитета

Возраст древосто- я, лет	Число деревьев, тыс. экз./га	Запас фитомассы, т/га							
		в абсолютно сухом состоя- нии стволов в коре	кору стволов	листья (хвои)	ветвей	корней	нижних ярусов растительно- сти (напочвенный покров, подрост, подлесок)	надземная	общая
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
10	25,2 6	10,3	2,3	4,7	8,6	23,6	2,2	1,8	27,6
20	7,33	29,2	5,1	5,9	10,7	45,8	4,3	1,3	51,4
30	4,11	52,3	8,1	6,6	12,7	71,6	6,1	1,1	78,8
40	2,86	75,5	10,8	7,2	14,6	97,3	8,0	1,1	106,4
50	2,08	97,3	13,2	7,6	16,0	120,9	9,7	1,1	131,7
60	1,68	118,6	15,4	8,0	17,4	144,0	11,6	1,1	156,7
70	1,45	135,9	17,1	8,2	18,3	162,4	13,0	1,1	176,4
80	1,22	151,8	18,7	8,3	19,5	179,6	14,5	1,2	195,2
90	1,07	164,6	19,9	8,2	20,2	193,0	15,6	1,2	209,8
100	0,95	174,9	20,9	8,2	21,0	204,1	16,7	1,3	222,0
110	0,86	183,7	21,7	8,0	21,6	213,3	17,6	1,4	232,3
120	0,79	190,0	22,3	7,9	22,2	220,1	18,4	1,5	239,9
130	0,73	195,8	22,8	7,7	22,6	226,1	19,1	1,5	246,8
140	0,68	201,0	23,2	7,6	23,2	231,8	19,7	1,6	253,1
150	0,62	205,3	23,6	7,4	23,8	236,5	20,3	1,7	258,5
160	0,57	208,1	23,9	7,2	24,3	239,6	20,6	1,9	262,0
170	0,53	210,3	24,1	6,9	24,7	241,9	20,9	2,0	264,8
180	0,49	212,5	24,3	6,8	25,3	244,6	21,2	2,1	267,9
190	0,46	214,7	24,5	6,6	25,8	247,1	21,6	2,3	271,0
200	0,43	216,4	24,6	6,4	26,3	249,1	21,8	2,4	273,3
210	0,41	217,7	24,7	6,2	26,8	250,7	22,0	2,6	275,3
220	0,39	218,8	24,8	6,1	27,3	252,2	22,2	2,8	277,1
230	0,37	220,0	25,0	5,9	27,8	253,7	22,4	2,9	279,0
240	0,35	221,2	25,1	5,8	28,3	255,3	22,6	3,1	281,0
250	0,33	222,3	25,2	5,7	28,8	256,8	22,8	3,2	282,8

Окончание прил. 2

Скандинавско-Русская провинция, хвойно-широколиственные леса.
Нормальные сосняки Литвы. Ia класс бонитета

Возраст древостоя, лет	число деревьев, тыс. экз./га	Запас фитомассы, т/га							
		в абсолютно сухом состоянии стволов в коре	кору стволов	листвы (хвой)	ветвей	корней	нижних ярусов растительности (на- почвенный покров, подрост, подлесок)	надземная	общая
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
10	9,77	16,9	2,9	4,9	4,9	26,7	5,4	2,5	34,6
15	6,00	44,8	5,6	6,7	9,1	60,6	13,9	2,6	77,1
20	3,85	70,5	7,3	6,9	11,4	88,8	21,0	2,5	112,3
25	2,77	97,5	8,9	7,1	13,5	118,1	28,3	2,7	149,1
30	2,07	123,0	10,2	7,2	15,3	145,5	34,9	2,9	183,2
35	1,64	146,1	11,3	7,2	16,8	170,1	40,9	3,0	214,0
40	1,34	167,7	12,2	7,2	18,2	193,1	46,4	3,2	242,8
45	1,13	187,4	13,0	7,2	19,3	213,9	51,3	3,4	268,6
50	0,98	206,2	13,7	7,2	20,3	233,7	55,9	3,6	293,2
55	0,86	222,2	14,3	7,1	21,1	250,4	59,8	3,7	314,0
60	0,76	237,8	14,8	7,1	22,0	266,9	63,7	3,9	334,6
65	0,68	252,2	15,3	7,1	22,9	282,2	67,3	4,1	353,6
70	0,62	264,5	15,7	7,0	23,5	295,0	70,3	4,3	369,7
75	0,57	275,1	16,0	7,0	24,1	306,2	73,0	4,5	383,7
80	0,53	286,6	16,4	7,0	24,7	318,3	75,8	4,7	398,8
85	0,50	294,3	16,6	6,9	25,1	326,3	77,7	4,9	408,9
90	0,47	303,7	16,9	6,9	25,8	336,4	80,3	5,1	421,8
95	0,44	310,9	17,1	6,9	26,2	344,0	82,2	5,3	431,4
100	0,42	317,7	17,3	6,8	26,6	351,1	84,0	5,5	440,6
105	0,40	325,4	17,5	6,8	27,1	359,3	86,0	5,7	451,0
100	0,38	330,5	17,6	6,8	27,4	364,7	87,3	5,9	457,8
115	0,36	334,7	17,7	6,7	27,8	369,2	88,6	6,1	463,9
120	0,35	340,2	17,9	6,7	28,1	375,0	90,0	6,3	471,3
125	0,34	346,1	18,1	6,7	28,4	381,2	91,4	6,5	479,0
130	0,33	349,9	18,1	6,6	28,5	385,0	92,1	6,6	483,7
135	0,32	356,2	18,3	6,6	28,8	391,6	93,7	6,9	492,1
140	0,31	359,5	18,4	6,5	29,0	395,0	94,5	7,0	496,6
145	0,30	364,1	18,5	6,5	29,3	399,9	95,6	7,2	502,7

150	0,29	368,3	18,6	6,5	29,5	404,3	96,5	7,4	508,2
-----	------	-------	------	-----	------	-------	------	-----	-------

Приложение 3

Исходные данные для определения ранговой корреляции и конкордации Кенделла

Температурные условия почв
(насыпные, слабо гумусированные, среднемоощные)

Дни наблюдений	Температура почвы (°C) на глубине, см			Дни наблюдений	Температура почвы (°C) на глубине, см		
	5	10	15		5	10	15
1	2	3	4	5	6	7	8
15 мая	8,5	8,1	7,3	15 июля	20,5	19,9	19,1
18 мая	14,1	12,1	11,8	28 июля	24,0	22,0	19,0
23 мая	14,3	14,0	14,0	04 авг.	25,1	24,5	23,8
29 мая	10,1	9,8	9,8	15 авг.	18,0	17,1	16,9
05 июня	10,5	8,5	8,1	30 авг.	14,0	13,0	13,0
11 июня	7,0	6,8	6,8	05 сент.	13,0	12,8	12,4
21 июня	12,0	10,8	10,0	10 сент.	9,1	8,7	8,0
30 июня	15,0	14,0	13,4	15 сент.	9,0	8,0	8,0
10 июля	21,0	19,3	17,2	20 сент.	5,0	4,2	3,8
				25 сент.	3,0	2,1	2,0

Данные наблюдений за снежным покровом на постоянных снегомерных квадратах в сосняке мшистом

Дата замера	1974...1975			1975...1976			1976...1977		
	h, см	V, мм	S, г/см ³	h, см	V, мм	S, г/см ³	h, см	V, мм	S, г/см ³
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
10 дек.	6	11	0,18	25	35	0,17	27	67	0,25
20 дек.	6	9	0,15	34	58	0,17	22	55	0,25
30 дек.	13	20	0,15	47	94	0,20	31	68	0,22
10 янв.	26	42	0,16	47	94	0,20	30	60	0,20
20 янв.	34	65	0,19	53	114	0,22	36	76	0,21
30 янв.	36	72	0,20	53	118	0,23	38	76	0,20
10 февр.	41	82	0,20	59	142	0,24	43	90	0,21
20 февр.	46	92	0,20	59	142	0,24	45	90	0,20
28 февр.	47	108	0,23	68	150	0,22	45	95	0,21
10 марта	44	97	0,22	64	134	0,21	51	112	0,22
20 марта	30	84	0,28	60	132	0,22	40	104	0,26

31 марта	25	82	0,33	57	125	0,22	34	85	0,25
----------	----	----	------	----	-----	------	----	----	------

Окончание прил. 3

Дата замера	1977...1978			1978...1979		
	h, см	V, мм	S, г/см ³	h, см	V, мм	S, г/см ³
19	20	21	22	23	24	25
10 дек.	8	13	0,16	14	18	0,13
20 дек.	16	21	0,13	23	34	0,15
30 дек.	23	32	0,14	34	48	0,14
10 янв.	29	43	0,15	33	46	0,14
20 янв.	29	52	0,18	38	61	0,16
30 янв.	31	53	0,17	44	70	0,16
10 февр.	29	55	0,19	58	75	0,13
20 февр.	46	69	0,15	55	104	0,19
28 февр.	45	76	0,17	56	95	0,17
10 марта	49	93	0,19	48	96	0,20
20 марта	38	68	0,18	55	116	0,21
31 марта	17	53	0,31	39	105	0,27

Приложение 4

Стандартные значения критерия Стьюдента

Число степеней свободы	Уровень значимости при вероятности безошибочного заключения p					Число степеней свободы	Уровень значимости при вероятности безошибочного заключения p				
	0,5	0,1	0,05	0,01	0,001		0,5	0,1	0,05	0,01	0,001
1	1,00	6,31	12,71	63,66	-	26	0,68	1,71	2,06	2,78	3,71
2	0,82	2,92	4,30	9,92	31,60	27	0,68	1,70	2,05	2,77	3,69
3	0,76	2,35	3,18	5,84	12,94	28	0,68	1,70	2,05	2,76	3,67
4	0,74	2,13	2,78	4,60	8,61	29	0,68	1,70	2,05	2,76	3,66
5	0,73	2,02	2,57	4,03	6,86	30	0,68	1,70	2,04	2,75	3,65
6	0,72	1,94	2,45	3,71	5,96	35	0,68	1,69	2,03	2,72	3,59
7	0,71	1,89	2,36	3,50	5,41	40	0,68	1,68	2,02	2,70	3,55
8	0,71	1,86	2,31	3,36	5,04	45	0,68	1,68	2,01	2,69	3,52
9	0,70	1,83	2,26	3,25	4,78	50	0,68	1,68	2,01	2,68	3,50
10	0,70	1,81	2,23	3,17	4,59	55	0,68	1,67	2,00	2,67	3,48
11	0,70	1,80	2,20	3,11	4,44	60	0,68	1,67	2,00	2,66	3,46
12	0,70	1,78	2,18	3,06	4,32	70	0,68	1,67	1,99	2,65	3,44
13	0,69	1,77	2,16	3,01	4,22	80	0,68	1,66	1,99	2,64	3,42
14	0,69	1,76	2,14	2,98	4,14	90	0,68	1,66	1,99	2,63	3,40
15	0,69	1,75	2,13	2,95	4,07	100	0,68	1,66	1,98	2,62	3,39
16	0,69	1,75	2,12	2,92	4,02	120	0,68	1,66	1,98	2,62	3,37
17	0,69	1,75	2,11	2,90	3,96	∞	0,67	1,64	1,96	2,58	3,29
18	0,69	1,73	2,10	2,88	3,92						
19	0,69	1,73	2,09	2,86	3,88						
20	0,69	1,72	2,09	2,84	3,85						
21	0,69	1,72	2,08	2,83	3,82						
22	0,69	1,72	2,07	2,82	3,79						
23	0,68	1,71	2,07	2,81	3,77						
24	0,68	1,71	2,06	2,80	3,74						
25	0,68	1,71	2,06	2,79	3,72						

Задачи для индивидуальной проработки

ВАРИАНТ №1

1. Анализируются данные по 100 предприятиям. Была установлена связь между спадом производства и ущербом, нанесённым окружающей среде. Коэффициент корреляции равен -0,160. На уровне значимости 0,05 оцените ситуацию и сделайте выводы.

2. Обследованы деревья ели на 19 пробах. Между уровнем повреждения хвои и местом произрастания был рассчитан выборочный коэффициент корреляции Спирмена (-0,920) деревьев. На уровне значимости 0,01 оценить ситуацию и сделать выводы.

3. Специалистами двух заводов было проранжировано 11 факторов, влияющих на ход технологического процесса очистки сточных вод. В результате получены две последовательности рангов.

Первый специалист: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11
Второй специалист: 1 2 3 5 4 9 8 11 6 7 10

Определите, согласуются ли мнения специалистов различных предприятий.

ВАРИАНТ №2

1. На 44 пунктах маршрута были взяты пробы грунтовых вод. Установлено снижение pH по мере удаления от полигона твёрдых бытовых отходов (ТБО). Коэффициент корреляции составил -0,440. На выбранном уровне значимости определите, зависит ли кислотность почв от удалённости полигона ТБО? Сделайте выводы.

2. Были опрошены жители 10 домов в разных районах города. Установлена ранговая корреляционная связь между близостью дома к центру и оценкой жителем дома экологического состояния города. Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена составил – 0,430. На уровне значимости 0,05 определите, существует ли связь между негативным восприятием города и местожительством. Сделайте выводы.

3. Тремя экспертами было оценено предприятие по 10 показателям. В конечном итоге получены три последовательности рангов:

Первый эксперт: 1 2 3 6 5 4 7 8 9 10
Второй эксперт: 3 10 7 2 5 8 6 9 1 4
Третий эксперт: 6 1 2 3 9 4 7 5 10 8

Установите, согласуются ли мнения экспертов.

ВАРИАНТ №3

1. Отобрали 45 проб воздуха. Установили обратную связь (коэф-

фициент корреляции $-0,730$) между уровнем загрязнения атмосферного воздуха и расстоянием от теплоэлектроцентрали (ТЭЦ). На уровне значимости $0,05$ дайте оценку влияния ТЭЦ на загрязнение атмосферного воздуха. Сделайте выводы.

2. В результате обследования работников 11 бригад предприятия были получены следующие данные: между риском профессиональных заболеваний и условиями труда существует ранговая корреляционная связь с коэффициентом Спирмена $-0,510$. На выбранном уровне значимости оцените, существует ли связь между условиями труда и риском профессиональных заболеваний. Сделайте выводы.

3. Десять предприятий были проверены экспертами С.М. Ортамоновым и И.И. Никифоровым. Ущерб, нанесенный окружающей среде, был оценен ими по сто бальной шкале.

Номер предприятия	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
С.М. Ортамонов	95	90	86	84	75	70	62	60	57	50
И.И. Никифоров	92	93	83	80	55	60	45	72	62	70

Установите, согласованы ли мнения экспертов.

ВАРИАНТ №4

1. Анализируются данные по 17 пунктам отбора проб воды. Содержание нефти в них коррелируется с расстоянием от нефтебазы с коэффициентом $0,540$. На уровне значимости $0,05$ сделайте выводы о тесноте связи между содержанием нефти в пробах воды и расстоянием до нефтебазы.

2. На 15 пунктах в районе станции водоочистки были обследованы мальки окуня. Вычислен выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена ($-0,540$) между аномалиями в развитии и местообитанием мальков. Требуется проверить, является ли значимой ранговая корреляционная связь между аномалиями развития и местообитанием мальков. Уровень значимости выбрать самостоятельно. Сделайте выводы.

3. Три опытных специалиста оценили предприятие по 10 показателям и получили три последовательности рангов.

Первый эксперт: 2 1 3 4 5 6 7 8 10 9
Второй эксперт: 3 7 10 2 8 5 6 9 1 4
Третий эксперт: 6 2 1 3 9 4 5 7 8 10

Согласуются ли мнения экспертов?

ВАРИАНТ №5

1. Анализируются данные по 100 предприятиям. Установлена связь между спадом производства и ущербом, причинённым окружающей среде. Коэффициент корреляции $-0,260$. На уровне значимости $0,05$ оцените ситуацию. Сделайте выводы.

2. Обследованы ели на 24 пробных площадях. Вычислен выборочный коэффициент корреляции Спирмена (0,820) между уровнем повреждения хвои и местом произрастания деревьев. На уровне значимости 0,1 оцените ситуацию и сделайте выводы.

3. Зависимость бальной оценки проектов по озеленению территории (А) и стоимости работ по реализации проекта (В) представлена следующей последовательностью:

Номер проекта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Оценка	1	5	5	2	6	3	1	4	7	4
Стоимость работы	1	5	4	3	7	3	2	4	5	6

Установите, есть ли взаимосвязь между оценкой работы и её стоимостью.

ВАРИАНТ №6

1. В реке было отобрано 100 проб воды. Концентрация фенола убывает в зависимости от расстояния до очистных сооружений предприятия с коэффициентом корреляции -0,800. На уровне значимости 0,01 оцените ситуацию и сделайте выводы.

2. Обследованы деревья сосны на 11 пробных площадях от подножия до вершины горы. Вычислен выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена (0,820) между повреждением хвои деревьев и высотой пробы над уровнем моря. На уровне значимости 0,01 определите, случайно или не случайно повреждение хвои, т.е. сделайте вывод о наличии или отсутствии зависимости повреждения хвои сосновых деревьев от высоты их стояния над уровнем моря.

3. Экспертами Ивановым С.И., Кудряшовым С.С. и Лемеховым Д.А. было оценено предприятие по 10 показателям. Ими были получены три последовательности рангов:

Иванов С.И.:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кудряшов С.С.:	3	9	7	2	8	5	10	6	1	4
Лемехов Д.А.:	6	10	1	3	9	4	5	7	2	8

Установите, согласуются ли мнения экспертов.

ВАРИАНТ №7

1. Было обследовано 100 заводов. Оказалось что факторы, влияющие на ход технологического процесса очистки сточных вод, коррелируются с коэффициентом -0,830. На выбранном уровне значимости определите наличие (или отсутствие) связи между факторами.

2. Обследовали 45 организмов в прудах-накопителях сточных вод. Вычислили выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена (0,620) между отклонением в развитии и местообитанием организмов.

На уровне значимости 0,1 установите, есть ли связь между отклонением в развитии и местообитанием организмов и сделайте выводы.

3. Три эксперта оценили предприятие по 10 показателям. Были получены три последовательности рангов:

Первый эксперт: 1 2 3 6 5 4 7 8 9 10
Второй эксперт: 3 10 7 2 8 5 6 9 1 4
Третий эксперт: 6 2 1 3 9 4 5 7 10 8

Согласуются ли мнения экспертов?

ВАРИАНТ №8

1. В городском управлении на рассмотрении находятся 9 проектов по озеленению территории. Установлена прямая зависимость оценки проекта (в баллах) горожанами от стоимости работ по реализации проекта. Коэффициент корреляции составил 0,570. Определите значимость коэффициента корреляции. Уровень значимости выберите самостоятельно.

2. По результатам социологического обследования в 14 группах населения были получены данные об уровне психологического комфорта в семье. Эти данные сопоставили с уровнем шумового загрязнения района проживания семьи. Обнаружили ранговую корреляционную связь с коэффициентом Спирмена 0,430. На уровне значимости 0,5 оцените ситуацию и сделайте выводы.

3. Три эксперта оценили предприятие по 10 показателям. В итоге их работы были получены три последовательности рангов:

Первый эксперт: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Второй эксперт: 3 10 7 1 8 5 6 9 2 4
Третий эксперт: 7 2 1 3 9 4 5 6 8 10

Согласуются ли мнения экспертов?

ВАРИАНТ №9

1. Проанализировано загрязнение атмосферного воздуха в 100 городах России. Установлена зависимость болезней органов дыхания городских жителей от концентрации загрязнителей в атмосферном воздухе с коэффициентом корреляции 0,817. Установите статистическую значимость обнаруженной зависимости. Сделайте выводы.

2. Было обследовано 9 площадок с растениями-индикаторами. Между искривлением стебля и местом произрастания растения был вычислен выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена (0,730). На уровне значимости 0,05 определите, существует ли какая-нибудь взаимосвязь между местом произрастания растения и развитием стебля? Сделайте выводы.

3. Два специалиста (Л.Ф. Ипатов и С.П. Конюков) из разных лабораторий расположили пробы воды в порядке убывания содержания в

них фенола. В итоге были получены две последовательности рангов:

Л.Ф. Ипатов:	1	2	3	6	5	4	7	8	9
С.П. Конюков:	4	1	5	3	2	6	9	8	7

Установите, согласованы ли мнения специалистов.

ВАРИАНТ №10

1. Для 62 предприятий оценили ущерб, нанесённый окружающей среде, и состояние очистных сооружений. Был найден линейный коэффициент корреляции между параметрами 0,300. На уровне значимости 0,01 проверьте связь между состоянием очистных сооружений и ущербом, нанесённым окружающей среде. Сделайте выводы.

2. Провели исследование повреждения листовых пластин на 12 участках леса. Установили связь между местом произрастания деревьев и повреждением листвы. Вычислили выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена 0,920. На уровне значимости 0,05 оцените ситуацию и сделайте выводы.

3. Эксперты А.М. Ливанов и И.С. Плотников оценили 12 предприятий. Ущерб, нанесённый водному бассейну, был оценен ими по столбальной шкале.

Номер предприятия	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
С.М. Ортамонов	98	94	88	80	76	70	63	61	60	58	56	51
И.И. Никифоров	99	91	93	74	78	65	64	66	52	53	48	62

Определите, согласуются ли мнения экспертов.

ВАРИАНТ №11

1. Обследовали 120 предприятий в пределах одного водного бассейна. Между объёмом производства и ущербом, нанесённым водному бассейну, установили линейную связь с коэффициентом корреляции 0,400. На уровне значимости 0,05 оцените ситуацию и сделайте выводы.

2. В результате обследования студентов 13 групп было получено подтверждение предположения о зависимости успеваемости от посещения спортивных секций: коэффициент ранговой корреляции Спирмена составил 0,750. На уровне значимости 0,01 проверьте то, есть ли какая-либо связь между успеваемостью и занятиями спортом?

3. Три эксперта оценили предприятие по 10 показателям и получили три последовательности рангов.

Первый эксперт:	2	1	3	4	5	6	7	8	10	9
Второй эксперт:	3	7	10	2	8	5	6	9	4	1
Третий эксперт:	6	2	1	3	9	4	5	7	8	10

Установите, согласуются ли мнения экспертов?

ВАРИАНТ №12

1. Отобрали 47 проб воздуха. Между уровнем загрязнения атмосферного воздуха и расстоянием от ТЭЦ установили обратную связь (коэффициент корреляции $-0,660$). На уровне значимости $0,05$ дайте оценку влияния ТЭЦ на загрязнение атмосферного воздуха. Сделайте выводы.

2. В результате обследования работников 16 бригад предприятия были получены следующие данные: между риском профессиональных заболеваний и условиями труда существует ранговая корреляционная связь с коэффициентом Спирмена $-0,550$. На выбранном уровне значимости оцените, существует ли связь между условиями труда и риском профессиональных заболеваний. Сделайте выводы.

3. Два специалиста (А.А. Листов и Г.С. Туркин) из разных лабораторий расположили пробы воды в порядке убывания концентрации фенола. Получены две последовательности рангов:

А.А. Листов:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Г.С. Туркин:	4	1	5	3	2	6	9	8	7

Установите, согласованы ли мнения специалистов.

ВАРИАНТ №13

1. Имеются данные по 37 проектам по озеленению и благоустройству территории. Зависимость между стоимостью работ и ожидаемым эффектом оценена коэффициентом корреляции $0,630$. На уровне значимости $0,5$ дайте заключение о целесообразности вложения средств в озеленение и благоустройство территории.

2. При проведении анонимного социологического опроса в 35 группах населения выяснилось, что между уровнем доходов и уровнем «экологического нигилизма» существует ранговая корреляционная связь с выборочным коэффициентом Спирмена $0,380$. На уровне значимости $0,1$ определите, существует ли какая-либо связь между уровнем доходов и уровнем «экологического нигилизма». Сделайте выводы.

3. Эксперты Соколов А.В., Гипнов С.З., Пластинин А.С. оценили предприятие по 10 показателям и получили три последовательности рангов.

Соколов А.В.:	1	2	3	6	5	4	7	8	9	10
Гипнов С.З.:	3	10	7	2	5	8	6	9	1	4
Пластинин А.С.:	6	1	2	3	9	4	7	5	10	8

Установите, есть ли согласованность мнений экспертов?

ВАРИАНТ №14

1. Для 14 крупных промышленных центров северо-запада России была определена зависимость между загрязнением атмосферного воздуха и рейтингом привлекательности города. Коэффициент корреляции

составил -0,540. На выбранном уровне значимости дайте оценку связи между загрязнением атмосферного воздуха и привлекательностью города для потенциальных мигрантов. Сделайте выводы.

2. Обследовали лиственные деревья на 16 пробных площадях. Установили ранговую корреляционную связь между уровнем поражения листвы и расстоянием до целлюлозно-бумажного комбината (ЦБК). Выборочный коэффициент Спирмена составил -0,520. На уровне значимости 0,10 определите, связано ли ослабленное состояние деревьев с деятельностью ЦБК и сделайте выводы.

3. Специалисты двух заводов Столяров А.П. и Хлеборезов С.В. проранжировали 11 факторов, влияющих на ход технологического процесса очистки сточных вод. В результате были получены две последовательности рангов.

Столяров А.П.:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Хлеборезов С.В.:	1	2	3	5	4	11	8	9	6	7	10

Определите, согласуются ли мнения Столярова и Хлеборезова.

ВАРИАНТ №15

1. Следует проанализировать данные по 17 пунктам отбора проб воды. Содержание нефти в них имеет тесноту связи с расстоянием от нефтебазы с коэффициентом 0,540. На уровне значимости 0,01 сделайте выводы о зависимости содержания нефти в пробах воды от расстояния до нефтебазы.

2. В 15 пунктах в районе станции водоочистки обследовали мальки окуня. Вычислили выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена (-0,540) между аномалиями в развитии и местообитанием мальков. Требуется проверить, является ли значимой ранговая корреляционная связь между аномалиями развития и местообитанием рыб. Уровень значимости выберите самостоятельно и сделайте выводы.

3. Десять предприятий были проверены экспертами А.Б. Федяевым и И.Д. Синилкиным. Ущерб, нанесенный окружающей среде, был оценен ими по стобалльной шкале.

Номер предприятия	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
А.Б. Федяевым	94	90	86	84	79	70	62	60	57	50
И.Д. Синилкиным	92	93	80	80	55	60	45	72	52	74

Установите, согласуются ли мнения экспертов.

ВАРИАНТ №16

1. Было обследовано 70 заводов. Оказалось, что факторы, влияющие на ход технологического процесса очистки сточных вод, коррелируются с коэффициентом -0,830. Требуется на выбранном уровне значимости определить наличие (или отсутствие) связи между факторами.

2. Обследовали 45 организмов в прудах-накопителях сточных вод. Вычислен выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена (0,620) между отклонением в развитии и местообитанием организмов. На уровне значимости 0,01 установите, есть ли связь между отклонением в развитии и местообитанием организмов. Сделайте выводы.

3. Тринадцать промышленных центров северо-запада России расположили в порядке ухудшения экологической обстановки. В итоге была получена последовательность:

1 (самый «чистый» город) | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 (самый «грязный» город). При оценке экологической ситуации по другой методике города расположились несколько иначе: 6 | 3 | 4 | 2 | 1 | 10 | 7 | 8 | 9 | 5 | 11 | 13 | 12.

Установите, существенно ли поменялась картина при переходе к другой методике.

ВАРИАНТ №17

1. В реке отобрали 120 проб воды. Концентрация фенола убывает в зависимости от расстояния до очистных сооружений предприятия с коэффициентом корреляции -0,760. На уровне значимости 0,05 оцените ситуацию и сделайте выводы.

2. Обследованы сосны на 17 пробных площадях от подножия до вершины горы. Вычислен выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена (0,820) между повреждением хвои деревьев и высотой пробы над уровнем моря. На уровне значимости 0,01 определите то, случайно или не случайно повреждение хвои, т.е. сделайте вывод о наличии или отсутствии зависимости повреждения хвои от высоты над уровнем моря.

3. Два специалиста (В.И. Сухих и Б.Ф. Лапин) из разных лабораторий расположили пробы воды в порядке убывания содержания в них фенола. В итоге были получены две последовательности рангов:

В.И. Сухих: 1 2 3 6 5 4 7 8 9
Б.Ф. Лапин: 4 1 6 3 2 5 9 8 7

Установите, согласованы ли мнения специалистов.

ВАРИАНТ №18

1. В 29 пунктах были взяты пробы грунтовых вод. Установлено снижение pH по мере удаления от полигона ТБО. Коэффициент корреляции составил -0,640. На выбранном уровне значимости определите, зависит ли кислотность почв от полигона ТБО? Сделайте выводы.

2. Опрошены жители 30 домов в разных районах города. Установлена ранговая корреляционная связь между близостью дома к центру и оценкой жителем дома экологического состояния города. Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена составил -0,430. На уровне значимости 0,05 определите, существует ли связь между нега-

тивным восприятием города и местожительством. Сделайте выводы.

3. Десять предприятий были проверены экспертами С.С. Анучиной и П.И. Дорониной. Ущерб, нанесенный окружающей среде, был оценен ими по столбальной шкале.

Номер предприятия	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
С.С. Анучина	95	90	86	84	75	70	62	60	57	50
П.И. Доронина	95	93	81	80	55	69	45	72	62	63

Установите, согласуются ли мнения экспертов.

ВАРИАНТ №19

1. Было проанализировано загрязнение атмосферного воздуха в 130 городах России. Установлена зависимость болезней органов дыхания городских жителей от концентрации загрязнителей в атмосферном воздухе с коэффициентом корреляции 0,617. Установите статистическую значимость этой зависимости на выбранном уровне. Сделайте выводы.

2. Обследовано 8 площадок с растениями-индикаторами. Вычислен выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена (0,730) между искривлением стебля и местом произрастания растения. На уровне значимости 0,1 определите, существует ли какая-нибудь взаимосвязь между местом произрастания растения и развитием стебля? Сделайте выводы.

3. Десять предприятий были проверены экспертами С.М. Петриком и И.И. Лебле. Ущерб, нанесённый окружающей среде, был оценен ими по столбальной шкале.

Номер предприятия	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
С.М. Ортамонов	95	90	86	84	75	70	62	60	57	50
И.И. Никифоров	91	93	83	80	55	50	45	72	62	70

Установите, согласованы ли мнения экспертов.

ВАРИАНТ №20

1. Для 52 предприятий был оценен ущерб, причинённый окружающей среде, и состояние очистных сооружений. Найден линейный коэффициент корреляции между параметрами 0,300. На уровне значимости 0,01 проверьте связь между состоянием очистных сооружений и ущербом, нанесённым окружающей среде. Сделайте выводы.

2. Было проведено исследование повреждения листовых пластин деревьев на 12 пробах. Установили связь между местом произрастания деревьев и повреждением листвы. Вычислили выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена 0,920. На уровне значимости 0,05 оцените ситуацию и сделайте выводы.

3. Эксперты Б.М. Таранов и Л.И. Орлов оценили 12 предприятий. Ущерб, нанесенный водному бассейну, был распределён ими по сто-

балльной шкале.

Номер предприятия	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
С.М. Ортамонов	98	94	88	80	76	70	63	61	60	58	56	51
И.И. Никифоров	99	91	93	74	78	65	64	70	52	53	48	62

Определите, согласуются ли мнения экспертов.

ВАРИАНТ №21

1. Обследовали 120 предприятий в пределах одного водного бассейна. Между объемом производства и ущербом, нанесённым водному бассейну, была установлена линейная связь с коэффициентом корреляции 0,400. На уровне значимости 0,05 оцените ситуацию и сделайте выводы.

2. В результате обследования студентов 17 групп получено подтверждение предположения о зависимости успеваемости от посещения спортивных секций: коэффициент ранговой корреляции Спирмена составил 0,850. На уровне значимости 0,001 требуется проверить, существует ли связь между успеваемостью и занятиями спортом?

3. Специалистами двух заводов было проранжировано 11 факторов, влияющих на ход технологического процесса очистки сточных вод. В результате были получены две последовательности рангов.

Первый специалист:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Второй специалист:	1	2	3	5	4	9	8	11	6	9	10

Определите, согласуются ли мнения специалистов различных предприятий.

ВАРИАНТ №22

1. Для 14 крупных промышленных пунктов центральной России определили зависимость между загрязнением атмосферного воздуха и рейтингом привлекательности города. Коэффициент корреляции составил -0,540. На выбранном уровне значимости дайте оценку связи между загрязнением атмосферного воздуха и привлекательностью города для потенциальных мигрантов. Сделайте выводы.

2. Обследовали различные породы лиственных деревьев на 33 пробных площадях. Установили ранговую корреляционную связь между уровнем поражения листвы и расстоянием до ЦБК. Выборочный коэффициент Спирмена -0,720. На уровне значимости 0,001 определите, связано ли ослабленное состояние деревьев с деятельностью ЦБК. Сделайте выводы.

3. Зависимость балльной оценки проектов по благоустройству территории (А) и стоимости работ по реализации проекта (В) представлена следующей последовательностью

Номер проекта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Оценка	1	5	5	2	6	3	1	4	7	4
Стоимость работы	1	5	4	3	7	3	2	4	5	6

Установите, есть ли взаимосвязь между оценкой работы и её стоимостью.

Приложение 6

Тематический перечень для подготовки рефератов и кратких сообщений

- 1.** Схема интеллекта по Д. Гилфорду
- 2.** Научные исследования в области нанотехнологий
- 3.** Основные законы логики
- 4.** История и структура науки по В.И. Вернадскому
- 5.** Наука, псевдонаука и паранаука
- 6.** Роль логики и математики в науке
- 7.** Учение Т. Куна о парадигмах
- 8.** Интеллектуальные системы по А. Савельеву
- 9.** Эксперимент. Требования к эксперименту и его виды
- 10.** Главные психологические барьеры исследователя
- 11.** Основные этапы развития экологии в России
- 12.** Критерии научности и научного открытия
- 13.** История развития российской науки
- 14.** Виды воображения
- 15.** Субъективизм в научном исследовании
- 16.** Личностные качества исследователя
- 17.** Научная этика
- 18.** Научные достижения К.Э. Циолковского
- 19.** Научные достижения Д.И. Менделеева
- 20.** Научные достижения М.В. Ломоносова
- 21.** Научные достижения В.В. Докучаева
- 22.** Научные достижения В.И. Вернадского
- 23.** Научные достижения И.В. Курчатого

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. ОБРАБОТКА ОПЫТНЫХ ДАННЫХ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ	4
1.1. Группировка и обработка рядов данных. Вычисление статистических показателей непосредственным способом	4
1.2. Вычисление статистических показателей малой выборки	10
1.3. Достоверность различий средних значений	13
2. УСТАНОВЛЕНИЕ УРОВНЯ СВЯЗИ МЕЖДУ ИССЛЕДУЕМЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ	14
2.1. Корреляция Пирсона	14
2.2. Ранговая корреляция Спирмена	19
2.3. Конкордация Кенделла	21
Библиографический список	23
Приложения	24
Приложение 1. Исходные данные для вычисления статистических показателей вариационного ряда	24
Приложение 2. Исходные данные для расчётов показателей вариационного ряда малой выборки и коэффициента корреляции	27
Приложение 3. Исходные данные для определения ранговой корреляции и конкордации Кенделла	30
Приложение 4. Стандартные значения критерия Стьюдента	32
Приложение 5. Задачи для индивидуальной проработки	33
Приложение 6. Тематический перечень для подготовки рефератов и кратких сообщений	43

Подписано в печать 06.11.2013. Усл. печ. л. 2,75. Тираж 25 экз.

Печать офсетная. Бумага офисная. Заказ № _____

Отпечатано: РИО ВоГТУ, г. Вологда, ул. Ленина, 15