

Министерство образования и науки Российской Федерации
Вологодский государственный университет

Кафедра теории и проектирования машин и механизмов

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Методические указания, задачи, РГЗ и
вопросы для подготовки студентов к экзамену

Факультет производственного менеджмента и инновационных технологий

Направление подготовки 43.03.01 «Сервис»

Профиль «Сервис транспортных средств»

Вологда
2014

Теоретическая механика: методические указания, задачи, РГЗ и вопросы для подготовки студентов к экзамену. – Вологда: ВоГУ, 2014. – 23 с.

Методические указания составлены в соответствии с требованиями учебной программы курса теоретической механики и предназначены для организации самостоятельной работы студентов при изучении курса и подготовке к экзамену. Указания содержат теорию, пояснения к выполнению РГЗ, примеры решения задач и вопросы по всем темам статики, кинематики и динамики курса теоретической механики.

Утверждено редакционно-издательским советом ВоГУ

Составители: В.П. Васеничев, канд. техн. наук, доцент

Ю.В. Сараев, канд. физ.-мат. наук, доцент

Рецензент: О.Н. Пикалев, зав. кафедрой А и АХ, канд. техн. наук, доцент

ВВЕДЕНИЕ

Изучение курса теоретической механики предполагает глубокое усвоение основ теории и приобретение навыков в решении задач. Эффективность обучения при этом определяется правильной организацией и постоянным контролем внеаудиторной самостоятельной работы студентов. Самостоятельное изучение курса теоретической механики состоит в усвоении теоретического материала с помощью учебников и конспектов. В регулярной подготовке к семинарским занятиям (решение задач, задаваемых на дом) и, наконец, в выполнении курсовых домашних заданий. В силу ряда причин (многочисленность групп и недостатке времени) преподавателю трудно организовать непрерывный контроль за работой студентов. Поэтому важное значение имеет возможность осуществления самоконтроля студента при изучении курса. Для этих целей предлагается перечень кратких “качественных” вопросов по основным разделам курса теоретической механики и набор кратких “количественных” задач, которые позволяют студенту самостоятельно оценить свои знания. Конспективно изложена теория вопроса.

Вопросы и задачи подбирались так, чтобы проверить усвоение, а также тренировать развитие умений и навыков по наиболее важным узловым темам курса. Кроме того, при формулировке вопросов и разработке заданий авторы руководствовались стремлением подготовить студентов к самостоятельному решению домашних задач по сборнику И. В. Мещерского [1] и к выполнению курсовых заданий по сборнику А. А. Яблонского [2].

Курс теоретической механики студенты изучают во втором семестре. Он состоит из трех разделов: Статика, кинематика, динамика. За семестр студенты самостоятельно выполняют из сборника А.А. Яблонского [2] одну курсовую работу (РГЗ), состоящую из шести задач (по две задачи в каждом разделе – С.1., С.3., К.2., К.4., Д.1., Д.10.).

1. СТАТИКА. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

СТАТИКА - учение о силах и равновесии тел под действием сил. Равновесие тел изучается в некоторой системе отсчета.

СИСТЕМА ОТСЧЕТА (СО) включает в себя тело, относительно которого рассматривается равновесие объекта и координатные оси. Если СО инерциальная, то равновесие называется абсолютным, если неинерциальная - относительным. Под телом, если это особо не оговорено, в статике понимается **АБСОЛЮТНО ТВЕРДОЕ ТЕЛО**, расстояние между двумя любыми точками которого с течением времени не изменяется.

СИЛА - количественная мера, определяющая воздействие одного тела на другое, в результате которого происходит изменение состояния движения тела или его деформация. Сила - величина векторная, имеющая модуль, направление

в пространстве и точку приложения. Линия, вдоль которой направлена сила, называется **ЛИНИЕЙ ДЕЙСТВИЯ СИЛЫ**.

Совокупность сил, действующих на рассматриваемое тело, называется **СИСТЕМОЙ СИЛ**. Две системы сил называются **ЭКВИВАЛЕНТНЫМИ**, если при замене одной из них на другую равновесие либо характер движения тела не изменяется. Сила, эквивалентная некоторой системе сил, называется **РАВНОДЕЙСТВУЮЩЕЙ** этой системы сил. Система сил, под действием которой тело находится в равновесии, называется **УРАВНОВЕШЕННОЙ**. Силы, действующие между частями одного и того же тела, называются **ВНУТРЕННИМИ**.

2. АКСИОМЫ СТАТИКИ

Аксиома 1. Под действием двух сил тело будет находиться в равновесии, если они равны по величине, противоположны по направлению и лежат на одной прямой.

Аксиома 2. Равновесие тела не изменится, если к действующим на тело силам добавить или от них отнять уравновешенную систему сил.

Следствие из аксиом 1 и 2. Действие силы на твердое тело не изменится, если точку приложения силы перенести в любое место вдоль линии действия силы.

Аксиома 3. Две силы, действующие на тело в одной точке, могут быть заменены одной - равнодействующей, которая определяется по правилу параллелограмма.

Аксиома 4. Силы взаимодействия двух тел равны по величине, противоположны по направлению и лежат на одной прямой.

Следствие из аксиом 4, 1, 2. При изучении равновесия твердого тела действие внутренних сил на тело можно не учитывать.

Аксиома 5. Равновесие деформируемой среды не изменится, если ее рассматривать как мгновенно затвердевшую.

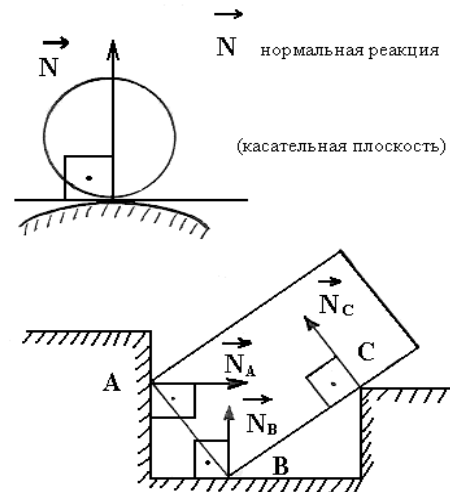
3. СВЯЗИ. РЕАКЦИИ СВЯЗЕЙ

Тело называется **СВОБОДНЫМ**, если другие тела не ограничивают его свободу перемещения. Большинство реальных тел - тела несвободные. Тела, ограничивающие свободу перемещения рассматриваемого тела, называются **СВЯЗЯМИ**. На практике связи реализуются в виде поверхностей, шарниров, нитей, стержней и т.д. Между телом и связями, наложенными на него, существует силовое взаимодействие. Сила, с которой связь действует на тело, называется **РЕАКЦИЕЙ СВЯЗИ**. Реакция связи направлена в сторону противоположную той, в направлении которой связь препятствует перемещению тела.

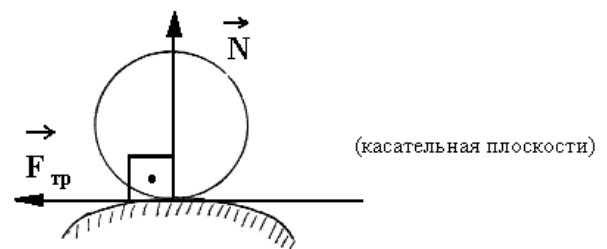
Наименование связи

Чертеж, реакция.

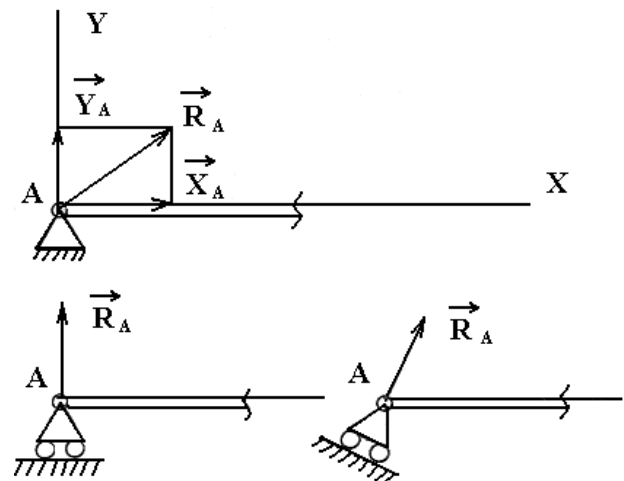
1. Связь - гладкая поверхность (поверхность без трения)



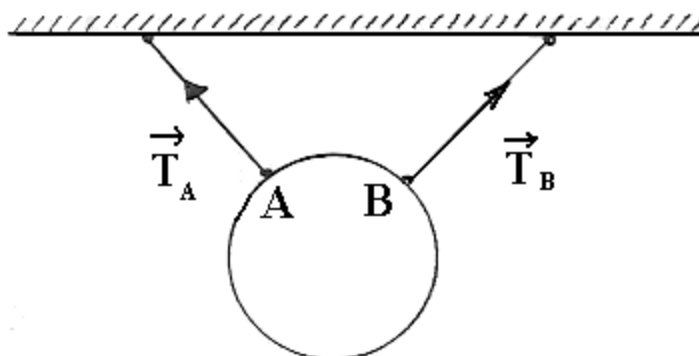
2. Связь - шероховатая поверхность (поверхность с трением)



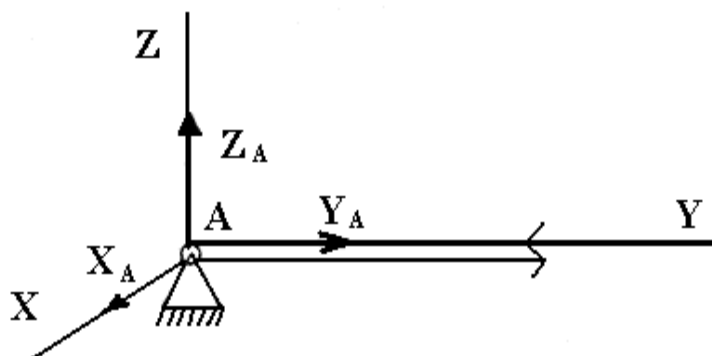
3. Связь - идеальный цилиндрический шарнир.



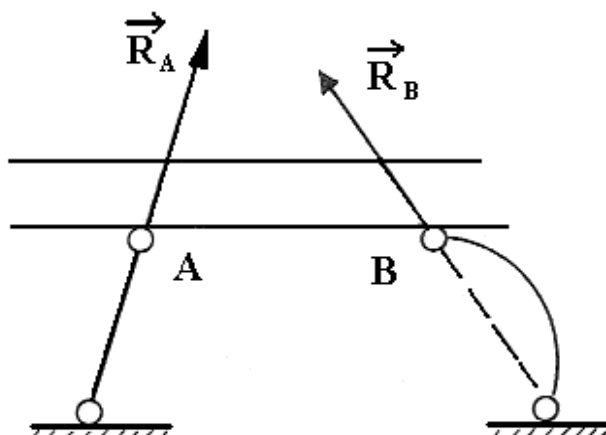
4. Связь - гибкая
нерастяжимая нить.



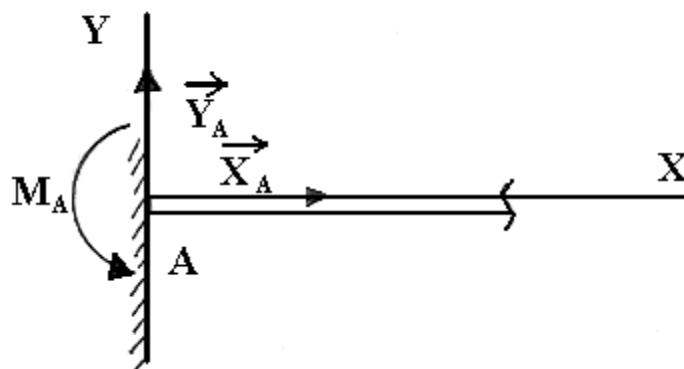
5. Связь - идеальный
сферический шарнир
или подпятник



6. Связь - жесткий
невесомый стержень



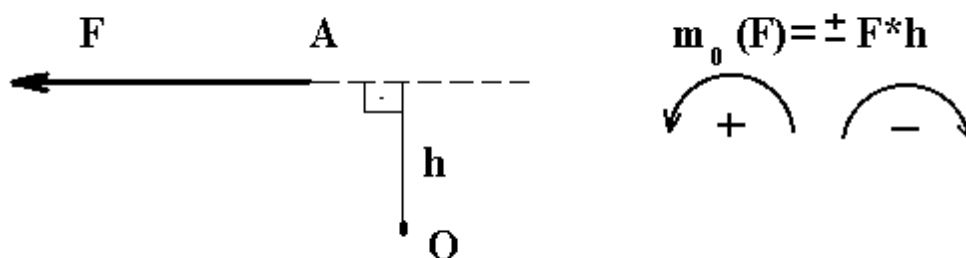
7. Связь - жесткая заделка



Основные теоремы статики формулируются для свободных тел. При исследовании равновесия несвободных тел используется принцип освобожденности от связей. **ПРИНЦИП ОСВОБОЖДЕННОСТИ ОТ СВЯЗЕЙ:** несвободное тело можно рассматривать как свободное, если отбросить связи (мысленно) и заменить их реакциями связей.

4. МОМЕНТ СИЛЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ТОЧКИ (скалярный)

Сила, приложенная к твердому телу, оказывает на него некоторое вращательное действие относительно произвольной точки. Количественно это вращательное действие характеризуется моментом силы относительно точки.



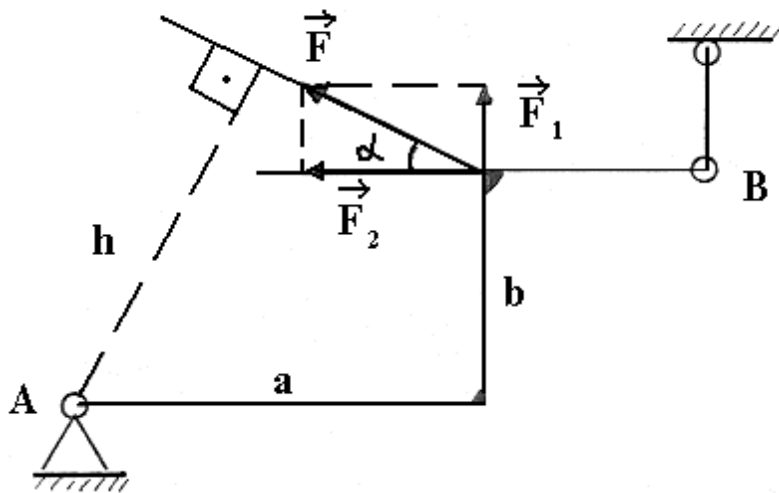
Вычисляется момент так. Продолжается линия действия силы. На эту линию отпускается перпендикуляр из точки, относительно которой вычисляется момент силы. Длина этого перпендикуляра обозначается **h** и называется **ПЛЕЧОМ СИЛЫ** относительно данной точки. Произведение силы на плечо, взятое со знаком “+” либо “-” называется **СКАЛЯРНЫМ МОМЕНТОМ СИЛЫ** относительно соответствующей точки. Правило знаков: момент положителен, если сила относительно точки оказывает на тело вращательное действие против часовой стрелки. В противном случае момент отрицателен.

Момент силы относительно точки равен нулю, если **h = 0**. В этом случае точка лежит на линии действия силы.

Теорема Вариньона. Момент равнодействующей ССС относительно некоторой точки равен алгебраической сумме моментов сил, входящих в систему и вычисленных относительно этой же точки. Записать это можно так:

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_k; \quad m_A(\vec{R}) = \sum m_A(\vec{F}_k)$$

Пример:

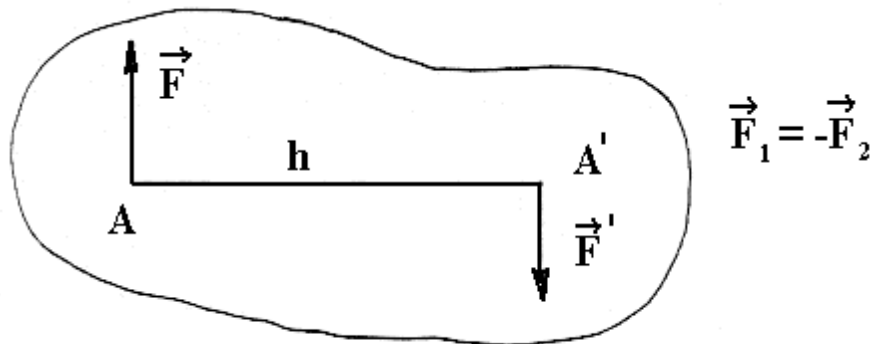


$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2; \quad F_2 = F \cos(\alpha); \quad F_1 = F \sin(\alpha)$$

$$m_A(F) = F_h = m_A(F_1) + m_A(F_2) = F \sin(\alpha) \cdot a + F \cos(\alpha) \cdot b$$

5. ПАРА СИЛ

ПАРА СИЛ – это две силы, равные по модулю, направленные по параллельным прямым в разные стороны.



$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

Указанная система сил не может быть упрощена и является самостоятельным силовым элементом, называемым **ПАРОЙ СИЛ**. Плоскость, в которой лежат силы пары, называется **ПЛОСКОСТЬЮ ПАРЫ**. Расстояние между линиями действия сил пары называется **ПЛЕЧОМ ПАРЫ (h)**.

Пара сил на твердое тело оказывает чисто вращательное действие, которое количественно характеризуется моментом пар.

В плоскости пары момент пары определяется так:

$$m = m(F; F') = \pm F \cdot h$$

Знак “+” соответствует вращательному действию пары против часовой стрелки, знак “-” – по часовой.

Основные операции, которые можно совершать над парами в плоскости пары, определяются следующими теоремами.

Теорема 1. Действие, оказываемое парой сил на твердое тело не изменится, если перенести пару сил в любое место в плоскости пары не изменяя величины и направления действия момента пары (величины сил и плечо пары изменять можно).

Эта теорема позволяет изображать на чертеже пару сил в удобном месте тела с помощью стрелки $\curvearrowright$ или $\curvearrowleft$, указывающей направление действия момента пары, рядом с которой пишется величина момента.

Теорема 2. Система пар сил, лежащих в одной плоскости, может быть заменена одной парой сил, лежащей в этой плоскости, с моментом равным алгебраической сумме моментов исходной системы пар сил.

$$M = \sum m_k = m_1 + m_2 + \dots + m_n$$

Теорема 3. Необходимым и достаточным условием равновесия твердого тела, на которое действует система пар сил лежащих в одной плоскости, является равенство нулю алгебраической суммы их моментов.

$$\sum m_k = m_1 + m_2 + \dots + m_n = 0$$

6. ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ

Система сил, действующих на твердое тело и лежащих в одной плоскости (плоскости чертежа), называется **ПЛОСКОЙ СИСТЕМОЙ СИЛ**. При решении задач из [1] и выполнении курсовой работы (задание С.1. и С.3. из [2]) рассматривают только плоскую систему сил. Для этого составляют три уравнения равновесия.

Основная форма уравнений равновесия.

$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0; \quad \sum m_o(F_k) = 0$$

Вторая форма уравнений равновесия

$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum m_A(F_k) = 0; \quad \sum m_B(F_k) = 0$$

Примечание: прямая **AB** не должна быть перпендикулярной оси **OX**.

Третья форма уравнений равновесия.

$$\sum m_A(F_k) = 0; \quad \sum m_B(F_k) = 0; \quad \sum m_C(F_k) = 0$$

Примечание: точки **A**, **B** и **C** не должны лежать на одной прямой.

7. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЯ РГЗ ПО СТАТИКЕ

1. Выделить твердое тело, равновесие которого необходимо рассмотреть для определения неизвестных величин.
2. Изобразить активные силы. Распределенную нагрузку заменить сосредоточенной силой.
3. Выбрать систему осей декартовых координат, используя при этом геометрию задачи.
4. Освободить тело от связей (условно) и заменить их реакциями.
5. Составить уравнения равновесия, при этом уравнение моментов целесообразно записать относительно точки, в которой пересекаются две реакции.
6. Решить уравнения и определить неизвестные силы.

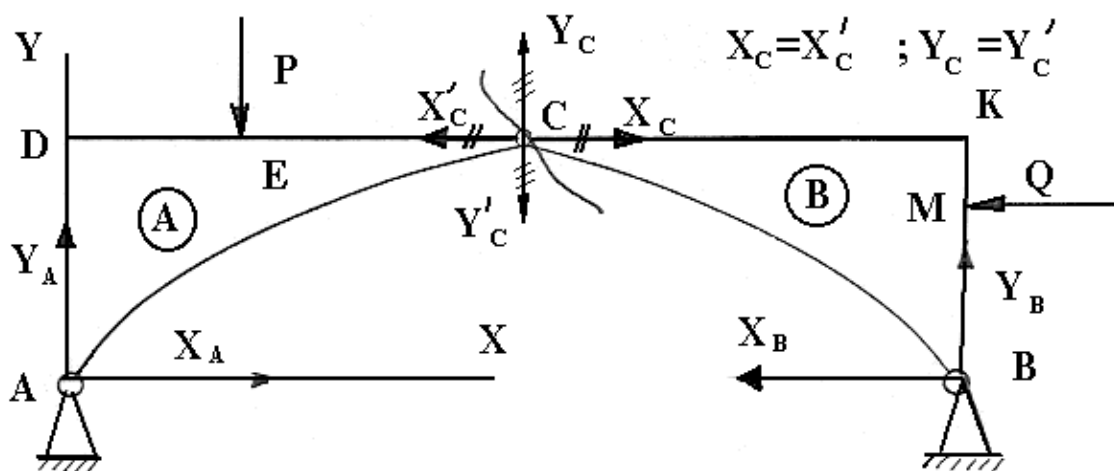
В задании С.1. показаны три способа закрепления бруса, ось которого – ломаная линия. Выполнить рисунок схемы «а», освободиться от связей, составить три уравнения равновесия и решить их. То же проделать для схемы «б» и «в», перенося на них нагрузку и размеры со схемы «а».

В задании С.3. выполнить только основную схему, когда два тела соединены в точке «С» шарниром. Найти реакции опор и давление (реакции) в промежуточном шарнире «С».

Для расчета реакций в таких системах их разделяют (условно) по внутренним связям на отдельные тела (А и В) и составляют уравнения равновесия каждого из тел в о отдельности. При этом необходимо учитывать, что реакции внутренних связей равны по модулю и противоположны по направлению.

Для проверки правильности решения составляется, используя аксиому отвердевания, уравнение равновесия для всей конструкции в целом. При этом шарнир в точке С заменяется жестким соединением.

Пример:



Уравнения равновесия тела “А”:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma F(kx) = X_A - X_C = 0 \\ \Sigma F(ky) = Y_A - Y_C - P = 0 \\ \Sigma m_A(F_K) = -P \cdot D_E - Y_C \cdot D_C + X_C \cdot A_D = 0 \end{array} \right.$$

Уравнения равновесия тела “В”:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma F(kx) = X_C - X_B - Q = 0 \\ \Sigma F(ky) = Y_C + Y_B = 0 \\ \Sigma m_B(F_K) = Q \cdot M_B - X_C \cdot B_K + Y_C \cdot K_C = 0 \end{array} \right.$$

Уравнение равновесия всей системы

$$\Sigma F(kx) = X_A - X_B - Q = 0$$

8. КИНЕМАТИКА. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

КИНЕМАТИКОЙ называется раздел теоретической механики, в котором изучается движение материальных тел в пространстве с геометрической точки зрения, вне связи с силами, определяющими это движение.

Движение тел совершается в пространстве с течением времени. Пространство – трехмерное. За единицу длины принимается метр. Время считается универсальным, т.е. протекающим одинаково во всех системах отсчета. За единицу времени принимается секунда. Время – величина скалярная, непрерывная и положительная.

Задать закон движения тела (точки) – значит задать положение этого тела (точки) относительно выбранной системы отсчета в любой момент времени. В дальнейшем будем связывать систему отсчета с землей и будем считать ее неподвижной.

Кинематика делится на два раздела: кинематика точки и кинематика твердого тела.

Непрерывную кривую, которую описывает точка при своем движении, называют **ТРАЕКТОРИЕЙ ТОЧКИ**. Если траектория прямая – движение прямолинейное, если траектория кривая – движение криволинейное. Прямолинейное – это частный случай криволинейного движения.

Все кинематические величины, характеризующие движение точки или тела (расстояния, скорости, ускорения и т.д.), рассматриваются как функции времени.

Для задания движения точки рассмотрим два способа: координатный и естественный.

9. КООРДИНАТНЫЙ СПОСОБ. СКОРОСТЬ И УСКОРЕНИЕ ТОЧКИ

Положение точки в выбранной системе координат $OXYZ$ можно однозначно определить ее координатами x ; y ; z . Эти координаты с течением времени изменяются, т.е. они - функция времени

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x} = \mathbf{f}_1(t) \\ \mathbf{y} = \mathbf{f}_2(t) \\ \mathbf{z} = \mathbf{f}_3(t) \end{array} \right\}^{(1)}$$

Эти уравнения представляют собой уравнения движения точки и определяют закон криволинейного движения точки. Уравнения (1) выражают движение точки в пространстве, а (2) – в плоскости. Для прямолинейного движения достаточно одного уравнения. Исключив из уравнений (1) или (2) время – найдем уравнение траектории точки. Например,

$$\left. \begin{array}{l} x = 2t \\ y = 12t^2 \end{array} \right\} \rightarrow t = \frac{x}{2} \rightarrow y = 12 \frac{x^2}{4} = 3x^2 \text{ - это парабола.}$$

Скорость точки – это векторная величина, характеризующая быстроту и направление движения точки. Этот вектор направлен всегда по касательной к траектории в сторону движения точки. Единица измерения – м/с. Модуль скорости точки определяется через проекции вектора на координатные оси

$$V_x = \dot{x}; \quad V_y = \dot{y}; \quad V_z = \dot{z}.$$

Точка над буквой – это первая производная по времени.

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}.$$

Ускорение точки – это вектор, характеризующий быстроту изменения модуля и направления вектора скорости точки. Этот вектор всегда направлен в сторону вогнутости кривой, по которой движется точка. Единица измерения – м/с^2 . Модуль ускорения точки определяется через проекции вектора на координатные оси

$$\alpha_x = \ddot{X}; \quad \alpha_y = \ddot{y}; \quad \alpha_z = \ddot{Z}.$$

Две точки над буквой – это вторая производная по времени.

$$\alpha = \sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_y^2 + \alpha_z^2}$$

10. ЕСТЕСТВЕННЫЙ СПОСОБ. СКОРОСТЬ И УСКОРЕНИЕ ТОЧКИ

Естественным способом задания движения точки удобно пользоваться в тех случаях, когда траектория движения точки известна заранее. Рассматривая траекторию как криволинейную координатную ось, установим на ней начало отсчета, положительное и отрицательное направление, как на обычной коорди-

натной оси. Тогда положение точки на этой оси однозначно определится дуговой координатой «S», которая является функцией времени.

$$S = f(t)$$

Уравнение выражает закон движения точки. Тогда $V = \dot{S}$, а ускорение точки через проекции на оси естественного трехгранника $M\tau n_b$. Ось $M\tau$ по касательной к траектории в сторону положительного отсчета, Mn – перпендикулярно к $M\tau$ в сторону вогнутости траектории, Mb – перпендикулярно к первым двум. Тогда

$$\alpha_\tau = \frac{\dot{V}}{V^2} = \ddot{S}$$

$$\alpha_n = \frac{V^2}{\rho}$$

$$\alpha_b = 0,$$

ρ - радиус кривизны траектории. У окружности $\rho = R$

$$\alpha = \sqrt{\alpha_\tau^2 + \alpha_n^2}$$

11. ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

ПОСТУПАТЕЛЬНЫМ называется такое движение твердого тела, при котором любая прямая, проведенная в этом теле, перемещается, оставаясь параллельной самой себе.

Свойства поступательного движения определяются следующей теоремой:

При поступательном движении все точки тела описывают одинаковые траектории и имеют в каждый момент времени одинаковые по модулю и направлению скорости и ускорения.

Следовательно, поступательное движение сводится к кинематике точки.

12. ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

ВРАЩАТЕЛЬНЫМ называется такое движение твердого тела, при котором какие-нибудь две точки тела остаются во все время движения неподвижными. Прямая, проходящая через эти точки, называется **ОСЬЮ ВРАЩЕНИЯ**. Положение тела определяется углом « φ », который называется **УГЛОМ ПОВОРОТА ТЕЛА**. Очевидно, он является функцией времени $\varphi = f(t)$. Эта формула выражает закон вращательного движения.

Основными кинематическими характеристиками вращательного движения являются угловая скорость « ω » и угловое ускорение « ϵ ». Это алгебраические величины и могут быть со знаком «+» или «-». Модуль угловой скорости $|\omega| = |\dot{\varphi}|$, а $|\epsilon| = |\ddot{\varphi}|$. на рисунке они показываются круговыми стрелками. Единица измерения $\omega \rightarrow 1/c$, а $\epsilon \rightarrow 1/c^2$. Это кинематические характеристики

всего тела в целом. А каждая точка тела имеет свою линейную скорость « $\vec{V}$ » и линейное ускорение « $\vec{\alpha}$ ».

$$V = h \cdot \omega ; \quad \alpha_n = h \cdot \omega^2 ; \quad \alpha_\tau = h \cdot \varepsilon.$$

$$\alpha = \sqrt{\alpha_\tau^2 + \alpha_n^2} = h\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4},$$

h – это расстояние от точки до оси вращения.

13. ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫМ (или плоским) называется такое движение твердого тела, при котором все его точки перемещаются в плоскостях, параллельных некоторой неподвижной плоскости. Например, колесо автомобиля на прямолинейном участке пути. Плоское движение – это сложное движение, состоящее из поступательного вместе с полюсом и вращательного вокруг этого полюса. За полюс можно принять любую точку тела (например, точку «А»). Уравнениями плоского движения (определяющими закон движения) будут

$$\begin{aligned} x_A &= f_1(t) \\ y_A &= f_2(t) \\ \varphi &= f_3(t). \end{aligned}$$

Первые два определяют поступательную часть движения, третье – вращательную часть движения.

Основными кинематическими характеристиками движения являются скорость и ускорение поступательного движения, равные скорости и ускорению полюса ($\vec{V}_{\text{пос}} = \vec{V}_A$, $\vec{\alpha}_{\text{пос}} = \vec{\alpha}_A$), а также угловая скорость « ω » и угловое ускорение « ε » вращательного движения вокруг полюса.

Для определения скоростей точек тела следует воспользоваться понятием «мгновенный центр скоростей».

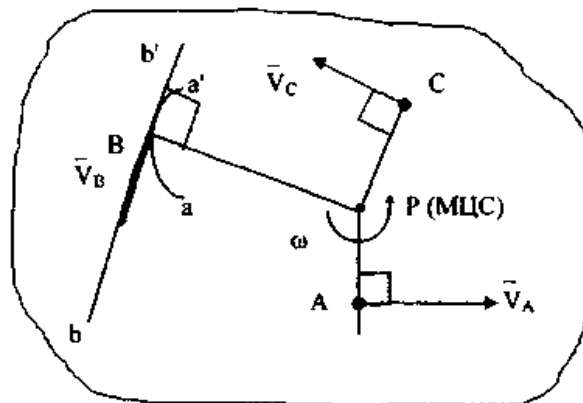
МГНОВЕННЫМ ЦЕНТРОМ СКОРОСТЕЙ (МЦС) называется точка тела, скорость которой в данный момент времени равна нулю.

Расчет скоростей при плоском движении с помощью МЦС

Для расчета скорости точки тела, совершающего плоское движение, с помощью МЦС необходимо последовательно выполнить следующие действия:

- 1) выделить точку исследуемого тела, скорость которой известна, либо может быть легко рассчитана по условию задачи. Изобразить эту точку и вектор ее скорости (например, точка А);
- 2) определить точку исследуемого тела, для которой можно построить вектор скорости, либо прямую, на которой лежит этот вектор скорости (например, точка В);

- 3) построить МЦС исследуемого тела, для чего провести *перпендикуляры* в точках А и В к *векторам скорости* и найти точку их пересечения. Эта точка (точка Р) и является МЦС тела в данный момент времени;

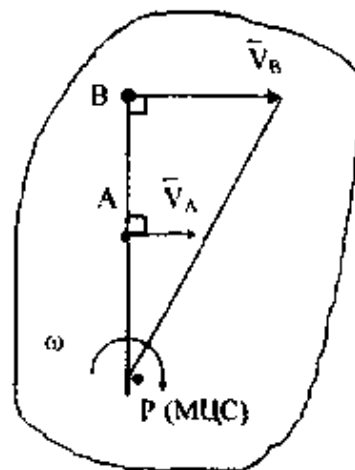
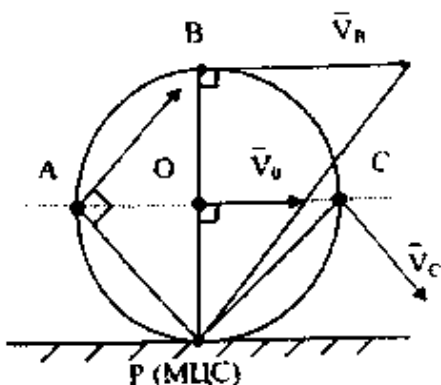


- 4) изобразить стрелкой направление вращательного движения вокруг МЦС в сторону вектора скорости той точки, для которой этот вектор известен (точка А);
- 5) скорости любых других точек тела строятся перпендикулярно отрезкам, соединяющим эти точки с МЦС, в сторону вращения и рассчитываются по формулам:

$$\omega = \frac{V_A}{AP}; \quad V_B = \omega BP; \quad V_C = \omega CP.$$

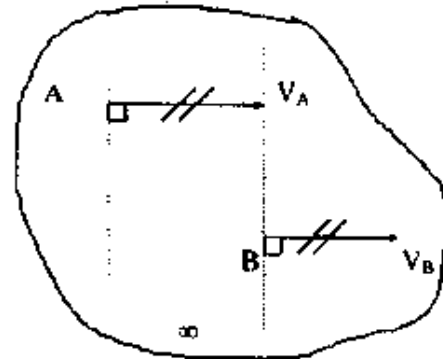
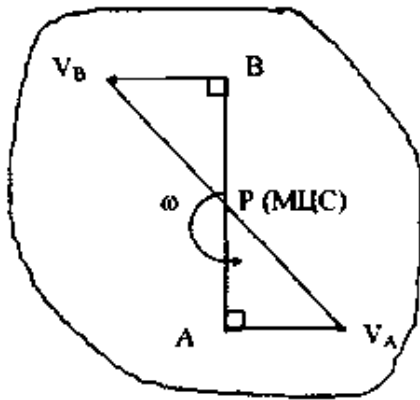
Частные случаи построения МЦС

Рассмотрим ситуации, когда построение МЦС отклоняется от общей схемы



1. Колесо катится по неподвижной поверхности без проскальзывания (рис). МЦС в каждый момент времени находится в точке контакта колес и поверхности.

2. Точки А и В лежат на общем перпендикуляре к векторам их скоростей, направленных в одну сторону (рис). Построение МЦС ясно из рисунка.
3. Точки А и В лежат на общем перпендикуляре к векторам их скоростей, направленных в разные стороны (рис). Построение МЦС следует из рисунка.



4. Перпендикуляры к векторам скоростей точек А и В параллельны (говорят пересекаются на бесконечности). В этом случае МЦС находится на бесконечности и выполняется $AP = \infty$; $V_A/AP = 0$. Рассматриваемое тело совершает мгновенное поступательное движение: все его точки в данный момент времени движутся с одинаковыми скоростями.

В задании К.2. груз 1 движется поступательно, следовательно, $V_1 = \dot{x}$; $\alpha_1 = \ddot{x}$. Колесо 2 и 3 совершают вращательное движение вокруг неподвижной оси, следовательно, $\omega = \frac{v}{h}$; $\alpha_M^n = h \cdot \omega^2$; $\alpha_M^t = h \cdot \varepsilon$

$$\alpha_M = h \cdot \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$

При решении задачи учесть, что, когда два колеса находятся в зацеплении, скорость точки зацепления каждого колеса одна и та же, а, когда два колеса связаны ременной передачей, то скорости всех точек ремня и, следовательно, точек, лежащих на ободе каждого из этих колес, в данный момент времени численно одинаковы; при этом считается, что ремень по ободу колеса не скользит.

В задании К.4. выполнить только второй пункт (определение скоростей т.А, В, С, ... механизма и угловых скоростей звеньев с помощью мгновенного центра скоростей). Для этого схему механизма надо выполнить в масштабе. Начинаем со звена O_1A . Определив скорость точки «А», переходим к следующему звену «АВ» и т.д., используя вышеописанную последовательность. Расстояния AP , BP , CP и т.д. взять из рисунка с учетом масштаба.

14. ДИНАМИКА. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

ДИНАМИКОЙ называется раздел теоретической механики, в котором изучается движение материальных тел под действием приложенных сил. В основе динамики лежат законы.

ПЕРВЫЙ ЗАКОН ДИНАМИКИ гласит – изолированная материальная точка сохраняет свое состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока приложенные силы не заставят ее изменить это состояние.

ВТОРОЙ ЗАКОН (ОСНОВНОЙ ЗАКОН ДИНАМИКИ) – произведение массы материальной точки на ускорение, которое она получает под действием данной силы, равно по модулю этой силе, а направление ускорения совпадает с направлением силы

$$m \cdot \vec{\alpha} = \vec{F}.$$

ТРЕТИЙ ЗАКОН – две материальные точки действуют друг на друга с силами, равными по модулю и направленными вдоль прямой, соединяющей эти точки, в противоположные стороны.

ИНЕРТНОСТЬ – это свойство материальных тел быстрее или медленнее изменять скорость своего движения под действием приложенных сил.

Величина, зависящая от количества вещества данного тела и определяющая меру его инертности, называется **МАССОЙ ТЕЛА**.

МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКОЙ называется материальное тело, вращательным движением которого, по сравнению с поступательным, можно пренебречь.

Динамика делится на две части: динамика точки и динамика твердого тела.

В динамике точки рассматриваются две задачи – прямая и обратная.

ПРЯМОЙ называется задача, в которой по заданному движению и массе материальной точки определяются силы, приложенные к ней.

ОБРАТНОЙ называется задача, в которой по заданным силам, действующим на материальную точку массы « m », определяют ее движение.

15. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧЕ Д.1., Д.10.

Задание Д.1. «Интегрирование дифференциальных уравнений движения материальной точки, находящейся под действием постоянных сил» - это вторая задача динамики точки.

Для решения задачи используются дифференциальные уравнения движения точки. На участке АВ точка движется вдоль прямой, и дифференциальное уравнение ее движения имеет вид:

$$m \cdot \ddot{x}_1 = \sum F_{kx1}.$$

На участке ВС точка совершает криволинейное движение, и дифференциальные уравнения движения составляются так:

$$\begin{aligned} m \cdot \ddot{x} &= \sum F_{kx} \\ m \cdot \ddot{y} &= \sum F_{ky}. \end{aligned}$$

В обоих случаях записываются начальные условия. Конечные условия на участке АВ являются начальными для участка ВС.

В ряде вариантов более естественно для определения постоянных интегрирования воспользоваться граничными условиями, когда значения координат и скоростей заданы не для одного, а для разных моментов времени.

В задании Д.10. «Применение теоремы об изменении кинетической энергии к изучению движения механической системы» - рассматривается система материальных тел.

Для решения задачи используется теорема об изменении кинетической энергии

$$T_s - T_0 = \sum A_s(F_k^c),$$

где T_s и T_0 - кинетическая энергия системы в конечном и начальном положениях; $\sum A_s(F_k^c)$ - сумма работ внешних сил, приложенных к телам системы.

Так как в начальный момент времени система находилась в покое, то $T_0=0$. Кинетическая энергия системы в конечном положении определяется как

$$T_s = \sum T_{kc}.$$

Кинетические энергии отдельных тел в зависимости от вида их движения рассчитываются по формулам:

- при поступательном движении

$$T = \frac{m \cdot V^2}{2};$$

- при вращательном движении

$$T = \frac{1}{2} J_z \omega^2,$$

где J_z - момент инерции тела относительно оси вращения, вычисляется либо по формулам для тел простой геометрической формы, либо по формуле

$$J_z = m \cdot i_z^2,$$

где i_z - радиус инерции тела (берется из таблицы);

- при плоском движении

$$T = \frac{m \cdot V_c^2}{2} + \frac{1}{2} J_{zc} \omega^2,$$

где V_c - скорость центра тяжести тела.

Все кинематические параметры (V ; ω) тел системы выражаются через искомый в задаче кинематический параметр по соответствующим формулам. При вычислении работы внешних сил необходимо их изобразить на чертеже и записать общее выражение вида

$$\sum A_s(F_k^c) = A_s(P_k) + A_s(N_k) + \dots + A_s(F_{тр}).$$

Работа силы равна нулю в следующих случаях:

- точка приложения сил неподвижна, либо находится в мгновенном центре скоростей;

- вектор силы перпендикулярен перемещению точки приложения силы.
Работа силы тяжести рассчитывается по формуле

$$A_s(P) = \pm mgh,$$

где h - перемещение по вертикали центра тяжести тела; знак «+» соответствует понижению центра тяжести, а знак «-» - его подъему при движении.

Работа силы трения скольжения

$$A_s(F_{\text{тр}}) = - f \cdot N \cdot S,$$

где S - перемещение точки приложения силы трения скольжения.

Работа пары сил сопротивления качению

$$A_s(m_{\text{тр}}) = -k \cdot N \cdot \frac{S_0}{R},$$

где S_0 - перемещение вдоль плоскости центра тяжести катка.

Линейные и угловые перемещения находятся в такой же зависимости, как и соответствующие линейные или угловые скорости. Рассчитанные значения T_s и $\sum A_k$ приравниваются и находится искомый кинематический параметр.

Как отмечено раньше, студент выполняет одну курсовую работу (РГЗ), состоящую из шести задач. Рекомендуем каждую задачу оформлять и сдавать отдельно, по мере изучения материала на лекциях и практических занятиях. Работу оформлять на стандартных листах. Писать на одной стороне листа. Чертежи выполнять крупно, четко, ясно. Оформлять можно от руки или на компьютере (приответствуется). Титульный лист – обязательно на компьютере (см. приложение).

16. ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ ИЗ СБОРНИКА [1] И ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНАМ

Задачи по статике

№ 2.28; 2.33; 3.14; 3.16; 4.7; 4.8; 4.22; 4.35; 9.4; 9.12.

Задачи по кинематике

№ 10.2; 10.12; 12.18; 13.14; 13.18; 14.3; 16.28; 16.29; 16.31; 22.17; 23.9.

Задачи по динамике

№ 26.5; 26.9; 26.10; 27.2; 27.5; 27.40; 27.46; 35.10; 37.17; 35.20; 35.21; 36.9; 37.50; 38.20; 38.38.

Вопросы по статике

1. Сила. Характеристики.
2. Система сил.
3. Аксиомы статики.
4. Момент силы относительно точки (скалярный).
5. Пара сил. Момент пары.
6. Три формы равновесия плоской системы сил.
7. Связи и реакции связей.
8. Система тел. Решение задач.

Вопросы по кинематике

1. Предмет кинематики.
2. Система отсчета.
3. Пространство, время.
4. Траектория точки. Характеристика движения по траектории.
5. Координатный способ задания движения точки.
6. Естественный способ задания движения точки.
7. Скорость точки.
8. Ускорение точки.
9. Поступательное движение твердого тела.
10. Вращательное движение твердого тела.
11. Основные характеристики вращательного движения.
12. Скорость и ускорение точек тела.
13. Плоское движение твердого тела.
14. Закон плоского движения тела.
15. Кинематические характеристики плоского движения.
16. Мгновенный центр скоростей (МЦС) и способы его определения.
17. Определение скоростей точек твердого тела с помощью МЦС.

Вопросы по динамике

1. Предмет динамики
2. Основные понятия динамики.
3. Законы динамики.
4. Инертность тел.
5. Масса тела.
6. Первая и вторая задачи динамики точки.
7. Материальная точка.
8. Дифференциальные уравнения движения точки.
9. Определение постоянных интегрирования.
10. Теорема об изменении кинетической энергии.
11. Кинетическая энергия тела при поступательном, вращательном и плоском движении.
12. Работа силы тяжести.
13. Работа силы трения скольжения.
14. Работа пары сил сопротивления качению.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Мещерский, И.В. Задачи по теоретической механике: учеб. пособие для вузов / ред.: И.В. Мещерский, В.А. Пальмов, Д.Р. Меркин. – Изд. 50-е, стер. – Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2010. – 447, [1] с.
2. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: учеб. пособие для вузов / под общ. ред. А.А. Яблонского. – 17-е изд., стер. – Москва: КНО-РУС, 2010. – 385 [2] с.
3. Тарг, С.М. Краткий курс теоретической механики: учебник для вузов / С.М. Тарг. – Изд. 18-е, стер. – Москва: Высш. шк, 2008. – 416 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

**Вологодский государственный университет
Кафедра ТПММ
Теоретическая механика**

Расчетно-графическая работа

**Задание Д.10. Применение теоремы об изменении
кинетической энергии к изучению движения
механической системы**

Вариант 10

**Выполнил студент группы
МАС-11: Иванов Н.С.
Проверил: Петров К.И.**

**Вологда
2014**

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. СТАТИКА. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ.....	3
2. АКСИОМЫ СТАТИКИ.....	4
3. СВЯЗИ. РЕАКЦИИ СВЯЗЕЙ.....	4
4. МОМЕНТ СИЛЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ТОЧКИ (скалярный)	7
5. ПАРА СИЛ.....	8
6. ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ.....	9
7. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЯ РГЗ ПО СТАТИКЕ	10
8. КИНЕМАТИКА. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ	11
9. КООРДИНАТНЫЙ СПОСОБ. СКОРОСТЬ И УСКОРЕНИЕ ТОЧКИ.....	12
10. ЕСТЕСТВЕННЫЙ СПОСОБ. СКОРОСТЬ И УСКОРЕНИЕ ТОЧКИ.....	12
11. ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА	13
12. ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА	13
13. ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА	14
14. ДИНАМИКА. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ	17
15. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧЕ Д.1., Д.10.....	17
16. ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ ИЗ СБОРНИКА [1] И ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНАМ	19
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	22

Подписано в печать 30.10.2014.	Усл. печ. л. 1,4	Тираж 20 экз.
Печать офсетная.	Бумага писчая.	Заказ №370.

Отпечатано: РИО ВоГУ, г. Вологда, ул. С. Орлова, 6