

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВПО «ВОЛОГОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

УТВЕРЖДАЮ



06 сентября 2011г.

ПРОГРАММА
ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА
ПО МАТЕМАТИКЕ

Специальность
050201 «Математика»

Форма обучения
ЗАОЧНАЯ

Вологда
2011

. Программа составлена в соответствии с требованиями ГОС ВПО по специальности 050201 «Математика» от 31.01.2005 г. №691пед/сп.

Автор (ы) к.ф-м.н., доц. Шилова Г.Н., к.ф-м.н., доц. Васильева Т.В., д.п.н., профессор Тестов В.А., доц. Цыпленкова Н.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии физико-математического факультета
протокол № 1 от 06 сентября 2011 года.

Изменения программы Государственного экзамена по математике, утвержденные методической комиссией факультета

[illegible]

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Государственный экзамен специалиста является квалификационным и предназначен для определения теоретической и практической подготовленности выпускника к выполнению профессиональных задач, установленных ГОС ВПО, и проводится в форме итогового междисциплинарного экзамена по алгебре и теории чисел, геометрии, математическому анализу, теории и методике обучения математике.

Программа содержит основные и наиболее важные вопросы, имеющие идейно-теоретическое и практическое значение.

В билете государственного экзамена включены два вопроса из разных дисциплин, один из которых может быть комплексным.

Экзаменуемые должны:

владеть основными понятиями алгебры (группа, кольцо, поле, векторное пространство, линейная алгебра) и теории чисел (система натуральных чисел, простые числа, делимость, сравнения и их приложения), иметь отчетливое представление об основных числовых системах и их построении, владеть навыками решения систем линейных уравнений;

знать аксиоматический метод построения геометрии, иметь ясное представление о различных группах преобразований плоскости и уметь пользоваться этими преобразованиями при решении задач на построение и доказательство, владеть векторным и координатным методами при изучении геометрии на плоскости и в пространстве, знать основы теории изображений плоских и пространственных фигур (в параллельной проекции); знать определение и примеры топологических многообразий, основные свойства линий и поверхностей в евклидовом пространстве;

владеть основными понятиями теории множеств, предела, непрерывности, производной и дифференциала, первообразной функции, определенного интеграла, сходимости рядов; владеть техникой дифференцирования и интегрирования, решать простейшие дифференциальные уравнения, знать основные свойства элементарных аналитических функций;

Раскрывая вопрос по теории и методике обучения математике, студент должен показать:

- знание целей и задач обучения математике в средней школе;
- владение основными положениями общей методики;
- знание логики построения и развертывания основных содержательно-методических линий в различных школьных учебниках математики;
- знание требований к организации педагогического процесса, к оснащению и оборудованию учебных кабинетов.

В целом итоговый государственный экзамен носит комплексный характер и ориентирован на выявление целостной системы общепрофессиональных и специальных научных знаний в предметной области.

Программа итогового государственного экзамена является единой для всех студентов независимо от тематики выпускной квалификационной работы.

ПРОГРАММА

Алгебра и теория чисел

Бинарные отношения. Отношение эквивалентности и разбиение на классы, фактор-множество. Отношение порядка.

Натуральный ряд. Аксиомы Пеано. Принцип математической индукции. Операции сложения и умножения и их свойства.

Поле. Примеры полей. Простейшие свойства поля. Поле рациональных чисел. Упорядоченное поле. Поле действительных чисел.

Определение группы. Примеры. Изоморфизм групп. Подгруппы. Циклические группы.

Определение кольца. Примеры. Изоморфизм колец. Подкольца. Идеалы кольца. Кольца вычетов.

Системы линейных уравнений. Равносильность и элементарные преобразования систем. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Критерий совместности системы линейных уравнений.

Векторное пространство. Примеры. Простейшие свойства векторных пространств. Линейная зависимость системы векторов. База и ранг конечной системы векторов. Подпространства. Базис и размерность конечномерного векторного пространства.

Евклидовы пространства. Длина вектора и угол между векторами. Ортогональные системы векторов. Ортонормированные базисы.

Поле комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия над комплексными числами. Извлечение корня из комплексного числа.

Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Каноническое разложение составного числа и его единственность.

Кольцо целых чисел. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух чисел.

Основные свойства сравнения. Теоремы Эйлера и Ферма. Линейные сравнения с одной переменной.

Приложения теории сравнений к выводу признаков делимости. Обращение обыкновенной дроби в десятичную и определение длины периода десятичной дроби.

Многочлены с комплексными и действительными коэффициентами. Неприводимые многочлены над полями комплексных и действительных чисел. Разложение многочленов в произведение неприводимых множителей.

Многочлены с рациональными и целыми коэффициентами. Их рациональные корни. Неприводимые над полем $\mathbb{Q}$ многочлены. Критерий Эйзенштейна.

Геометрия

Группа аффинных преобразований плоскости и ее подгруппы. Приложение аффинных преобразований к решению задач.

Система аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства, ее непротиворечивость. Связь системы аксиом Вейля с аксиомами школьного курса геометрии.

Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости, двух прямых в пространстве.

Проективная плоскость и ее модели. Группа проективных преобразований. Приложения к решению задач.

Многоугольники. Площадь многоугольника. Теорема существования и единственности. Равновеликость и равноставленность.

Линии и поверхности в евклидовом пространстве. Гладкие линии и гладкие поверхности. Первая квадратичная форма поверхности и ее приложения.

Изображение плоских и пространственных фигур в параллельной проекции. Позиционные и метрические задачи.

Плоскость Лобачевского. Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского. Непротиворечивость системы аксиом плоскости Лобачевского.

Группа движений (перемещений) плоскости. Классификация движений. Приложения движений к решению задач.

Векторы в трехмерном евклидовом пространстве. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов. Приложения к решению задач.

Топологическое пространство. Топологическое многообразие. Эйлерова характеристика двумерного многообразия. Теорема Эйлера для многогранников.

Группа преобразований подобия плоскости и ее подгруппы. Приложения преобразований подобия к решению задач.

Математический анализ

Тригонометрические функции, их свойства. Разложение синуса и косинуса в степенной ряд. Синус и косинус в комплексной области.

Дифференцируемые функции одной или нескольких действительных переменных. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования.

Теорема Лагранжа. Условия постоянства, монотонности и выпуклости функции на промежутке. Экстремумы и точки перегиба.

Первообразная и неопределенный интеграл. Интегрирование подстановкой и по частям.

Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.

Площадь плоской фигуры и длина дуги. Приложения определенного интеграла к вычислению площади плоской фигуры, объема тела вращения, длины дуги.

Числовые ряды. Признаки сходимости: Даламбера и интегральный. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.

Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Степенные ряды в комплексной области. Круг сходимости.

Формула и ряд Тейлора. Биномиальный ряд.

Метрические пространства. Открытые и замкнутые множества. Полные метрические пространства. Теорема Банаха о сжимающем отображении и ее приложения.

Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные уравнения.

Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Производная функции комплексной переменной. Условия дифференцируемости. Понятие аналитической функции.

Мощность множества. Счетные множества и их свойства. Счетность множества рациональных чисел. Несчетность множества действительных чисел.

Отображение множеств (функции). Предел и непрерывность функции в точке. Основные свойства непрерывных функций на отрезке.

Предел числовой последовательности. Существование верхней грани ограниченного сверху множества. Теорема о пределе монотонной последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Необходимый и достаточный признак сходимости последовательности.

Определение и свойства степени. Степенная функция. Степень в комплексной области.

Показательная функция, ее основные свойства. Разложение в степенной ряд. Показательная функция комплексной переменной. Формула Эйлера.

Логарифмическая функция: ее основные свойства. Разложение в степенной ряд. Логарифмическая функция комплексной переменной.

Теория и методика обучения математике

Предмет методики обучения математике, основные проблемы и задачи методики на современном этапе. Цели обучения математике в средней школе.

Математические понятия. Методика их изучения в школе.

Правила и алгоритмы. Методика их изучения в школе.

Математические задачи. Роль задач в обучении математике. Роль текстовых задач в обучении математике. Методика обучения их решению.

Методы обучения математике в средней школе. Методы научного познания в обучении математике (анализ и синтез, индукция и дедукция в обучении математике).

Методика изучения числовых систем.

Алгебраические выражения. Тожественные преобразования выражений в курсе математики средней школы.

Уравнения и неравенства в курсе математики средней школы.

Изучение функций в курсе математики средней школы.

Стохастическая содержательно- методическая линия в курсе математики средней школы.

Методика изучения производной в средней школе.

Проблемы построения школьного курса геометрии. Различные системы аксиом в школьных учебниках геометрии. Теоремы, их логическая структура. Обучение учащихся доказательству теорем.

Методика изучения равенства фигур в школьном курсе геометрии.

Методика изучения геометрических величин в школе.

Геометрические преобразования и методика их изучения в средней школе. Подобие и гомотетия.

Изучение свойств геометрических фигур в средней школе (на примере многоугольников и многогранников).

Векторы и координаты в курсе геометрии средней школы (на плоскости и в пространстве).

Методика проведения первых уроков стереометрии.

Изучение взаимно расположенных прямых и плоскостей в школьном курсе геометрии.

Методика изучения геометрических построений в средней школе.

Литература

Алгебра и теория чисел

1. Бухштаб А.А. Теория чисел. -М.: Просвещение, 1966.
2. Виноградов И.М. Основы теории чисел. -М.: Наука, 1981.
3. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения. –М.: Наука, 1976.
4. Кострикин А.И. Введение в алгебру. -М.: Наука, 1977.
5. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. -М.; Высшая школа, 1979.
6. Куликов Л.Я., Москаленко А.И., Фомин А.А. Сборник задач по алгебре и теории чисел. -М.: Просвещение, 1993.
7. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. -М.: Наука, 1965.
8. Ляпин Е.С., Евсеев А.Е. Алгебра. -М.: Просвещение. Ч. 1, 1974.; Ч. 2, 1978.
9. Михелович Ш.Х. Теория чисел. -М.: Высшая школа, 1967.

Геометрия

1. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч.І: Учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов. - М.: Просвещение, 1986.
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч II : Учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов. - М.: Просвещение, 1987.
3. Базылев В.Т., Дуничев К.И., Иваницкая В.П. Геометрия. Ч.І: Учебное пособие для студентов I курса физико-математических факультетов педагогических институтов. - М.: Просвещение, 1974.
4. Базылев В.Т., Дуничев К.И. Геометрия. Ч.ІІ: Учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов. - М.: Просвещение, 1975.
5. Вернер А.Л., Кантор Б.Е., Франгулов С.А. Геометрия. Ч. I, II. С-Пб.: 1997.
6. Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Ч.І. - М.: Просвещение, 1973.
7. Сборник задач по геометрии. Ч.ІІ./ Под ред. Л.С. Атанасяна. - М.: просвещение, 1975.
8. Сборник задач по геометрии. / Под ред. В.Т.Базылева. - М.: Просвещение, 1980.
9. Погорелов А.В. Геометрия.: Учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Математика". - М.: Наука, 1983.
10. Александров А.Д., Нецветаев Н.Ю. Геометрия.: Учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Математика ". - Наука, 1990.

Математический анализ

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Физматгиз, 1962, т 1-3.
2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – М.: Высшая школа, 1988, т 1-3.

3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. – М.: Наука, 1981, т 1-2.
4. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. – М.: Издательство МГУ, 1985, т 1-2.
5. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. – М.: Наука, 1974.
6. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1981.
7. Маркушевич А.И., Маркушевич Л.А. Введение в теорию аналитических функций. – М.: Просвещение, 1977.
8. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1967.
9. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функции комплексного переменного. – М.: Наука, 1976
10. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. – М.: Наука, 1974.
11. Лавоентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1987.
12. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: Наука, 1990.
13. Давыдов Н.А., Коровкин А.П., Никольский В.Н. Сборник задач по математическому анализу. – М.: Просвещение, 1973.
14. Задачник по курсу математического анализа /Под редакцией Н.Я. Виленкина. – М.: Просвещение, 1971, ч. 1-2.
15. Очан Ю.С. Сборник задач по математическому анализу. – М.: Просвещение, 1981.
16. Волковыский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1973.

Теория и методика обучения математике

1. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика: Учебное пособие для студентов педагогических институтов / А.Я. Блох, Е.С. Канин, Н.Г. Килина и др. Сост. Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. – М.: Просвещения, 1985.
2. Методика преподавания математики в средней школе: Част. методики: Учебное пособие для студентов педагогических институтов / А.Я. Блох, В.А. Гусев, Г.Ф. Дорофеев и др. Сост. В.И. Мишин. – М.: Просвещение, 1987.
3. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика: Учебное пособие для студентов физ.-мат. факультетов педагогических институтов / Ю.М. Колягин, В.А. Оганесян, В.А. Санинский, Г.Л. Луканкин – М.: Просвещение, 1980.
4. Методика преподавания математики в средней школе: Част. методика: Учебное пособие для студентов физ.-мат. факультетов педагогических институтов / Ю.М. Колягин, Г.Н. Луканкин, Е.Л. Мокрушин и др. – М.: Просвещение, 1977.
5. Столяр А.А. Педагогика математики. – Минск, 1986.
6. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики. Учебное пособие для студентов физико-математического факультета. (Е.И. Лященко, К.В. Зобкова и др.). Под ред. Е.И. Лященко. – М.: Просвещение, 1988.
7. Зильберг Н.И. Урок математики: Подготовка и проведение. – М.: Просвещение, 1995.
8. Формирование приёмов математического мышления. Под ред. Н.Ф.Талызиной. – М. Просвещение, 1995.
9. Геометрия в 7-9 классах. – М.: Просвещение, 1990.
10. Земляков А.Н. Геометрия в 9 классе: Пособие для учителя. – М.: Просвещение, 1985.
11. Земляков А.Н. Геометрия в 11 классе: Пособие для учителя. – М.: Просвещение, 1991.
12. Зив Б.Г. Задачи к урокам геометрии в 7-11 классах.
13. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. – М.: Просвещение, 1995.
14. Саранцев Г.И. Общая методика обучения математике. – М.: Просвещение, 2001.

15. Саранцев Г.И. Обучение математическим доказательствам в школе. – М.: Просвещение, 2000.
16. Галицкий М.Л. и др. Углубленное изучение курса алгебры и математического анализа. – М.: Просвещение, 1986.
17. Учебные пособия и учебники по математике для базовой школы.
18. Журнал «Математика в школе».
19. Газета «Математика» (приложение к газете «Первое сентября»).