Я.Д. Лебедев

ПРОПЕДЕВТИЧЕСКИЙ КУРС ПО ФИЗИКЕ

Учебное пособие

Вологда
2014

Министерство образования и науки Российской Федерации
Вологодский государственный университет

Я.Д. Лебедев

ПРОПЕДЕВТИЧЕСКИЙ КУРС ПО ФИЗИКЕ

*Утверждено редакционно-издательским советом
в качестве учебного пособия*

Вологда
2014

УДК 53/075
ББК 223я73
Л33

Рецензенты:

кафедра кристаллографии и экспериментальной физики ГУ им. Лобачевского, Нижний Новгород

Ю.А. Сауров, доктор педагогических наук, профессор, член-корреспондент РАО (г. Киров),

Л.А. Минасян, доктор философских наук, профессор кафедры физики Донского государственного технического университета, Учёный секретарь Ростовского Физического Общества

Лебедев, Я.Д.

Л33 **Пропедевтический курс по физике:** учебное пособие / Я.Д. Лебедев. – Вологда: ВоГУ, 2014. – 86 с.

ISBN 978–5–87851–528–3

Данный пропедевтический курс написан в соответствии с программой курса физики для технических специальностей в вузах и направлен на оказание помощи студентам в освоении физики высшей школы. Пособие включает содержание физики средней и высшей школы и направлено на формирование у студентов понимания: знакового (словесного) языка и на его основе приобретение навыков построения моделей реальности; кодирования содержания курса через символический язык с целью перехода на язык математики и получение оценочного результата.

Пособие предназначено для студентов направлений бакалавриата 15.03.01, 15.03.02, 15.03.04, 15.03.05 и может быть использовано студентами других технический направлений.

УДК 53/075
ББК 223я73

ISBN 978–5–87851–528–3

ПРЕДИСЛОВИЕ

Пропедевтический курс физики подготовлен с целью оказания помощи в изучении основ физики высшей школе, который изучается со второго по четвёртый семестр (18/18/18; 16/16/16; 18/18/18). Такая необходимость возникла после того, когда обучение в школе достигло такого уровня, что будущие студенты технического вуза не владеют многими элементами знаний по математике, а вместе с этим и по физике. Причина здесь кроется не только в учащихся, но и в формируемой государством системе образования, что и подвигло автора к таким действиям. Не последнюю роль сыграло и то, что существующие учебные пособия современное студенчество читать не только не хочет, но и не может. В связи с этим основная задача предлагаемого пособия – убедить студента в том, что он всё-таки может научиться читать техническую литературу. Естественно, при некотором напряжении с его стороны.

Читать техническую литературу нелегко. Человек, являясь универсальным инструментом, созданным Реальностью для очевидных целей, вынужден отражать её, Реальность, в знаках (словах), образах, символах и действиях. Всё это проявляется в концептуальном аппарате науки и заканчивается воздействием на Реальность. Физика не исключение, а математический аппарат, являющийся её языком, позволяет получать количественные оценки, заканчивающиеся преобразованием окружающей реальности. Причём не только с грубой материей.

Поскольку физика является прародительницей не только новых наук, но и новых отраслей производства, естественно желание освоить «языки» представления этого знания. Пропедевтический курс направлен на то, чтобы помочь студентам в освоении этих языков представления знания – языков мышления человека.

В пособие включены элементы содержания классической механики и термодинамики. Отведённое на пропедевтический курс число часов (16/16) даёт надежду на понимание связи языков представления содержания. Выбор материала позволяет надеяться на ознакомление и с основами дифференциально-интегрального исчисления. На лекциях поднимаются вопросы, способствующие пониманию реализации обозначенных желаний. На практических занятиях работа направлялась по их возможной практической реализации. Всё это должно подкрепляться самостоятельной работой студента над домашними заданиями по решению задач. Задания содержат методическое обеспечение, направленное на оказание помощи в понимании условия задачи и нахождения возможных путей её решения при использовании упомянутых языков мышления. Для дистанционного обучения подготовлены подсказки пошаговые, до конечного решения.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Кинематика поступательного и вращательного движения 5

1.1. Предмет физики. Связь физики с другими науками 5

1.2. Прямолинейное равномерное движение 6

1.3. Прямолинейное равнопеременное движение 11

1.4. Вращательное движение 12

2. Динамика Ньютона 15

2.1. Современная трактовка законов Ньютона 15

2.2. Силы в механике. Практическое применение законов Ньютона 18

2.3. Понятие механического состояния. Работа. Мощность. Энергия 23

2.4. Законы сохранения в механике. Условия равновесия 26

3. Гармонические колебания. Волновые процессы 29

3.1. Сведения о колебаниях. Гармонические колебания 29

3.2. Уравнение колебания. Скорость. Ускорение. Квазиупругая сила 31

3.3.Связь параметров колебательной системы с периодом колебаний. Энергия колебательной системы с одной степенью свободы 343

3.4. Понятие сплошной среды. Колебания в сплошных средах. Понятие волны. Основные определения. Уравнение волны. 36

4. Элементы механики сплошных сред: жидкости и газы 41

4.1. Давление в жидкости и газе. Выталкивающая сила 41

4.2. Неразрывность потока. Уравнение Бернулли 43

4.3. Давление под искривлённой поверхностью жидкости. Капиллярные явления 48

5. Тепловые явления. Термодинамический и статистический методы исследования 51

5.1. Термодинамический и статистический методы исследования. Давление и внутренняя энергия идеального газа 51

5.2. Распределение энергии по степеням свободы. Закон парциальных давлений 53

5.3. Барометрическая формула 55

6. Термодинамика. Первое начало термодинамики 59

6.1. Некоторые общие понятия термодинамики 59

6.2. Внутренняя энергия термодинамической системы. Первое начало термодинамики 61

6.3. Работа в термодинамике 63

7. Изопроцессы и первое начало термодинамики 65

7.1. Внутренняя энергия и теплоёмкость идеального газа 65

7.2. Изопроцессы в идеальном газе; теплоёмкость газов 66

7.3. Адиабатический процесс 71

8. Круговые процессы 74

8.1. Замкнутые циклы. К.П.Д. цикла 74

8.2. Цикл Карно. К.П.Д. цикла. Второе начало термодинамики 76

8.3. Понятие энтропии 79

9. Библиографический список 87

1. Введение. Кинематика поступательного и вращательного движения

1.1. Предмет физики. Связь физики с другими науками

Приступая к изучению пропедевтического курса, следует ясно представлять, что физика изучает окружающий нас мир. Он материален и состоит из вечно существующей и непрерывно движущейся материи. Материей принято называть всё, что реально существует в природе и может быть обнаружено человеком посредством органов чувств или с помощью специальных приборов, расширяющих возможности восприятия. Конкретные виды материи многообразны: элементарные частицы; совокупности небольшого числа частиц (атомы, молекулы); физические тела (совокупности множества этих частиц); физические поля (гравитационное, электромагнитное), посредством которых взаимодействуют различные материальные частицы.

Неотъемлемым свойством материи является движение. Под ним подразумеваются все изменения и превращения материи, все процессы, протекающие в природе. Философское определение материи строже и может быть представлено так: «Движение, как форма бытия материи, как внутренне присущий материи атрибут, обнимает собою все происходящие во Вселенной изменения и процессы, начиная от простого перемещения и кончая мышлением».

Разнообразные формы движения материи исследуются различными науками, в том числе и физикой. Физическая форма движения материи является простой и вместе с тем наиболее общей формой движения материи и включает в себя механические, атомно-молекулярные, гравитационные, электромагнитные, внутриатомные и внутриядерные процессы. Эти разновидности физической формы движения являются общими потому, что содержатся во всех более сложных формах движения материи, изучаемых другими науками. Например, процессы жизнедеятельности организмов, изучаемые биологией, сопровождаются механическими, электрическими, внутриатомными и другими физическими процессами, но не сводятся к этим процессам. Это позволяет утверждать, предмет физики составляют общие закономерности явлений природы.

Этим связь физики с другими науками не исчерпывается. Физика позволяет создавать приборы и вырабатывать методы исследования, необходимые для развития естественных и прикладных наук. Например, микроскоп в биологии, телескоп в астрономии, спектральный анализ в химии, рентгеновский анализ в медицине. Все естественные и прикладные науки применяют метод «меченых атомов», электронную аппаратуру и многое другое. Почти все науки имеют физические разделы и соответствующие отрасли производства: астрофизика; физхимия; биофизика; металлофизика (металлургия); физика полупроводников (микроэлектроника); физика ядра (атомное машиностроение)… Уже это позволяет утверждать, физика является фундаментом, на котором строятся естественные и прикладные науки. Следует заметить, связь физики с другими науками взаимна: обогащая физику своими достижениями, они ставят перед ней новые задачи, что развивает физику.

Таким образом, перед физикой стоят следующие задачи: исследовать явления природы и найти законы, которым они подчиняются; установить причинно-следственную связь между новыми открытыми явлениями и изученными ранее; применять полученные знания для разумного воздействия на природу. В настоящее время физику всё больше интересуют вопросы возникновения материального мира и место сознания в этом мире.

1.2. Прямолинейное равномерное движение

Неотъемлемым свойством материи является движение. Простейший вид движения материи – механическое движение – представляет собой изменение положения тела в пространстве относительно других тел с течением времени. Издавна человечеству приходилось решать задачу, «где и когда будет находиться движущееся тело?». Так, воины-разведчики припадали ухом к земле и, слушая стук копыт конницы врага, определяли положение противника (в символическом представлении, например, $-x$, s) и время приближения его к тем или иным рубежам защиты (в символическом представлении – t). Они решали основную задачу кинематики (раздела механики), где и когда будет находиться противник, если известен закон его движения: $x = f(t)$; в символической записи под f «скрываются» кинематические характеристики передвижения объекта, в частности, конницы. Естественно, в настоящее время такого рода задача решается другими методами. Однако знать закон движения тела, это значит знать, как, по какому закону изменяется положение движущегося тела в пространстве с течением времени. Для этого нужно научиться вычленять кинематические характеристики, через которые проявляется движение тела; как эти характеристики связаны с пространственными и временными характеристиками в символической записи.

Первое, что нужно сделать, чтобы знать закон движения тела, это научиться определять положение тела в пространстве, на плоскости или прямой. Во времена Ньютона, когда закладывались основы научного познания, было известно – декартова система координат, где все три оси имеют одинаковую размерность расстояния, является математическим отражением трёхмерности физических объектов. Она годится и для определения положения движущегося тела в пространстве. Почему?

При движении тела все его точки движутся по одинаковым линиям-траекториям, разделённым пространственно; попробуйте представить на рисунке. В связи с этим, для аналитического описания движения тела в зависимости от условий конкретной задачи, механика (раздел физики) использует разные физические модели, упрощающие описание движения тел. Так, модель абсолютно твёрдого тела предполагает, что пренебрежимо малая роль деформации при движении тела в определённых условиях даёт возможность рассматривать его как абсолютно твёрдое. Например, Ваша правая рука вместе с Вами не опоздала на занятия. Здесь немедленно появляется ещё одна модель – материальная точка – тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь. Это возможно хотя бы потому, что все точки тела движутся по одинаковым линиям-траекториям, что значительно упрощает определение положения движущегося тела.

Трёхмерная система координат (декартова) представлена на рис. 1.1. Пусть движущееся тело, например Вы, пытаетесь не опоздать на занятия, находится в точке А; координаты положения можно определить, если задать единицы измерения по осям, что в символическом представлении может быть представлено А(x,y,z). Ориентируясь, где Вы находитесь и в какое время, можете определить – опаздываете или придёте в назначенное время. Из рис.1.1. следует, положение тела может быть однозначно (почему?) определено тройкой чисел (x,y,z); в пространстве двумерном или одномерном, соответственно, двумя или одним числом. Отобразите это на рисунке.

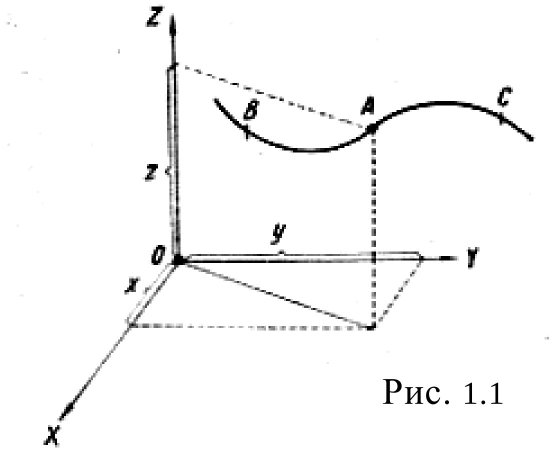

Рис. 1.1

Задать положение тела можно не только координатами x,y,z, но и радиус-вектором ($\vec{r}$), что и представлено на рис.1.2. Здесь вектора $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ определяют, соответственно, начальное и конечное положение движущегося тела.

Настало время задаться вопросом, а какое тело является телом отсчёта в приведённом выше примере? Решение приняли? Правильно! Ответ не однозначен. Тогда подискутируйте с товарищем: он в аудитории поджидает Вас, а Вы приближаетесь; можно и наоборот, Вы заботитесь, чтобы не опоздать.

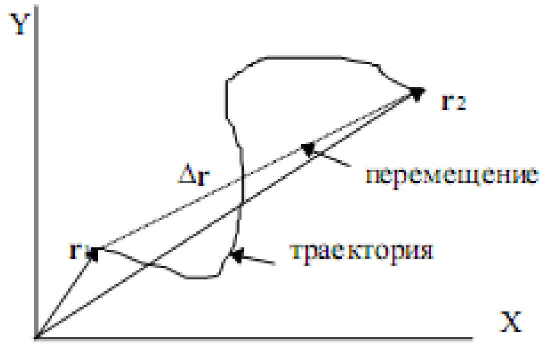

Рис. 1.2

Чтобы перейти к аналитическому описанию движения тел, а именно, к поиску характеристик, проясняющих свойства движения, следует уточнить вопрос о субординации в соотношениях между «пространством» и «движением». Создатель неевклидовой геометрии, наш соотечественник Н. Лобачевский, по этому поводу писал: «В природе мы познаем собственно только движение, без которого известные впечатления не возможны. Все прочие понятия, например, геометрические, произведены нашим умом искусственно, будучи взятые в свойствах движения; поэтому пространство само по себе отдельно для нас не существует». Следовательно, геометрические свойства пространства порождены соответствующими свойствами движения материи. Здесь пространство как физическая реальность выступает в качестве внешнего объекта, который воспринимается, наблюдается и измеряется и с помощью которого теоретически могут быть познаны свойства движения. Время также внешняя сторона движения материи, через которую проявляется движение; оно воспринимается, наблюдается и измеряется. Свойства пространства и времени предопределяются соответствующими свойствами движения. И такая связь свойств пространства и времени со свойствами движения доказывается успехами физики. В частности, «специальной теорией относительности», которая, по существу, является физической теорией пространства и времени.

Приступая к аналитическому описанию движения тел, следует осознавать, что любое движение можно представить как комбинацию поступательного и вращательного движений. Поступательным принято называть такое движение, при котором прямая, соединяющая две любые точки движущегося тела, остаётся параллельной самой себе; отобразите это на рисунке. При вращательном движении все точки тела движутся по кривым некоторого радиуса, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения; представьте образ траектории данного движения на рисунке.

Для аналитического описания движения тела, необходимо условиться, относительно какого тела будет отсчитываться изменение положения движущегося тела. С этим телом связывается система координат (декартова, прямоугольная), позволяющая определить положение движущегося тела в пространстве (на плоскости, прямой, если тело движется в пространстве соответствующей размерности). Время, равно как и пространство, – неотъемлемая форма существования материи. Естественно, для описания движения во времени необходимо научиться отсчитывать время. Человечество научилось его отсчитывать, «поймав» биологическую (и не только) цикличность. Всё это – тело отсчёта, система координат и время – образует систему отсчёта и позволяет приступить к вычленению свойств, через которые проявляется, в частности, поступательное движение тел. Эти свойства, представленные в символической форме, позволяют через количественную математику отобразить изменение положения движущегося тела в пространстве с течением времени. Как количественная математика позволяет это сделать?

Двигаясь в пространстве, материальная точка проходит через ряд точек. Если эти точки соединить, получится линия, которую принято называть траекторией движения; см. рис. 1.2. и рис. 1.1. Длина траектории представляет собой пройденный путь, в символическом представлении S, и является скалярной величиной. Наряду с понятием «пройденный путь» в кинематике используется понятие «вектор перемещения». Это величина векторная, в символическом представлении $\Delta\vec{r}$ или $\Delta\vec{S}$. Вектор перемещения $\Delta\vec{r}$ представляет собой направленный отрезок прямой, соединяющий начальное положение движущейся точки с её конечным положением. Проведите вектор перемещения $\Delta\vec{r}$ на рис.1.1., считая начальной точку В, а конечной (•А); или, соответственно, (•С) → (•В). Модуль вектора перемещения $\Delta\vec{r}$, представленного в двумерном пространстве на рис. 1.2., можно выразить через координаты: $\Delta r=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$. Таким образом, модуль вектора перемещения через количественную математику связан с изменением координат тела при движении. Количественная математика здесь представлена теоремой Пифагора, а в изменении положения по координатным осям x и y вычитанием из конечного положения начального. Запишите, например, модуль вектора $\vec{r}_2$ (см. рис. 1.2.) через изменение координат.

Приведённые примеры количественной математики показывают, что для получения аналитического уравнения, отражающего движение тела во времени, нужно искать кинематические характеристики, «чувствительные» к времени. Попробуем это проделать.

Переходя с одной стороны улицы на другую, мы следим за тем, как движется транспортный поток. При оценке ситуации наша внутренняя речь привлекает слова быстро, медленно, что означает безопасно или нет (успею или не успею перейти). За словами «быстро», «медленно» также скрывается быстрота изменения положения движущегося тела, то есть его вектора перемещения $\vec{r}$ или пройденного пути S за время наблюдения. Естественно, за время сделанного пешеходом шага $S_{пеш}$ средство передвижения успевает переместиться не на расстояние шага. В символическом представлении это может выглядеть так: $S_{пеш} < S_{ср.\,передв.}$. Так появляется кинематическая характеристика быстроты изменения положения тела в пространстве – скорость; символически обозначается буквами $\vec{U}, \vec{\vartheta}, \vec{\mathbf{v}}$. Если мы знаем перемещение $\vec{S}$, совершённое движущимся телом за время t, скорость находится операцией деления (почему?) количественной математики: $\vec{\mathrm{v}}=\vec{S}/t$. Естественно ожидать, скорость величина векторная, поскольку характеризует быстроту изменения вектора перемещения, и её направление совпадает с направлением вектора перемещения. Математическая операция деления вектора на скаляр не препятствует такому выводу.

Если движение равномерное, аналитический закон движения имеет вид: $\vec{r}=\vec{\vartheta}\cdot t$. Простота закона кажущаяся. Убедитесь на дежурной задаче. Со станции вышел товарный поезд, идущий со скоростью 36 км/ч. Через 30 мин. в том же направлении вышел экспресс, скорость его 72 км/ч. Через какое время после выхода товарного поезда и на каком расстоянии от станции, экспресс нагонит товарный поезд? Решить задачу также графически. Чтобы решить задачу аналитически, нужно составить уравнения, отражающие движение тел (товарного и экспресс-поезда). Это первая трудность; в математике дают уравнения, содержащие неизвестное, и есть алгоритм их решения; здесь же нужно составить уравнения самостоятельно, учитывая условие задачи, и только потом приступать к решению. Составьте эту систему (из двух) уравнений и решите её относительно неизвестного. Приступая к решению задачи графически, выберите систему координат, которая обеспечит решение. Непонятно? Вернитесь к условию задачи, оно подскажет; возможно, придётся сделать не один чертёж. Особое внимание обратите на вопрос «через какое время… и на каком расстоянии». Наверное, догадались, придётся записать $x = f(t)$, а закон движения задан? Снова в условие, нашли ключевые слова «идущий со скоростью; скорость его». Записали уравнения движения товарного?; запишите и для экспресса, не забывая, вышел через… Стало очевидным?; строить придётся в системе координат (x,t).

В кинематике неравномерного поступательного движения очень часто используется понятие средней скорости. Под средней скоростью понимают скорость некоего равномерного движения, при котором тело проходит тот же путь и за то же самое время, за которое оно прошло тот же путь, но при переменном равномерном поступательном движении. Аналитически это записывается так: $\vartheta_{cp} = \dfrac{s_1 + s_2 + \cdots}{t_1 + t_2 + \cdots}$. Простота записи опять же кажущаяся. Убедитесь. Если это просто, можно порадоваться за Вас! Один электровоз прошёл половину пути со скоростью 80 км/ч, а другую половину со скоростью 40 км/ч. Другой электровоз шёл половину времени со скоростью 80 км/ч, а вторую половину времени со скоростью 40 км/ч. Какова средняя скорость каждого электровоза? Не забудьте записать «дано», поможет ориентироваться в заданных величинах. Это, в свою очередь, обеспечит правильное составление уравнений. Не забудьте, здесь два условия, должно быть два чертежа, естественно, и два решения.

Завершая экскурс в раздел кинематики «прямолинейное равномерное движение», перечислим его ключевые слова: **движение, пространство, время, система отсчёта, координата, траектория, перемещение, скорость, закон движения.**

1.3. Прямолинейное равнопеременное движение

При рассмотрении равномерного прямолинейного движения допускалось, что его скорость во всех точках на участке движения остаётся постоянной по направлению и величине; $\vec{\upsilon} = const$. Однако на участке начала движения скорость изменяется от нуля до необходимого значения, тогда как на участке окончания движения уменьшается до нуля. Не вдаваясь пока в причины неравномерности движения на начальном и конечном участках движения, можно ожидать, что должна быть физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости. Количественная математика подсказывает, если мы знаем величину изменения скорости $\Delta\vec{\upsilon}=\vec{\upsilon}_2-\vec{\upsilon}_1$ и промежуток времени, в течение которого это изменение скорости произошло $\Delta t = t_2 - t_1$, то быстрота изменения скорости может быть найдена математической операцией деления. Отношение изменения скорости $\Delta\vec{\upsilon}=\vec{\upsilon}_2-\vec{\upsilon}_1$ к промежутку времени $\Delta t = t_2 - t_1$, за которое это изменение произошло, называется ускорением. В символическом представлении ускорение запишется так: $\vec{a}=\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}=\frac{\vec{\upsilon}_2-\vec{\upsilon}_1}{t_2-t_1}$. Поскольку скорость величина векторная, ускорение также является векторной величиной; кроме численного значения новая физическая величина имеет направление. В частности, в приведённом примере на участке начала движения направление вектора ускорения совпадает с направлением вектора скорости, тогда как на участке прекращения движения – противоположно по направлению вектору скорости (отобразите на рисунке). Из символической записи ускорения следует, оно измеряется в метрах на секунду в квадрате (м/с^2).

Основная задача кинематики – определить положение движущегося тела в пространстве в любой момент времени. Для этого необходимо знать закон изменения положения движущегося тела, $x = f(t)$; закон движения. Найдём для равнопеременного движения уравнение, отражающее изменение координаты (положения) тела в пространстве с течением времени.

Символическое представление ускорения $\vec{a}$ позволяет записать уравнение скорости как функцию времени: $\vec{\upsilon}=\vec{\upsilon}_{\text{о}}+\vec{a}\cdot t$. Здесь $\vec{\upsilon}$ – отображает скорость $\vec{\upsilon}_2$, с которой будет двигаться тело через время t после начала отсчёта; $\vec{\upsilon}_{\text{о}}$ – представляет скорость $\vec{\upsilon}_1$, с которой двигалось тело в тот момент, когда запустили время отсчёта. Эти пояснения важны, когда кратко записывается «дано» из условия задачи.

Из уравнения скорости следует, для равнопеременного движения скорость является линейной функцией времени. Из алгебры известно, среднее значение линейной функции равно половине суммы её начального и конечного значений на любом временном интервале. В этом случае средняя скорость равнопеременного движения запишется: $\upsilon_{\text{ср}}=(\upsilon_{\text{о}}+\upsilon)/2$. Это позволяет записать закон изменения положения движущегося тела при равнопеременном движении в виде: $x=\upsilon_{\text{ср}}\cdot t$. Если учесть символическую запись средней скорости, уравнение равнопеременного движения примет вид: $x = \upsilon_{\text{о}} \cdot t + \frac{\text{a} \cdot \text{t}^2}{2}$ (самостоятельно преобразования проделали?). Для этого необходимо записать систему из двух уравнений $\begin{cases} x = \upsilon_{\text{ср}} \cdot t = \frac{\upsilon_{\text{о}} + \upsilon}{2} \cdot t \\ \upsilon = \upsilon_{\text{о}} + \text{a} \cdot t \end{cases}$ и преобразовать её. Удачи!

Решение задач равнопеременного движения сложнее. Почему? Во-первых, возникает необходимость в двух уравнениях – координаты и скорости. Во-вторых, чтобы записать уравнения, необходимо сделать чертёж для правильного понимания условия задачи. И, в-третьих, чертёж помогает записать промежуточные математические операции, без которых подчас нельзя определить «скрытый» параметр. Например: *С крыши дома высотой 16 метров через равные промежутки времени падают капли воды, причём первая ударяется о землю в тот момент, когда пятая отделяется от крыши. Найти расстояние четвёртой капли от крыши в момент удара первой капли о землю.* Если нарисовать чертёж, из него следует, первая капля падала четыре равных промежутка времени. Об этих равных промежутках времени упоминается в условии задачи. Следовательно, четвёртая капля падала в течение одного промежутка времени. Найти время падения первой капли просто: вблизи земли все тела падают с известным ускорением свободного падения; высота падения известна; начальная скорость оговорена словом «отделяется», то есть без … Догадались? Удачи. Кстати, вопрос задачи можно переформулировать: *Найти расстояние между четвёртой и первой каплей в момент удара первой капли о землю.*

Итак, решение задач равнопеременного движения позволяет приобрести навыки понимания текста, осуществлять поиск заданных физических величин, формировать аналитическую запись происходящего в задаче.

Завершая экскурс в раздел кинематики «равнопеременное движение», перечислим его ключевые слова: **скорость, изменение скорости, ускорение, уравнение скорости, уравнение движения.**

1.4. Вращательное движение

Вращательное движение является частным случаем криволинейного движения. Кроме того, будем рассматривать движение материальной точки по окружности с постоянной по модулю скоростью, $|\vec{\upsilon}| = \text{const}$. Это упрощает строгость аналитического рассмотрения и позволяет удовлетвориться геометрической иллюстрацией.

Пусть точечное тело (материальная точка) движется по окружности радиуса R (рис. 1.3). За некоторый промежуток времени Δt оно пройдёт путь ΔS, равный дуге AB. В точке A тело имело скорость $\vec{\upsilon}_1$, в точке B – скорость $\vec{\upsilon}_2$, а радиус-вектор движущейся точки **R** повернулся на некоторый угол Δφ (рис. 1.3). Изменилось и направление вектора скорости. Если у вектора скорости изменяется хотя бы один параметр – или модуль, или направление, можно говорить о быстроте её изменения, ускорении. Естественно, встаёт задача поиска аналитического выражения ускорения, выяснения физического смысла и его направления. Из алгебры известно, что изменение функции, в нашем случае вектора скорости, символически может быть записано: $\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1$. Геометрическая иллюстрация вращательного движения (рис. 1.3) позволяет эту запись представить следующим образом: $\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon}_2 + (-\vec{\upsilon}_1)$. Прочитать её можно так: вектор $\Delta\vec{\upsilon}$, характеризующий изменение скорости по направлению, представляет собой сумму векторов ($\vec{\upsilon}_2$) и ($-\vec{\upsilon}_1$) и соединяет начало первого вектора ($\vec{\upsilon}_2$) с концом второго вектора ($-\vec{\upsilon}_1$), рис. 1.3. Это позволяет выразить модуль, численное значение вектора $|\Delta\vec{\upsilon}| = \Delta\upsilon$ через кинематические характеристики: скорость и радиус окружности. Действительно, $\angle$AOB = $\angle$BCD как углы с взаимно перпендикулярными сторонами (построением убедились?; можно рассуждениями); по числовому значению скорость постоянна и $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$. Следовательно, $\triangle$AOB и $\triangle$BCD подобны по двум сторонам и углу между ними (почему?), отсюда из $\triangle$BCD следует $\mathrm{tg}\dfrac{\Delta\varphi}{2} = \dfrac{\Delta\upsilon}{2\cdot\upsilon}$, а из $\triangle$AOB этот же угол $\mathrm{tg}\dfrac{\Delta\varphi}{2} = \dfrac{|\mathrm{AB}|}{2\cdot R}$ (см. рис. 1.3.). Поскольку левые части уравнений равны (углы с взаимно перпендикулярными сторонами), то из правых частей немедленно следует, модуль, численное значение вектора $\Delta\upsilon = \dfrac{\upsilon\cdot|\mathrm{AB}|}{R}$ (самостоятельно проделали?). По определению, ускорение, в нашем случае характеризующее изменение скорости по направлению, равно $\mathrm{a} = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \dfrac{\upsilon\cdot|\mathrm{AB}|}{\Delta t\cdot R}$. Если промежуток времени Δt взять малым, то хорда AB стремится к длине дуги AB, или пройденному пути ΔS за время Δt. Перепишите на листке аналитическое выражение ускорения (a) и самостоятельно замените в нём $|\mathrm{AB}|$ на пройденный путь ΔS. Поскольку ΔS/Δt $= \upsilon$, для символической записи ускорения, характеризующего быстроту изменения скорости по направлению, получим выражение $\mathrm{a}_{\text{цс}} = \dfrac{\upsilon^2}{R}$ (преобразования проделайте самостоятельно). Направление центростремительного ускорения можно определить по рис. 1.3. Из

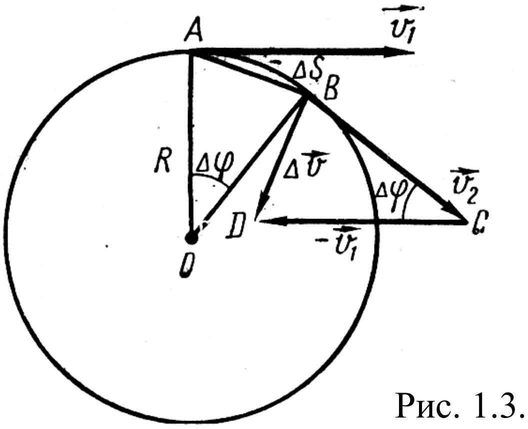

Рис. 1.3.

треугольника скоростей $\triangle$BCD следует, чем меньше промежуток времени Δt, тем меньше угол $\Delta\varphi$. При этом векторы $\Delta\vec{\upsilon}$ и $\vec{a}_{\text{цс}}$ имеют одинаковое направление и направлены по радиусу *R* окружности к её центру O.

При рассмотрении равномерного движения по окружности привлекались как линейные кинематические характеристики – перемещение, путь, скорость, ускорение, радиус окружности, так и угловая характеристика – угол поворота $\Delta\varphi$, опирающийся на отрезок AB. Появление угла поворота связано с линейными величинами, естественно желание прописать равномерное движение материальной точки по окружности и через угловые характеристики. При вращательном движении угол поворота является основной кинематической характеристикой и с точки зрения количественной математики в общем виде может быть записан следующим образом: $\Delta\varphi = \varphi_2 -.\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi = 2\cdot\pi\cdot N$; если $\varphi_1 = 0$. Прочитаем эту запись: изменение угла поворота $\Delta\varphi$ равно разности конечного (φ_2) и начального (φ_1) значений; если же начальный угол $\varphi_1 = 0$, обозначать конечное значение значком φ_2 не имеет смысла и цифру два опускают.

Итак, угол поворота $\varphi = 2\cdot\pi\cdot N$, естественно, это произошло за время Δt; здесь $2\pi = 360^{\circ}$ и представляет собой один полный оборот, N – число оборотов за время движения; не обязательно полных, например, 0,37. Отношение угла поворота к времени, в течение которого это изменение произошло, будет характеризовать изменение угла поворота в единицу времени, то есть это быстрота изменения угла поворота или угловая скорость ω. Аналитически это может быть представлено следующим образом: $\omega = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t}$. Поскольку появление угловых характеристик обусловлено наличием линейных, естественно ожидать взаимосвязь между угловой и линейной скоростями. Ранее нам удалось показать, что $\mathrm{tg}\dfrac{\Delta\varphi}{2} = \dfrac{|\mathrm{AB}|}{2\cdot R}$ (рис. 1.3). Если воспользоваться малыми углами, то $\mathrm{tg}\dfrac{\Delta\varphi}{2} \approx sin\dfrac{\Delta\varphi}{2} \approx \dfrac{\Delta\varphi}{2}$ и тогда немедленно следует: $\Delta\varphi = \dfrac{|AB|}{R} = \dfrac{\Delta S}{R}$. Подставляя в аналитическое выражение угловой скорости, получим $\omega = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \dfrac{\Delta S}{\Delta t\cdot R}$, то есть угловая скорость связана с линейной скоростью выражением $\omega = \dfrac{\upsilon}{R}$ (преобразования проделали самостоятельно?).

Ещё две характеристики, полезные для технических целей, могут быть введены из уравнения: $\varphi = 2\pi\cdot N = \omega\cdot t$. Действительно, если N = 1, уравнение примет вид: $2\pi\cdot 1 = \omega\cdot t$. Здесь t время одного полного оборота. Его принято обозначать буквой T – время одного оборота. Тогда $2\pi = \omega\cdot T$, отсюда следует $T = \frac{2\pi}{\omega}$, а $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Если известно время одного полного оборота, а единицу времени одну секунду разделить на время одного оборота, получим вторую характеристику движения материальной точки по окружности; или для вращательного движения. Её принято называть частотой вращения $\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$. Единицей измерения периода является секунда (с); единицей частоты вращения герц (Гц). 1 Гц – частота периодического процесса, при которой за время, равное одной секунде, происходит один цикл периодического процесса.

Для снятия сомнений в понятии «малые углы», проделайте следующие действия: воспользуйтесь тригонометрической таблицей или калькулятором и найдите $\sin 10^{\circ}$. Нашли? Запишите это значение. Проделайте следующие действия: 2π радиан равны 360°; найдите операцией «деление» сколько в одном градусе радиан; нужно 2π разделить на 360°, разделили?; не забыли, что $\pi = 3{,}14$ радиан?; умножьте на 10°. Если уже умножили, сопоставьте с табличным результатом или найденным по калькулятору. В каком знаке ошибка? Вы с такой точностью умеете считать? Можно ли согласиться с понятием «малые углы»? Наверное, всё-таки можно!

В заключение две дежурные задачи. Запишите центростремительное ускорение через угловую скорость; период обращения и частоту вращения. Введение угловых характеристик позволяет записать уравнение движения тела по окружности через угловые характеристики. Как будет выглядеть уравнение движения для угла поворота $\varphi = f(t)$ через угловую скорость; период вращения; частоту вращения?; это и есть вторая задача.

Завершая экскурс в раздел кинематики «вращательное движение», перечислим его ключевые слова: **угол поворота, малый промежуток времени, угловая скорость, центростремительное ускорение, период вращения, частота вращения.**

2. Динамика Ньютона

2.1. Современная трактовка законов Ньютона

В текущей жизни приходится решать проблемы оперативной доставки грузов любого назначения, что требует соответствующих средств доставки. В разделе «кинематика» были рассмотрены возможные уравнения движения для средств передвижения, включающие характеристики: путь, скорость, ускорение. Однако в указанном разделе не поднимался вопрос о причинах появления ускорения.

Исаак Ньютон первым осознал, что одних кинематических характеристик недостаточно для выяснения причин, вызывающих движение тел. На основе обобщения большого числа экспериментальных данных человечество осознало, что тела обладают инертностью; они склонны сохранять состояние покоя или приобретённого движения, если на них не действуют другие тела или действие этих тел скомпенсировано. Так появляется первый закон Ньютона, закон инерции, «всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, пока воздействие других тел не выведет его из этого состояния».

Обобщение большого числа других опытных фактов показало, одинаковые воздействия вызывают у различных тел различные изменения скорости (ускорения). Эти опыты указывали, что инертность у тел разная. Если инертность есть свойство тел, характеризующее их способность изменять свою скорость под воздействием других тел, то должна быть физическая величина, являющаяся мерой этого свойства. Ньютон предложил характеризовать это свойство массой. Так появляется первая физическая величина раздела «динамика» масса тела, её символическое обозначение – m (эм). Масса является мерой инертных свойств тела, мерой способности тел изменять свою скорость при воздействии на них других тел.

Масса является не только мерой инертных свойств тела, но и мерой количества вещества, содержащегося в нём. Всякое тело обладает объёмом V, отсюда естественно появляется характеристика плотности вещества тела ρ. Математически плотность тела запишется: $\rho = \frac{m}{V}$. Из формулы следует: плотность тела показывает, какая масса вещества содержится в единице объёма тела. Единица измерения плотности вещества $\frac{кг}{м^3}$.

Введение динамической характеристики «масса тела» позволило перейти к количественным измерениям при изучении взаимодействия тел. Многочисленные экспериментальные исследования показали, что отношение абсолютных величин ускорений взаимодействующих тел равно обратному отношению их масс. Аналитически это может быть представлено так: $\frac{|\vec{a}_1|}{|\vec{a}_2|} = \frac{m_2}{m_1}$. Эта запись читается так: если есть как минимум два тела и эти тела действуют друг на друга, то в результате этого взаимодействия изменяются скорости обоих тел так, что произведение массы первого тела на его ускорение равно произведению массы второго тела на его ускорение: $\vec{a}_1 \cdot m_1 = \vec{a}_2 \cdot m_2$. Эту несколько витиеватую фразу Ньютон предложил заменить введением нового динамического понятия сила; его принято обозначать символом F. Таким образом, когда мы произносим «на тело действует сила», подразумеваем, что есть два тела как минимум, они действуют друг на друга, результатом этого действия является изменение скорости обоих взаимодействующих тел, а произведения их массы на ускорение равны между собой. Второй закон Ньютона в символической записи имеет вид: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ и является мерой взаимодействия тел, не раскрывая природы силы взаимодействия. Единицей измерения силы является ньютон (Н) $1Н = кг\cdot м/с^2$. Сила – величина векторная, кроме числового значения имеет направление в пространстве. Ускорение, приобретённое телом под действием силы, совпадает с её направлением.

Если тело взаимодействует с несколькими телами, под символом $\vec{F}$ следует понимать равнодействующую нескольких сил: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots$ Можно прочувствовать эту запись на себе. Если Вы находитесь на стуле, читая эти строки, то испытываете действие со стороны Земли, направленное вниз. Чувствуете? В то же самое время испытываете действие со стороны стула, направленное вверх. Чувствуете? Что является результатом этого, осознали? Состояние удобства; равновесия. Его можно нарушить, если кто-то уберёт стул. Пробовать нежелательно.

Из второго закона Ньютона следует важный вывод, природа сил взаимодействующих тел единая. Кроме того, равенство произведений массы тела на ускорение $\vec{a}_1 \cdot m_1 = -\vec{a}_2 \cdot m_2$ позволило Ньютону сформулировать третий закон: при взаимодействии тела действуют друг на друга с силами, равными по величине и противоположными по направлению, $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. Хотите проверить? Сжимайте книгу двумя пальцами, усиливая воздействие, и попробуйте почувствовать мышцами пальцев, как она сопротивляется сжатию. Почувствовали, сила действия равна силе противодействия?

Из второго закона динамики $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ следует ещё одна важная динамическая характеристика. Заменим в этом уравнении ускорение через изменение скорости $\vec{F} = m \cdot \frac{\vec{\upsilon} - \vec{\upsilon}_o}{\Delta t}$; здесь $\vec{\upsilon}_o$ – скорость тела в момент начала действия силы $\vec{F}$, $\vec{\upsilon}$ – скорость, которую приобрело тело под действием силы $\vec{F}$ в течение времени Δt. Проведя преобразования в числителе, второй закон Ньютона примет вид: $\vec{F} = \frac{m \cdot \vec{\upsilon} - m \cdot \vec{\upsilon}_o}{\Delta t}$. Произведение массы тела на скорость принято называть импульсом тела (количество движения) и обозначать буквой $\vec{p}$, $\vec{p} = m \cdot \vec{\upsilon}$; это величина векторная (почему и куда направлена?). Второй закон динамики может быть преобразован: $\vec{F} = \frac{\vec{p} - \vec{p}_o}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$; отсюда следует, сила – физическая величина, характеризующая быстроту изменения импульса тела. Если левую и правую части предыдущего равенства привести к общему знаменателю (проделали самостоятельно?), то $\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}$, то есть импульс силы определяет изменение импульса тела. Такое математическое выражение второго закона динамики является более строгим и привлекается для случаев, когда масса как свойство тел может изменяться вследствие изменения состояния этих тел. В частности, изменение массы тел при движении со скоростями, близкими к скорости света $m = \dfrac{m_o}{\sqrt{1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}}}$. Здесь m – масса движущегося тела, m_o – масса покоящегося тела, υ – скорость движущегося тела, c – скорость света.

Единицу измерения для импульса тела установите самостоятельно, воспользовавшись формулой $\vec{p} = m \cdot \vec{\upsilon}$. Сделали?

Завершая экскурс в раздел динамики «Современная трактовка законов Ньютона», перечислим его ключевые слова: **масса тела, объём, плотность тела, взаимодействие тел, сила, импульс тела, изменение импульса тела, второй закон Ньютона, импульс силы.**

2.2. Силы в механике. Практическое применение законов Ньютона

Математическая запись второго закона динамики позволяет определить величину движущей силы, массы и ускорения не только для текущего момента времени, но и для будущего или предыдущего. В ней говорится о силе как о некоторой мере взаимодействия тел, не вдаваясь в её происхождение. Рассмотрим некоторые конкретные разновидности сил, широко представленные в природе и технике и играющие важную роль в механических процессах.

Под действием силы притяжения к Земле все тела падают с одинаковым, относительно поверхности Земли, ускорением g. Это означает, что на всякое тело массы m вблизи Земли действует сила тяжести $\vec{F} = m \cdot \vec{g}$. Если тело покоится относительно поверхности Земли, сила тяжести ($m \cdot g$) уравновешивается силой реакции $\vec{N}$ подвеса или опоры, и эти силы удерживают тело от падения. По третьему закону Ньютона тело в этом случае действует на подвес или опору с силой $\vec{P} = -\vec{N} = mg$. Сила, с которой тело действует на подвес или опору, называется весом тела. Очевидно, эта сила равна силе тяжести лишь в том случае, если тело и опора (подвес) не участвуют в ускоренном движении (например, лифт). В противном случае $P = N = m(g \pm a_c)$. Знак «+» соответствует a_c – ускорению системы, направленному вверх, знак «–» – направлению a_c вниз (отобразите это на рисунке и с уравнениями).

Закон взаимного притяжения тел (Земля-тело, и не только эта пара) был установлен Ньютоном. Аналитическая запись силы взаимного притяжения (закона всемирного тяготения) имеет вид: $F = G \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$, где G – постоянная всемирного тяготения, равная $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ м^3/кг·с^2; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; R – расстояние между ними.

Масса, характеризующая инертные свойства тела, и масса тела, характеризующая его гравитационные свойства, тождественны, что доказано многочисленными опытами. Тождественность инертной и гравитационной масс положена Эйнштейном в основу общей теории относительности.

Весьма распространённым взаимодействием тел является **трение**. Сила, препятствующая скольжению соприкасающихся тел друг относительно друга, называется **силой трения**. Она направлена по касательной к поверхности соприкосновения тел противоположно скорости скольжения движущегося тела (отобразили на рисунке?). Естественно ожидать, трение существует и в случае неподвижных относительно друг друга тел – **трение покоя**. Максимальная сила трения покоя всегда несколько больше силы трения скольжения (в*спомните свои ощущения, когда в детстве возили саночки*). Таким образом, равномерное прямолинейное движение тела возможно только тогда, когда сила трения скольжения уравновешена движущей, внешней силой.

Трение обусловлено шероховатостью соприкасающихся поверхностей – взаимным зацеплением выступов на них. При достаточно гладких поверхностях главной причиной трения становятся силы межатомного взаимодействия трущихся поверхностей. В механике такого рода силы принято отображать через макропараметры. Для силы трения таким макропараметром является коэффициент трения μ. Величина **сила трения скольжения** не зависит от площади соприкосновения трущихся тел и определяется лишь величиной силы нормального давления $\mathrm{F}_{\text{дав}}$, прижимающей трущиеся поверхности друг к другу: $\mathrm{F}_{\text{тр}} = \mu \cdot \mathrm{F}_{\text{дав}}$ (рис. 2.1.). Сила давления не всегда определяется силой тяжести. На рис. 2.1. она равна алгебраической сумме сил – силы тяжести mg и $\mathrm{F}_{\text{вер}}$, являющейся вертикальной составляющей силы тяги $\vec{F}$; $\mathrm{F}_{\text{дав}} = \mathrm{mg} - F \cdot \sin\alpha$.

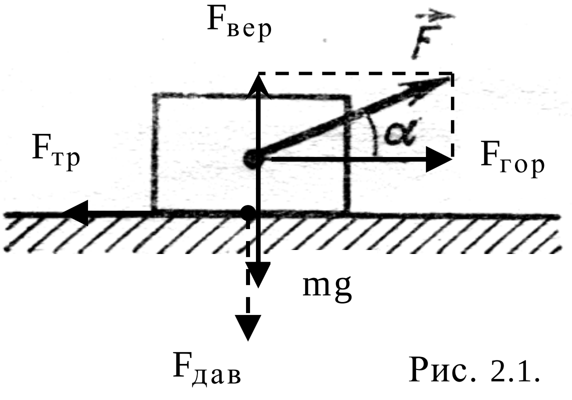

Рис. 2.1.

В отличие от сухого, вязкое трение характерно тем, что сила вязкого трения обращается в нуль одновременно со скоростью. Поэтому даже малая по величине внешняя сила может сообщить относительную скорость слоям вязкой жидкости. При сравнительно небольших скоростях сила вязкого трения может быть записана в виде: $F = -\mu \cdot \upsilon$, где μ – коэффициент, зависящий от формы и размеров тела и вязких свойств среды, υ – скорость движущегося тела в среде.

Ещё одной силой в механике, возникающей при непосредственном контакте тел, является **сила упругости**. Здесь результатом взаимодействия является деформация тела; изменение его размеров или формы. Каждое из этих проявлений силы может быть использовано для её измерения.

Деформация тела является упругой, если после снятия нагрузки полностью исчезает. Характер деформации зависит как от величины и длительности действия нагрузки, так и от материала, из которого изготовлено тело. Поэтому силовые (несущие) конструкции изготавливают так, чтобы они работали в области упругих деформаций.

Практика подсказывает, чем большую деформацию мы желаем создать, тем большее усилие нужно приложить к деформируемому телу. Вспомнили ощущения, когда отрывали нить для того, чтобы заштопать дырку; или отломить веточку от куста, чтобы выкопать червяка для рыбалки. Следовательно, абсолютная величина упругой деформации пропорциональна приложенной силе; это и составляет суть содержания **закона Гука:** $F = k\cdot(\ell - \ell_{о}) = k\cdot\Delta\ell$. Здесь F – приложенная сила, $\ell_{о}$ – первоначальная длина тела, ℓ – длина деформированного тела, k – коэффициент жёсткости, $\Delta\ell$ – величина упругой деформации; как правило, предельное относительное удлинение упругого характера не превосходит 0,001 межатомных расстояний.

Коэффициент жёсткости k, как и коэффициент трения μ, является в механике макропараметром, отображающим межатомные взаимодействия при деформации (упругой). Действительно, при сжатии тела межатомные расстояния уменьшаются, при растяжении возрастают, соответственно, возникают силы электрического отталкивания или притяжения. Указанная выше величина предельной относительной упругой деформации позволяет ввести коэффициент жёсткости, который неплохо усредняет результат действия электрических сил и «сводит» упругую деформацию к линейной зависимости. При возникновении сомнения есть реальный путь поверки. Рассмотрите взаимодействие двух ионов в устойчивом и деформированном состоянии. Затем найдите разность сил. Учтите при преобразованиях, что имеете дело с малыми величинами; должна получиться линейная зависимость от деформации.

В продолжение сказанному можно ввести и характеристику упругих свойств твёрдого тела, например, стержня. Будем рассуждать так. Пусть к нижнему концу стержня длиной ℓ и площадью поперечного сечения S приложена деформирующая сила F' (рис. 2.2.). Стержень удлиняется ($\Delta\ell$), и в нём возникает **сила упругости** $F = -F'$. Опыт показывает, удлинение $\Delta\ell$ пропорционально деформирующей силе, первоначальной длине стержня ℓ, обратно пропорционально площади его поперечного сечения S и зависит от упругих свойств вещества E, из которого сделан стержень: $\Delta\ell = \dfrac{F\cdot\ell}{E\cdot S}$. Здесь величина E, на-

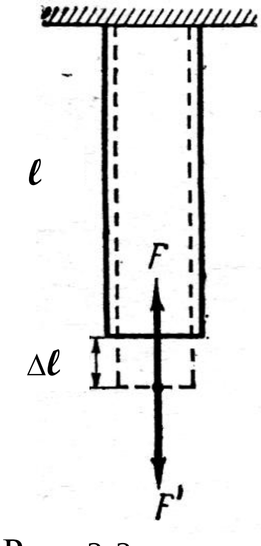

Рис. 2.2.

зываемая модулем Юнга, зависит от внутренней структуры вещества стержня. Если относительное удлинение $\Delta\ell/\ell$ обозначить через ε, а отношение $F/S = \sigma$, сила, приходящаяся на единицу площади и называемая нормальным механическим напряжением, то $\varepsilon = \sigma / E$. Таким образом, относительное удлинение стержня тем меньше, чем больше модуль Юнга вещества E.

Приведём несколько примеров, иллюстрирующих физическое содержание основного закона механики: геометрическая сумма сил, действующих на тело, равна произведению массы тела на ускорение и направлена вдоль ускорения. С помощью основного закона динамики можно определить силы, действующие на тело, или по заданным силам – уравнение движения тела. Рассмотрим силы, которые действуют на груз, лежащий на полу лифта, движущегося с ускорением вертикально вверх (рис. 2.3.). На груз действует сила со стороны Земли $F_{зг}$ (mg) и со стороны дна лифта сила реакции дна лифта $F_{лг}$. Поскольку груз движется вверх, естественно, $F_{лг} > F_{зг}$. Учитывая, что равнодействующая сила совпадает с направлением ускорения, то $F_{лг} - F_{зг} = m{\cdot}a$. Так как $F_{зг} = mg$, то $F_{лг} = mg + m{\cdot}a$. Взаимодействие груза с лифтом есть не что иное как сила, с которой груз давит на дно лифта $F_{гл}$. Следовательно, сила $F_{гл}$ является весом тела. Аналитическая запись примет вид: $F_{гл} = P = mg + m{\cdot}a$; (см. рис. 2.3). Отсюда следует, что вес тела, сила взаимодействия груза с подставкой, «чувствительна» к направлению движения и может быть равна силе тяжести, больше силы тяжести или меньше её. Из последнего равенства следует ещё один вывод. Если ускорения a и g равны по величине, но противоположны по направлению, вес тела равен нулю, т.е. состояние невесомости. Сейчас можно вернуться ко второму абзацу данного параграфа и решить обозначенную в нём задачу. Попробуйте.

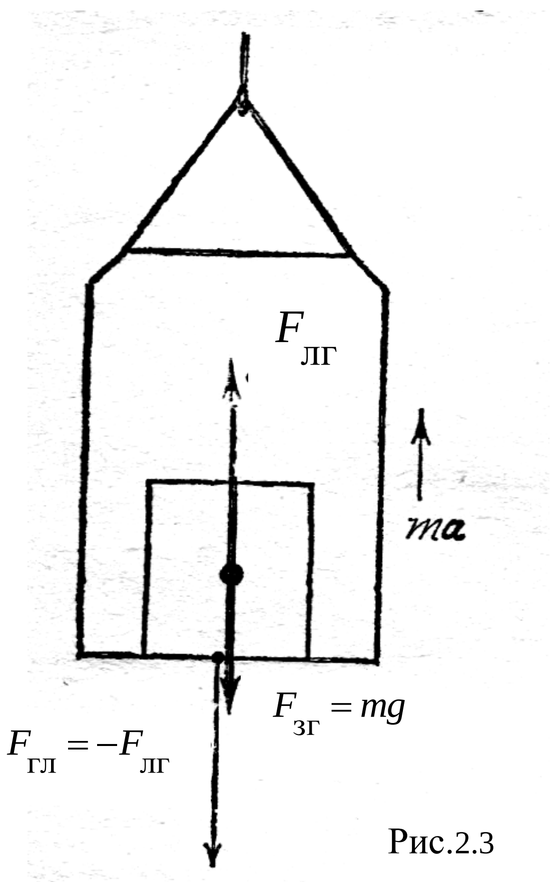

Рис.2.3

Рассмотрим движение автомобиля массы m, поднимающегося в гору с ускорением $\boldsymbol{a}$. Уклон горы равен 1 м на каждые 25 м пути, коэффициент сопротивления движению $\mu = 0{,}1$ от силы нормального давления. Требуется найти силу тяги $F_{т}$, развиваемую автомобилем. Поскольку автомобиль взаимодействует с Землёй, на него действует сила тяжести mg (рис.2.4).

Составляющая силы тяжести F_2 является силой нормального давления автомобиля на наклонную плоскость P; из прямоугольного треугольника сил $F_2 = P = m \cdot g \cdot \cos\alpha$ и определяют силу сопротивления движению $F_{тр} = \mu \cdot P$. В то же время составляющая силы тяжести на направление движения F_1 препятствует поступательному движению автомобиля вверх и из треугольника сил $F_1 = m \cdot g \cdot \sin\alpha$. По второму закону Ньютона $\vec{F}_1 + \vec{F}_{тр} + \vec{F}_{т} = m \cdot \vec{a}$. В скалярной форме, принимая за положительное направление оси отсчёта направление движения автомобиля (направление $F_т$) (рис.2.4), уравнение динамики примет вид: $F_т - F_{тр} - F_1 = m \cdot a$. Подставляя заданные величины, после несложных преобразований можно выразить силу $F_т$; разумеется, в общем виде. Проделали? Численный результат зависит от заданных величин. Задачу можно переформулировать, например, задаться вопросом: «каким должен быть минимальный коэффициент трения (колесо–Земля), чтобы автомобиль смог подняться в гору?». При движении автомобиль «отталкивается» от Земли, если возникает достаточная сила трения. Заметим, здесь не отображена сила реакции N (отобразите).

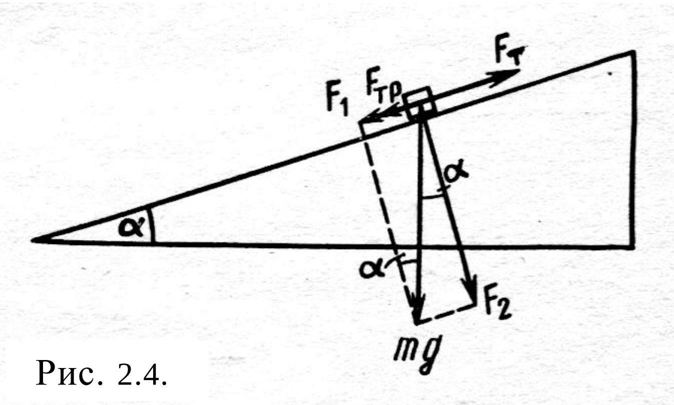

Рис. 2.4.

Предлагается рассмотреть ещё одну задачу. Небольшое тело m начинает скользить из точки A по наклонной плоскости, основание которой b = 2,1 м (рис. 2.5.). Коэффициент трения между телом и наклонной плоскостью μ = 0,14. При каком значении угла α время соскальзывания будет наименьшим? Чему оно равно? Интерес к задаче, во-первых, в том, что её решение в плане динамики перекликается с предыдущей задачей, а потому вполне по силам читателю. На листке нарисуйте силу тяжести, действующую на тело m; разложите её на составляющие. Появится сила F_1, составляющая силы тяжести на направление наклонной плоскости, обеспечивающая скольжение тела; сила $F_{тр}$, препятствующая движению тела вниз. Не забудьте, сила трения обеспечивается составляющей силы тяжести, перпендикулярной к наклонной плоскости. Записав второй закон динамики в скалярной форме, можно найти ускорение скольжения тела m по наклонной плоскости. Во-вторых, задача поднимает вопросы из кинематики. При составлении уравнений кинемати-

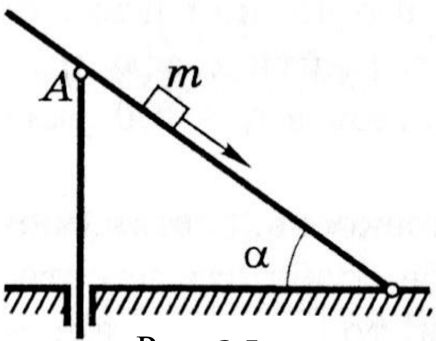

Рис. 2.5.

ки придётся вводить величины, которые не заданы, например, путь скольжения. Потребуется ускорение, которое обусловлено силами F_1, $F_{тр}$, время t; основание наклонной плоскости *b* задано. Далее задача переводится в исследовательскую плоскость математики, выполнение математических действий, подготавливающих уравнение движения к поиску условия минимума для времени *t*. Очевидно, потребуется найти аналитическую зависимость времени соскальзывания тела с наклонной плоскости через заданные величины. Сформулированный в условии задачи вопрос предполагает, что время должно быть выражено через заданные величины, и, в частности, через α: $t = f(\alpha)$. Осталось определить, какую математическую операцию необходимо выполнить, чтобы найти условие минимума. В математике неизвестная величина, как правило, обозначается символом x, в условии предложенной задачи α, с точки зрения математики $\alpha = x$. Возможно, эта запись облегчит выполнение математической операции при нахождении минимума времени соскальзывания. Удачи.

Завершая экскурс в раздел динамики «Силы в механике. Практическое применение законов Ньютона», перечислим его ключевые слова: **сила тяжести, вес тела, сила реакции, сила упругости, сила трения, макропараметр силы упругости и трения.**

2.3. Понятие механического состояния. Работа. Мощность. Энергия

Основная задача механики – нахождение закона движения тела по заданным силам. Найти закон движения – это значит суметь указать, в каком месте пространства и в какой момент времени находится движущееся тело. Чтобы справиться с такой задачей, нужно располагать исчерпывающими сведениями о действующих силах. Силы должны быть известны для любой точки и любого места нахождения этого тела. Если силы известны, уравнения Ньютона позволяют определить ускорение движущегося тела. Однако при помощи одних только уравнений движения Ньютона сведения о траектории, скорости, знании момента времени, которому соответствует прохождение через данную точку пространства, не могут быть получены. Чтобы прописать движение, надо знать для любого момента времени место, где находилось тело, а также его скорость как по величине, так и по направлению. Эти данные (x, υ) однозначно характеризуют «механическое состояние» движущегося тела.

Итак, механическое состояние тела само по себе измениться не может, необходимо действие со стороны других тел; наличие силы. Будем рассуждать так. Пусть под действием силы происходит изменение механического состояния тела. Тогда должна быть физическая величина, являющаяся мерой изменения этого состояния, которая зависит как от величины силы $\vec{F}$, так и от изменения положения (координаты x или перемещения ΔS). Естественно, чем больше сила и перемещение, тем больше изменение механического состояния. Поэтому было введено понятие «механическая работа». Количественной характеристикой работы, а, следовательно, и мерой изменения механического состояния, является произведение силы, действующей на тело в направлении движения, на пройденный телом путь: А = F·ΔS. Если направление силы не совпадает с направлением перемещения, аналитическое выражение работы примет вид: А = F·ΔS·cosα. Здесь α – угол между направлением силы и перемещением. Практический опыт человечества это подтверждает. Хорошим примером является золотое правило механики: выигрывая в силе, проигрываем в расстоянии.

Работа является скалярной величиной; имеет только численное значение. Вместе с тем это величина алгебраическая: если cosα>0, работа положительна; если cosα<0, работа отрицательна. При α = π/2 работа равна нулю. Это обстоятельство особенно отчётливо показывает, что понятие работы в механике существенно отличается от обыденного представления о работе.

Найдём работу, совершаемую при растяжении или сжатии пружины (рис. 2.6). Чтобы выполнялся закон Гука $F_{\text{упр}} = kx$, растяжение, сжатие будем производить медленно. В выражение работы следует подставить среднее значение силы $F_{\text{упр}}$, то есть $F_{\text{упр}} = (kx_2 - kx_1)/2$ (почему?). После преобразований аналитическое выражение работы по растяжению, сжатию пружины как по величине, так и по знаку, одинаково и примет вид: $A = kx^2/2$; желательно проделать преобразования самостоятельно. Здесь учтено, в момент начала сжатия $x_1 = 0$, (рис. 2.6.), а $x_2 = x$. Однако работа упругой силы, силы, действующей стороны пружины на деформирующее её тело, и при растяжении и при сжатии равна $-kx^2/2$; желательно убедиться аналитически.

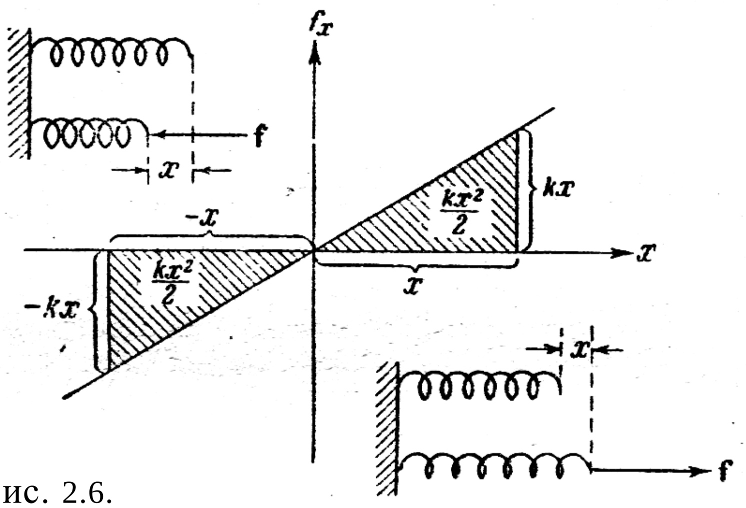

Рис. 2.6.

В приведённом примере результатом совершённой работы является изменение механического состояния, которое определяется лишь координатой x; геометрическая сумма сил равна нулю, движение равномерное и прямолинейное. Рассмотрим пример, в котором совершённая работа по изменению механического состояния, может быть выражена через изменение скорости (Δυ); движение равноускоренное, рис. 2.7.,

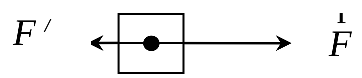

Рис. 2.7.

сила $\vec{F} > \vec{F}'$. По второму закону динамики равнодействующая сил $F^{рез} = F - F' = m \cdot a$ и под действием её совершается работа А $= F^{рез} \cdot \Delta S = m \cdot a \cdot \Delta S$, где a – среднее ускорение на участке пути ΔS, равное $a = \Delta\upsilon/\Delta t$. Подставляя ускорение в формулу работы, получаем уравнение вида: А $= m \cdot \Delta\upsilon \cdot \Delta S/\Delta t$, где $\Delta S/\Delta t = \upsilon$ – средняя скорость на участке пути ΔS, и тогда аналитическое выражение работы принимает вид: А $= m \cdot \Delta\upsilon \cdot \upsilon$. Учитывая, что υ_1 и υ_2 – мгновенные скорости в начале и в конце пути ΔS, изменение скорости $\Delta\upsilon = \upsilon_2 - \upsilon_1$, а средняя скорость на этом участке $\upsilon = (\upsilon_2 + \upsilon_1)/2$, и тогда конечное выражение для работы принимает вид: А $= \dfrac{m\upsilon_2^2}{2} - \dfrac{m\upsilon_1^2}{2}$.

Въедливому читателю преобразования проделать самостоятельно.

Итак, приведённые примеры показали, когда есть взаимодействие тел, сопровождающееся изменением механического состояния, совершается работа. Совершённая работа равна разности некой физической величины, содержащей параметры начального и конечного механических состояний. Физическая величина обязательно является функцией состояния – положения тел x и скорости движения υ. Эта физическая величина характеризует работоспособность системы взаимодействующих тел, а её разность начального и конечного состояний – количественная мера совершённой механической работы. Физическую величину назвали механической энергией; обозначают её, как правило, буквой Е = f(x,υ) и она является функцией параметров механического состояния. Энергию, определяемую скоростью движения, принято называть кинетической К = $m\upsilon^2/2$; энергия, определяемая взаимным расположением тел, называется потенциальной П = $kx^2/2$ и её вид тесно связан с характером силового поля (например, гравитационного, электрического…). Полная механическая энергия определяется суммой энергий, потенциальной и кинетической Е = К + П.

На практике большое значение имеет не только величина совершённой работы, но и время, в течение которого она совершается. Поэтому для характеристики механизмов, предназначенных для совершения работы, вводится понятие мощности. Новая величина, равная отношению работы к промежутку времени, за которое эта работа совершается $N = \dfrac{\Delta A}{\Delta t}$, показывает, какую работу данное устройство может совершить за единицу времени. Поскольку ΔА = F·ΔS, а $\Delta S/\Delta t$ равно средней скорости на пути ΔS, то среднее значение мощности за время Δt равно $N = F \cdot \upsilon$ и является величиной скалярной. Единицей измерения мощности является Вт (Дж/с); это значит, что за каждую секунду механизм совершает работу в один Дж.

Завершая экскурс в раздел динамики «Понятие механического состояния. Работа. Мощность. Энергия», перечислим его ключевые слова: **механическое состояние, механическая работа, мощность, энергия потенциальная и кинетическая, закон сохранения энергии.**

2.4. Законы сохранения в механике. Условия равновесия

Несмотря на то, что работа и энергия выражены в одинаковых единицах измерения, по сути, это различные физические величины. В результате взаимодействия в замкнутой системе тел положение и скорость движущегося тела могут изменяться. Естественно, механическая энергия, будучи несозидаемой и неуничтожимой, в результате изменения механического состояния должна превращаться из одного вида в другой. Следовательно, энергия – количественная и качественная характеристика движения материи, а работа – количественная характеристика превращения одних форм движения в другие. Убедимся в этом на примере движения тела вблизи земной поверхности.

В качестве примера частного доказательства закона сохранения и превращения энергии рассмотрим падение тела с высоты H (рис. 2.8.). Это, кстати, не единственный путь доказательства. Систему тело–Земля будем считать замкнутой (изолированной); тело не взаимодействует ни с какими иными телами или действие этих тел скомпенсировано. В начальном состоянии 1 кинетическая энергия тела K_1 равна нулю, а потенциальная энергия может быть записана: $П_1 = m{\cdot}g{\cdot}H$. Действительно, чтобы тело оказалось в состоянии 1, необходимо совершить работу против силы тяжести, поднять тело с поверхности Земли на высоту H. Поскольку перемещение направлено вверх, а сила тяжести вниз, совершённая работа по подъёму тела на высоту H запишется: $\Delta A = mg{\cdot}H$, учитывая, что работа равна изменению энергии, взятой с противоположным знаком: $\Delta A = П_1 - П_{Зем}$. Принимая потенциальную энергию на поверхности Земли за нуль, получили ранее приведённое выражение.

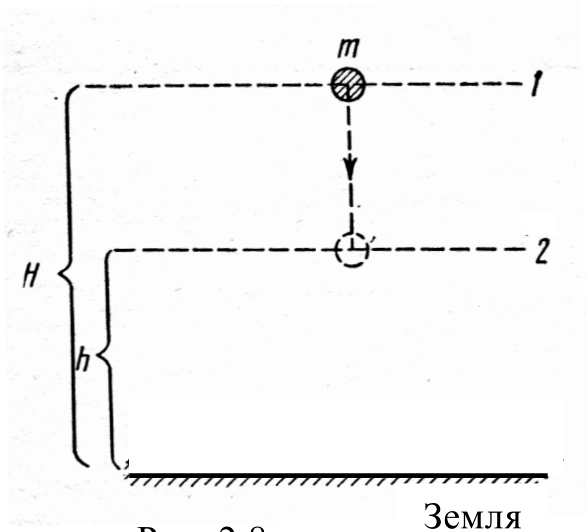

Рис. 2.8.

В процессе перехода из состояния 1 в состояние 2 сила тяжести совершит работу $\Delta A = mg{\cdot}(H - h) = -(П_2 - П_1)$. Поскольку работа является количественной характеристикой превращения одних форм движения в другие, а в предложенной ситуации потенциальной энергии в кинетическую, то: $-(П_2 - П_1) = K_2$. Отсюда $П_1 = П_2 + K_2$, и тогда это равенство можно прочитать так «полная механическая энергия замкнутой системы тел остаётся постоянной при переходе системы из одного состояния в другое». Здесь уместно заметить, механическая энергия, определяемая состоянием тела (x, υ), является одним из многих видов энергии (электрическая, электромагнитная, ядерная…), естественно, закон сохранения энергии относится и к другим видам энергии.

Если в замкнутой системе действуют неконсервативные силы (трения, например), связанные с потерей энергии, работа неконсервативной силы запишется: $A_{\text{н.к.}} = E_2 - E_1$. Работа неконсервативных сил отрицательная; действие такого рода сил приводит к превращению механической энергии в тепловую энергию.

Механическая работа, являясь количественной характеристикой превращения одних форм движения в другие, в частности, может быть представлена через увеличение кинетической энергии: $\Delta A = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}$; или уменьшение, если средство передвижения, например, приближается к препятствию. В разделе 2.1. было введено понятие импульса: $\vec{p} = m \cdot \vec{\upsilon}$. Совершённая работа может быть представлена выражением: $\Delta A = \frac{p_2^2}{2 \cdot m} - \frac{p_1^2}{2 \cdot m}$. Естественно возникает вопрос, что происходит с импульсом системы тел при взаимодействии, поскольку величина силы определяется быстротой (скоростью) изменения импульса тела: $\Delta\vec{p} / \Delta t = \vec{\mathbf{F}}$. Для простоты возьмём систему, состоящую из трёх тел (рис. 2.9.). Обозначим символами $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$, $\mathbf{F}_3$ результирующие всех сил, с которыми внешние тела воздействуют соответственно на первое, второе и третье тела системы. В то же время, каждой из внутренних сил системы по третьему закону Ньютона соответствует противоположно направленная ей сила; например, силе $\mathbf{f}_{23}$, с которой на тело 2 воздействует тело 3, соответствует сила $\mathbf{f}_{32}$, с которой тело 2 воздействует на тело 3; $\mathbf{f}_{23} = -\mathbf{f}_{32}$ (рис. 2.9.). Напишем для каждого из трёх тел второй закон Ньютона через изменение импульса:

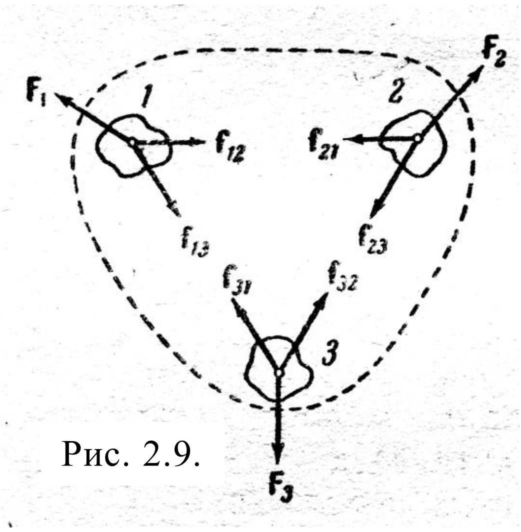

Рис. 2.9.

$$\begin{cases} \frac{\Delta \mathbf{p}_1}{\Delta t} = \mathbf{f}_{12} + \mathbf{f}_{13} + \mathbf{F}_1 \\ \frac{\Delta \mathbf{p}_2}{\Delta t} = \mathbf{f}_{21} + \mathbf{f}_{23} + \mathbf{F}_2 \\ \frac{\Delta \mathbf{p}_3}{\Delta t} = \mathbf{f}_{31} + \mathbf{f}_{32} + \mathbf{F}_3 \end{cases}$$

Сложим все уравнения вместе. Сумма внутренних сил системы равна нулю, а скорость изменения её импульса: $\frac{\Delta}{\Delta t}\left(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3\right) = \frac{\Delta}{\Delta t}\mathbf{p} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3$. Что это значит? При отсутствии воздействия внешних тел на систему $F_1 + F_2 + F_3 = 0$, изменение импульса системы $\frac{\Delta}{\Delta t}\mathbf{p} = 0$, что возможно, если импульс системы не изменяется. Это и составляет суть закона сохранения импульса: в замкнутой системе материальных тел импульс системы до взаимодействия равен импульсу системы после взаимодействия.

Из предыдущего следует, в потенциальном поле каждой точке, с одной стороны, соответствует некоторое значение силы $\mathbf{F}$, с другой стороны – некоторое значение потенциальной энергии. Естественно ожидать, что между силой и энергией существует определённая связь. Для установления её вычислим элементарную работу ΔA, совершаемую силами поля при малом перемещении тела Δx: $\Delta A = F \cdot \Delta x$, где F – величина силы на направление перемещения тела x; например, падение тела в поле силы тяжести. Поскольку работа совершается за счёт запаса потенциальной энергии, она равна убыли потенциальной энергии – $\Delta\Pi$, взятой с противоположным знаком, на пути Δx: $\Delta A = -\Delta\Pi = -(\Pi_2 - \Pi_1)$. Сопоставляя уравнения работы, получаем: $F \cdot \Delta x = -\Delta\Pi$, откуда следует $F = -\frac{\Delta\Pi}{\Delta x} = -\frac{\Delta U}{\Delta x}$; здесь $\frac{\Delta U}{\Delta x}$ – часто встречающееся в литературе обозначение изменения потенциальной энергии. Таким образом, среднее значение силы на отрезке Δx равно быстроте изменения потенциальной энергии, взятой с противоположным знаком.

Отсюда следует важный для нас вывод, который состоит в следующем. Поскольку в замкнутой системе полная энергия остаётся постоянной, то кинетическая энергия может возрастать только за счёт уменьшения потенциальной энергии. Если потенциальная энергия системы имеет минимальное значение, а скорости тел равны нулю, то без воздействия извне тела системы не могут прийти в движение; система находится в равновесии. Таким образом, замкнутая система находится в равновесном, устойчивом состоянии, если её потенциальная энергия соответствует минимальному значению. Из математики известно, для нахождения минимума функции необходимо взять первую производную: $F = -\lim\limits_{\Delta x \to 0}\frac{\Delta U}{\Delta x} = -\frac{dU}{dx}$ и приравнять её к нулю; работая в физике, функциональную зависимость нужно знать или установить её. Если это удалось сделать, *можно выявить условие устойчивого равновесия* системы.

Для справки. Законы сохранения энергии и импульса получены на основе законов Ньютона. Они являются результатом обобщения экспериментов с упругими, гравитационными и кулоновскими взаимодействиями. В то же время для микромира известны силы ядерного и слабого взаимодействия. Законы сохранения справедливы и для этих взаимодействий. Оказалось, что в основе законов сохранения лежит принцип симметрии пространства–времени. Так, из однородности пространства вытекает закон сохранения импульса, а из однородности времени – закон сохранения энергии; позднее мы узнаем, что из условия изотропности трёхмерного пространства следует закон сохранения момента импульса.

Завершая экскурс в раздел динамики «Законы сохранения в механике. Условия равновесия», перечислим его ключевые слова: **закон сохранения энергии для замкнутых и незамкнутых систем, условие равновесия системы, закон сохранения импульса для замкнутых систем.**

3. Гармонические колебания. Волновые процессы

3.1. Сведения о колебаниях. Гармонические колебания

Выясняя условие устойчивого равновесия системы, нам удалось установить, если потенциальная энергия её (системы) минимальна – система находится в потенциальной яме. В этом можно убедиться, рассматривая рис. 3.1.; где по оси x отложена величина упругой деформации системы, а по оси y – значение её потенциальной энергии. Действительно, при выведении системы из положения равновесия (вправо или влево) немедленно возникает упругая сила $\mathrm{F}=-\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x}$, стремящаяся вернуть систему в устойчивое состояние $x = 0$, соответствующее минимуму потенциальной энергии. Ранее было установлено, потенциальная энергия при малых деформациях выражается формулой $U = kx^2/2$; взяв производную, формула силы упругости примет вид: $\mathrm{F}=-\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x}=-kx$.

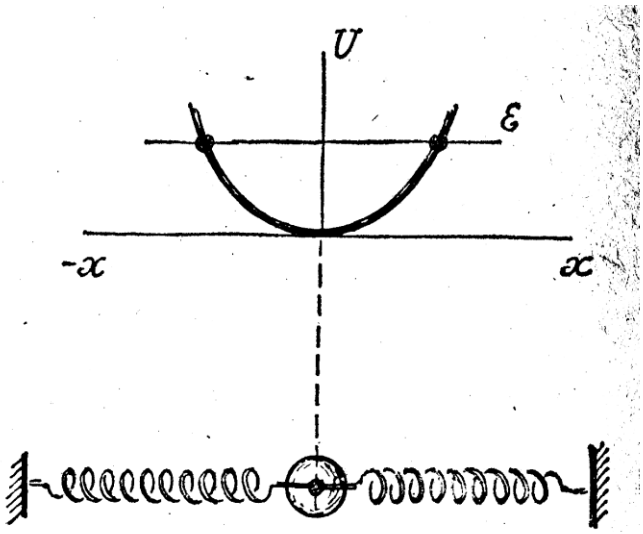

Рис. 3.1.

Смысл знака минус в том, что найденная сила всегда возвращает тело к положению равновесия, всегда направлена в сторону, противоположную смещению.

Естественно ожидать, что движение в такой системе (рис. 3.1.) совершается около положения равновесия и повторяется через какое-то время. В математике известны лишь две функции, для которых характерна периодическая повторяемость 2π– это sin или cos. Характер движения под действием возвращающей силы поможет выяснить второй закон Ньютона $F = m\cdot a$; здесь сила $F = -kx$ и закон динамики принимает вид $ma = -kx$.

Пусть смещение тела от положения равновесия совершается по закону (рис. 3.1.) $x = A\cdot\sin\alpha = A\cdot\sin\omega\cdot t$. Здесь α является радианной мерой смещения тела из положения равновесия. Она может быть представлена через время повторяемости T движения тела, которое принято называть периодом колебания, и через момент времени t, представляющий интерес для наблюдателя, т.е. $\alpha = \omega \cdot t$; где символ $\omega = 2\pi/T$ отражает смещение тела из положения равновесия в радианной мере, приходящееся на единицу времени; это циклическая или круговая частота. Символом A обозначено максимальное смещение из положения равновесия.

Скорость движения тела для написанного закона смещения от времени запишется $\upsilon = \dfrac{dx}{dt} = A \cdot \dfrac{2\pi}{T} cos\left(\dfrac{2\pi}{T} t\right) = \upsilon_{max} \cdot cos\left(\dfrac{2\pi}{T} t\right)$; где $\upsilon_{max} = 2 \cdot \pi \cdot A/T$. Ускорение найдём как производную скорости $a = \dfrac{d\upsilon}{dt} = -a_{max} \cdot sin\left(\dfrac{2\pi}{T} t\right)$, где $a_{max} = A \cdot \left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2$. Подставим выражения для ускорения и смещения в закон динамики $ma = -kx$, получим $-mA \cdot \dfrac{4\pi^2}{T^2} sin\left(\dfrac{2\pi}{T} t\right) = -kA \cdot sin\left(\dfrac{2\pi}{T} t\right)$; множители, содержащие время, сокращаются. Следовательно, предложенное уравнение движения для малых отклонений от равновесия (вблизи дна потенциальной ямы) $x = A \cdot \sin \omega \cdot t$ удовлетворяет второму закону динамики.

Таким образом, движения, совершаемые телом около положения равновесия, представляют собой колебательный процесс. Поскольку колебания осуществляются по закону синуса или косинуса, их принято называть гармоническими. Замечательным является то, что закон динамики накладывает условия на период возможных колебаний. Действительно, после сокращения множителей, содержащих время, из последней формулы следует $-m \cdot \dfrac{4\pi^2}{T^2} = -k$, или $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$. Отсюда следует, простейшая колебательная система должна содержать два тела. В рассмотренном примере тело массы m проявляет инертные свойства к изменению своего положения, а упругое тело с коэффициентом жёсткости k «препятствует» появлению деформации. Эти противоречивые свойства тел, разумно объединённые в системе, порождают новое качество – повторяемость событий в системе и через свои характеристики определяют период её собственных колебаний.

В зависимости от природы взаимодействующих тел в системе различают колебания механические, электромагнитные, электромеханические; как правило, широко используемые в технике. В зависимости от характера воздействия на колебательную систему, различают свободные колебания, вынужденные колебания, автоколебания и параметрические колебания.

Свободные колебания, как правило, затухающие, широко распространены в окружающей действительности; например, колебания ветки после взлёта с неё птички. Вынужденные колебания возникают в системе, подвергающейся воздействию внешней периодически изменяющейся силы, например, колебания канатного моста, когда по нему шагают, переходя на другой берег реки. Автоколебания сопровождаются воздействием на колебательную систему внешних сил, однако моменты времени воздействия на систему извне определяются самой системой. Типичным примером являются, естественно, часы. При параметрических колебаниях за счёт внешнего воздействия происходит периодическое изменение какого-либо параметра системы; например, сохнущее бельё на верёвке и порывы ветра; что делают порывы? Рассуждайте; это полезно.

3.2. Уравнение колебания. Скорость. Ускорение. Квазиупругая сила

В предыдущем параграфе было установлено, несмотря на большое разнообразие колебательных процессов, как по физической природе, так и по степени сложности, все они совершаются по общим закономерностям и могут быть сведены к простейшим, *гармоническим* колебаниям, совершаемым по закону $x(t) = x = x_o \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_o)$. Настала пора уточнить *физическое содержание* уравнения. Для наглядности представим колебания математического и пружинного маятников на рис. 3.2.. Из рисунка следует, в уравнении колебания $x(t)$ x – смещение колеблющегося тела из положения равновесия в заданный момент времени t, $x_о$ – максимально возможное отклонение из положения равновесия, амплитуда колебания. Графически уравнение колебания $x = x_o \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_o)$ представлено на рис. 3.3. сплошной линией. Здесь $\varphi_о = 0$ – начальная фаза, определяющая положение тела, совершающего колебательный процесс, в момент времени $t = 0$. $(\omega \cdot t + \varphi_o)$ – фаза колебания, однозначно определяющая положение тела в заданный момент времени, а $\omega \cdot t$ – текущая фаза колебания; $\omega = \left(\dfrac{2\pi}{T}\right)$ – циклическая частота, определяющая число колебаний за 2π секунд, а T – период колебаний, время одного полного коле-

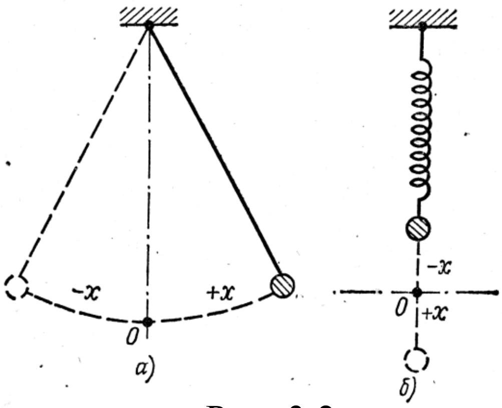

Рис. 3.2.

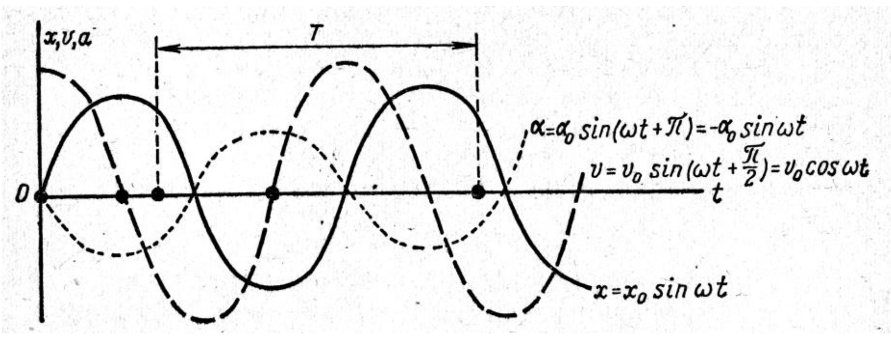

Рис.3.3.

бания. Наряду с периодом в технике используется величина, обратная периоду и называемая частотой колебаний; её обозначают греческой буквой *ню*, $\nu = 1/T$ – сколько раз в единицу времени повторяется одно и то же состояние колеблющегося тела; *sin* – тригонометрическая функция, определяющая закон движения тела.

Следует ожидать, что скорость тела, как и смещение, должна изменяться по гармоническому закону. Взяв производную от смещения x по времени, находим $\upsilon = \frac{dx}{dt} = x_o \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = x_o \omega \cdot cos\,\omega t$; здесь учтено, начальная фаза $\varphi_o = 0$. Произведение амплитуды колебания x_o на циклическую частоту ω называют амплитудой скорости $\upsilon_o = x_o \cdot \omega$ или максимальным значением скорости. Тогда аналитическое выражение скорости принимает вид $\upsilon = \upsilon_o\,cos\,\omega t = \upsilon_o\,sin\,(\omega t + \pi/2)$; график скорости представлен на рис. 3.3. крупным пунктиром и сдвинут по отношению к графику перемещения на $\pi/2$; из него следует, что максимальное значение скорости соответствует минимальному значению перемещения, и наоборот. Убедились в этом по графику?

Уравнение скорости функционально зависит от времени, следовательно, колебательное движение совершается с ускорением. Ускорение можно найти, продифференцировав уравнение скорости по времени:

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = -\omega^2 \cdot x_o\,sin\,\omega t = \omega^2 x_o\,sin\,(\omega t + \pi) = -a_o\,sin\,\omega t$$

Графически уравнение ускорения представлено на рис. 3.3. мелким пунктиром. Если учесть, $a_o = x_o \cdot \omega^2$, а $x = x_o sin\,\omega t$, формулу ускорения можно выразить через смещение x, то есть $a = -\omega^2 x$.

Сравнение формул смещения, скорости и ускорения приводит к следующим выводам: изменение этих физических величин совершается по закону синуса или косинуса с одинаковой циклической частотой или периодом $\omega = 2\pi/T$; амплитуды этих колебаний различны и равны соответственно, x_o – у смещения, $\omega \cdot x_o$ – у скорости и $\omega^2 \cdot x_o$ – у ускорения. Фазы колебаний также различны – изменение скорости опережает изменение смещения по фазе на $\pi/2$, что соответствует времени T/4; изменение ускорения опережает изменение смещения в колебательном процессе на π, что соответствует времени T/2; здесь T – период колебания. В этом можно убедиться, глядя на рис. 3.3..

В заключение следует обратить внимание на то, что по второму закону динамики сила, действующая на тело, совершающее колебательный процесс, запишется: $F = ma = -m \cdot \omega^2 x$. Отсюда может сложиться впечатление, что эта сила подобна упругой силе, поскольку она пропорциональна смещению x и имеет противоположный знак. Поэтому такого рода силы принято называть квазиупругими (как будто упругие). Почему? (см. с. 14, может оказать помощь).

3.3. Связь параметров колебательной системы с периодом колебаний. Энергия колебательной системы с одной степенью свободы

В предыдущих параграфах данной главы были введён параметр колебательной системы ω – круговая или циклическая частота и частота колебаний ν, связанные между собой соотношением $\nu = \omega/2\pi$. Для строгого выяснения физического смысла этих величин выразим их через период колебания.

Периодом колебаний называют промежуток времени, по истечении которого колебание повторяется, то есть колеблющаяся точка, тело проходит те же положения и в том же направлении (см. рис. 3.2.). Аналитически это может быть записано так $x(t + n\cdot T) = x(t)$; здесь n – целое число (периодов), T – период колебаний, t – промежуток времени, через который нас интересует положение движущейся точки, тела. Аналитическая запись может быть прочитана так: через произвольное целое число периодов тело будет двигаться так же, как и в данный момент времени. Уравнение движения примет вид: $x = x_{\text{o}} \cdot sin\,(\omega\cdot(t + n\cdot T) + \varphi_o) = x_{\text{o}} \cdot sin\,(\omega\cdot t + \varphi_o)$.

Поскольку синусы двух аргументов равны, если эти аргументы отличаются на 2π·n, (где 2π – период синуса, косинуса, n – целое число этих периодов), то возможна следующая запись $\omega\cdot t + \omega\cdot n\cdot T + \varphi_o = \omega\cdot t + \varphi_o + 2n\cdot\pi$. Из равенства фаз следует связь между периодом и круговой частотой $\omega = \frac{2\pi}{T}$, которая показывает число полных колебаний, совершаемых за 2π секунд. Круговая частота измеряется в радианах за секунду. Частота колебаний, равная $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{1}{2\pi} = \frac{1}{T}$, показывает, сколько колебаний совершается за одну секунду. Единицей измерения частоты является герц (Гц). Если период колебаний Т = 1 с, то частота ν = 1 Гц, что означает – через 1 с тело проходит те же положения и в том же направлении (см. рис. 3.2.).

Подводя итог сказанному выше, обратим внимание на следующее. Всякое колебательное движение есть движение, происходящее с ускорением, поэтому на колеблющееся тело должна действовать сила, сообщающая это ускорение. Направление силы совпадает с направлением ускорения, а вектор ускорения при гармоническом колебании всегда направлен к положению равновесия $a = -\omega^2 \cdot x$; см. рис. 3.3., графики $x = x_{\text{o}} \cdot \sin(\omega\cdot t + \varphi_o)$ и $a = -a_{\text{o}}\, sin\,(\omega t + \varphi_{\text{o}})$; графики всегда противоположны по направлению, что подтверждает – ускорение, как правило, направлено к положению равновесия. Таким образом, тело совершает колебательное движение, если на него действует сила, всегда направленная к положению равновесия, а по величине – прямо пропорциональная смещению из этого положения $F = ma = -m\cdot\omega^2 x = -kx$.

Для пружинного маятника, представленного на рис. 3.2., период колебаний был получен выше (с. 29). Читатель может попробовать свои силы по преобразованию представленного в предыдущей строчке выражения силы и получить период колебаний пружинного маятника самостоятельно.

Для получения формулы периода колебаний математического мятника, представляющего собой точечное тело массой m, подвешенное к невесомой и нерастяжимой нити длиной ℓ, воспользуемся рис. 3.4.. Возвращающей в состояние равновесия силой является составляющая силы тяжести на направление движения $F_{\text{в}}$; она направлена по касательной к траектории движения. При малых углах отклонения от положения равновесия, синус угла α равен его радианной мере, и синус угла α запишется $\sin\alpha \approx \alpha = \dfrac{x}{\ell}$, а формула возвращающей силы $F = mg\cdot\sin\alpha$ примет вид $F \cong mg\cdot\dfrac{x}{\ell}$. Во втором законе Ньютона последствия возвращающей силы равны произведению массы тела на ускорение колебательного движения. Формула возвращающей силы немедленно принимает вид $mg\cdot\dfrac{x}{\ell} = m\cdot\omega^2 x$. Проведя в последнем равенстве несложные преобразования, читатель самостоятельно может получить аналитическое выражение для периода колебаний математического маятника $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$. Из формулы следует, что параметрами колебательной системы являются длина нити и ускорение свободного падения. В системах такого рода длина нити характеризует инертные свойства маятника (математического, физического) к движению, а именно, к отклонению из состояния равновесия. Ускорение свободного падения в таких системах определяет возвращающее действие в состояние равновесия.

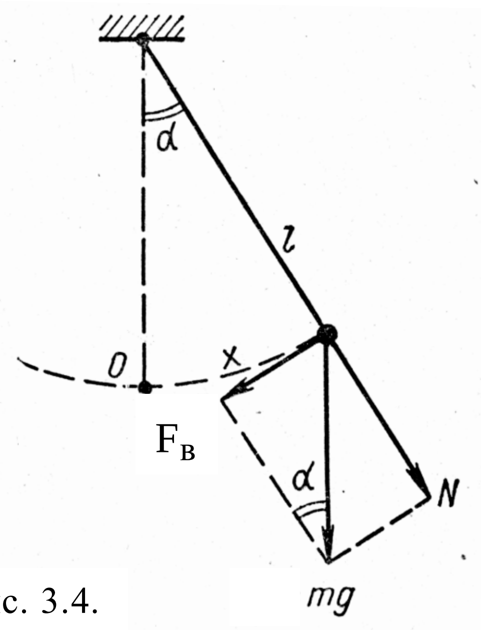

Рис. 3.4.

Таким образом, простейшая колебательная система, состоящая из двух тел, является замкнутой консервативной системой, в которой действуют только внутренние силы. Это указывает на то, что работа внутренних сил определяется изменением потенциальной энергии системы и равна изменению кинетической энергии; то есть колебательные движения в механических системах сопровождаются периодическими превращениями кинетической энергии колеблющихся тел в потенциальную энергию взаимодействия частей системы и обратно. Запишем потенциальную энергию системы: $U = \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{2}kx_o^2 sin^2(\omega t + \varphi_o)$. Если учесть, что $k = m\omega^2$, формула энергии запишется $U = \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{2}m\omega^2 x_o^2 sin^2(\omega t + \varphi_o)$. Аналитическое выражение для кинетической энергии имеет вид: $K = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{1}{2}m\omega^2 x_o^2 cos^2(\omega t + \varphi_o)$. Если читатель проделает простые преобразования, учитывая, что полная энергия системы равна сумме кинетической и потенциальной энергий, и примет к вниманию, что $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$, то сможет убедиться – полная энергия системы действительно равна: $E = K + U = \frac{1}{2}m\omega^2 x_o^2$. Здесь уместно заметить, в замкнутых системах циклическая частота колебаний не зависит от начальных условий и определяется только параметрами колебательной системы. В приведённых примерах это ℓ, g и k, x.

3.4. Понятие сплошной среды. Колебания в сплошных средах. Понятие волны. Основные определения. Уравнение волны.

Предыдущие параграфы курса физики были посвящены анализу природы на основе простейшей модели вещества – модели частицы. Это позволило установить многие, хорошо уже известные фундаментальные законы действительности и описать движение в системе частица – внешнее воздействие. В частности, это относится к рассмотренным колебательным системам. Главным инструментом анализа в такой системе служила возможность представить её в виде совокупности независимых «частицеподобных объектов – квазичастиц». При этом «квазичастицы» делятся на две качественно различные группы – индивидуальные (например, колеблющееся тело) и существенно коллективные (поле тяготения Земли). В поле центральных сил и для систем с малым числом частиц это различие практически ни на чём не сказывается.

Ситуация меняется при переходе к макроскопическим объектам, содержащим число частиц $N \sim N_а$, т.е. N>>1 (здесь $N_а$ – число Авогадро). Такой объект в условиях теплового равновесия и вблизи него ещё можно свести к рассмотрению одной «квазичастицы» индивидуального типа. Почему? Это возможно, поскольку индивидуальные «квазичастицы» ещё сохраняют внешние признаки реальных частиц; например, масса, положение, скорость частицы. Переходя к описанию колебательных процессов в сплошных (континуальных) средах, могут возникнуть трудности. В частности, характеризовать *состояние* сплошной (континуальной) среды через параметры состояния частицы громоздко (N>>1), не говоря о других *его* характеристиках; например, скорость распространения колебания, фронт волны. При интенсивном взаимодействии частиц в макроскопическом объекте их описание возможно лишь на основе «квазичастиц» существенно коллективного типа, поскольку при громадном числе частиц (N>>1), входящих в макроскопический объект, подобные «квазичастицы» не обладают внешними признаками реальных частиц. В частности, они «размазаны» по конечному объёму ΔV, и модель частицы или корпускулы к ним не применима. Ещё большие трудности возникают, если учесть, что частицы в макроскопическом объекте движутся хаотически, а задать точное состояние каждой частицы невозможно.

Естественно, описание подобных объектов лучше осуществлять в идеализированной модели вещества – модели сплошной среды. Интуитивное представление о такой модели мы получаем из повседневной жизни, наблюдая, например, за однородной жидкостью или воспринимая звуки из окружающей реальности. При этом нам кажется, что частицы вещества расположены столь тесно, что дискретная структура его не проявляется. Таким образом, модель сплошной среды – континуума существенно отличается от модели корпускулы. Универсальность этой модели в том, что любые материальные объекты с большим числом частиц N>>1 – жидкие, газообразные, твёрдые – могут трактоваться как сплошная среда, $N \to \infty$.

Этот бесконечно большой ансамбль мельчайших частиц, соответствующим образом организованный в каждой из указанных сред, находится в состоянии непрекращающегося беспорядочного теплового движения. В отличие от твёрдых, жидкие и газообразные среды характерны тем, что не оказывают сопротивления сдвигу и поэтому изменяют свою форму под воздействием сколь угодно малых сил. Для изменения же объёма указанных сред требуются внешние силы, что позволяет утверждать – в жидкостях, газах и твёрдых телах возникают упругие силы. Степень упругости определяется взаимодействием между частицами, образующими среду. Наш жизненный опыт этим утверждениям не противоречит. Появление упругих сил в рассматриваемых средах обусловлено изменением равновесного состояния, которое сложилось в среде. Выше уже упоминалось, условием устойчивого состояния системы является минимальное значение её энергии в данных условиях. Естественно ожидать, при образовании сплошных сред (твёрдых тел), наряду с силами отталкивания между атомами (ионами), должны существовать силы притяжения. При нарушении равновесия будут возникать, соответственно, те или иные силы; в сплошной среде распространяется упругая деформация (продольная, поперечная). Перейдём к установлению характеристик сплошной среды, определяющих её состояние, и движение; в частности, на примере колебательного движения. Покажем их качественное отличие от аналогичных характеристик частицы.

В макроскопических объектах входящие в них частицы могут участвовать лишь в хаотических относительных движениях. В этих условиях выглядит довольно загадочно тот факт, что в этих объектах всё-таки возникают волнообразные движения, наблюдаемые на опыте; к такого рода движениям относятся звук или волны на поверхности жидкости. Однако, учитывая тот факт, что механическое действие в сплошных средах передаётся с конечной скоростью, то деформация в упругой (сплошной) среде передаётся последовательно от одной точки среды (тела) к соседней точке. Если среда испытала сжимающее действие, – на поверхность жидкости упало тело, по твёрдому телу нанесён удар предметом, произошло резкое сжатие воздуха – то образуется уплотнение среды, которое распространяется с определённой скоростью $\mathbf{\upsilon}$ по среде (жидкости, газу, вдоль твёрдого тела). При этом смещение в подобной волне относится не к конкретному атому среды, расположенному в точке с некоторой координатой (x), а к элементу среды длиной ΔL, содержащему $\Delta N>>1$, атомов. Соответственно в уравнении смещения и других характеристиках волны ($y = f(t,x)$) эта «грубая» переменная фиксирует положение *элемента* ΔL в цепочке атомов. Это означает, переходя к упругим волнам в сплошной среде, мы неявно заменили колебания атомов (молекул) среды на аналогичные колебания элемента непрерывной цепочки атомов длины ΔL. После такой замены тот факт, что атомы (молекулы) среды внутри выделенного *элемента* движутся, уже никак себя не проявляет. Тем самым упругие волны в среде оказываются непосредственно связанными с движением элемента цепочки атомов, но не с движением самих атомов, входящих в его состав. Таким образом, при описании упругих волн в сплошных средах мы можем мысленно расчленить произвольный макроскопический объект на физически малые *элементы* объёма ΔV, в каждом из которых содержится достаточно много атомов $\Delta N>>1$, причём $\Delta N<< N$, где N – полное число атомов в рассматриваемом макрообъекте. При таком рассмотрении *элемент* сплошной среды может играть роль «частицы», за взаимодействием и движением которых мы в состоянии наблюдать на опыте.

Остаётся осознать, почему подобные движения в сплошной среде в целом оказываются упорядоченными, несмотря на то, что атомы (молекулы) в ней движутся хаотически. Причина, по-видимому, здесь кроется в том, что положение и движение каждого элемента сплошной среды ΔV определяется её соседними элементами. Эти элементы не могут двигаться независимо и хаотически, поскольку в противном случае в среде должны были бы образоваться разрывы. Наблюдая за поведением волн на поверхности воды, общаясь через звуковые сигналы в сплошной среде – воздухе, мы этого не обнаруживаем. Таким образом, если элемент среды выполняет какое-то движение, то соседние с ним элементы также должны выполнять подобные движения; то есть движения всех элементов среды должны быть согласованными. Хаотическое же движение множества атомов в каждом элементе среды проявляется только в том, что выделяемый *элемент* среды *действует* на соседние элементы с *некоторой средней силой*; которая обусловлена воздействием всей совокупности атомов в нём. Такого рода силу принято называть *поверхностной*. Если провести аналогию, то атомы в элементе сплошной среды напоминают «рой мошек», воздействующих на стенки сосуда, центр масс которого совершает какое-либо упорядоченное движение.

Таким образом, переход от рассмотрения «частиц» – атомов к «квазичастицам» – элементам среды, содержащим $N >> \Delta N >> 1$ атомов, позволил выявить – элементы среды испытывают воздействие со стороны отдельных атомов, входящих в соседние элементы. Суммарный результат этого воздействия можно характеризовать средней силой, величина которой тем больше, чем больше площадь поверхности ΔS, окружающей элемент среды. Особенности поверхностных сил, в частности, их направления различны для твёрдых, жидких и газообразных сред. Однако все поверхностные силы могут быть разделены на *силы упругости* и *силы вязкости*. Их подробному рассмотрению будет уделено внимание в соответствующих разделах основного курса физики.

Уяснив причину волнового движения, – возникновение уплотнения в некоторой точке упругой (сплошной) среды создает периодически меняющуюся упругую деформацию, которая распространяется в среде с определённой скоростью $\mathbf{\upsilon}$, – перейдём к аналитическому описанию волнового процесса. Пусть некая область упругой среды (рис. 3.5.), находящаяся в начале отсчёта (направление удара), колеблется согласно уравнению $y = A \cdot \sin \omega \cdot t$; здесь A – амплитуда колебания, ω – циклическая частота колебания в среде, начальную фазу φ_o – примем равной нулю, t – время. Запишем уравнение колебания точки, расположенной вдоль линии распространения упругой деформации на расстоянии x от начальной точки (удара, рис. 3.5.). Мы не можем записать его в том же виде, так как эта точка начинает колебание с запозданием на время $\tau = \frac{x}{\upsilon}$, нужное для распространения деформации на расстояние x. Поэтому колебание в точке x должно быть сдвинуто по фазе по отношению к начальной точке (точке удара). Точка x будет находиться в момент времени τ в той же фазе колебания, в какой находилась начальная точка в момент времени на $\frac{x}{\upsilon}$ более ранний. Следовательно, уравнение колебания точки, сдвинутой на расстояние x от начала координат, имеет вид $y = \mathrm{A} \cdot sin\, \omega \cdot (\mathrm{t} - \frac{x}{\upsilon})$, здесь $\omega \frac{x}{\upsilon}$ – сдвиг по фазе колебания в некой точке x по отношению к началу отсчёта (обозначено стрелкой, рис. 3.5.).

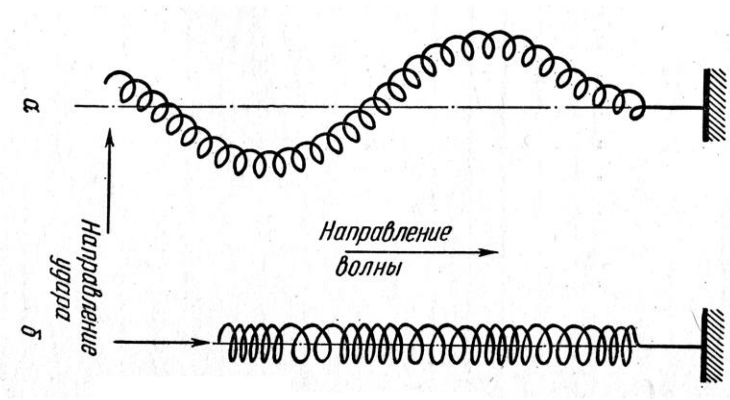

Рис. 3.5

Написанное уравнение называют *уравнением волны*, оно охватывает колебания всех точек упругой среды, расположенных на любых расстояниях по отношению к начальной точке. В действительности, как мы знаем, колеблются не точки, расположенные вдоль выбранного направления, а совокупность точек (частиц ΔN), заключённых в некотором объёме ΔV. Распространяясь от источника колебаний, волновой процесс охватывает всё новые и новые части пространства. Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t, называется фронтом волны (волновым фронтом). Фронт волны представляет собой ту поверхность, которая отделает часть пространства, уже вовлечённую в волновой процесс, от области, в которой колебания ещё не возникали.

Геометрическое место точек, колеблющихся в одной фазе, называется волновой поверхностью. Волновую поверхность можно провести через любую точку пространства, охваченного волновым процессом. Следовательно, волновых поверхностей существует бесконечное множество, в то время как волновой фронт в каждый момент времени только один. Если волновые поверхности остаются неподвижными (они проходят через положения равновесия частиц, колеблющихся в одной фазе), то волновой фронт всё время перемещается.

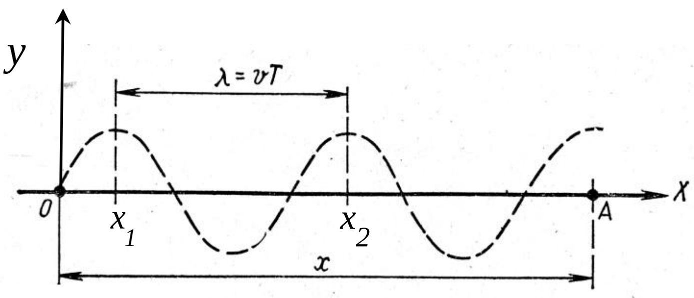

Рис. 3.6.

Поскольку волна представляет собой повторяющееся в среде упругое колебание, например, поперечное (рис. 3.6 и 3.5а), определим её пространственный период; расстояние, через которое повторяется волнообразное распределение в среде (рис. 3.6); можно вспомнить волны на поверхности воды, если на неё упал предмет. Запишем уравнение волны для промежутка времени, кратного числу периодов. Пусть максимальное отклонение y от положения равновесия для первого горба (рис. 3.6) произошло в момент времени $t = \mathrm{T}\cdot n$, а для второго через время $t = \mathrm{T}\cdot(n+1)$. Уравнения волны для этих точек упругой среды примут вид:

$$\begin{cases} y = \mathrm{A}\cdot sin\,(\dfrac{2\pi}{\mathrm{T}}\cdot\mathrm{T}\cdot n - \dfrac{2\pi}{\mathrm{T}}\cdot\dfrac{x_1}{\upsilon}) = \mathrm{A}\cdot sin\,\varphi_1 \\ y = \mathrm{A}\cdot sin\,(\dfrac{2\pi}{\mathrm{T}}\cdot\mathrm{T}\cdot(n+1) - \dfrac{2\pi}{\mathrm{T}}\cdot\dfrac{x_2}{\upsilon}) = \mathrm{A}\cdot sin\,\varphi_2. \end{cases}$$

Если пренебречь трением и тепловыми потерями при распространении колебаний в среде, амплитуда колебаний y, по мере распространения волны, в точках x_1, x_2 не изменится (рис.3.6). Это возможно, если фазы колебаний в указанных точках равны $(\frac{2\pi}{T}\cdot T\cdot(n+1)-\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{x_2}{\upsilon})=(\frac{2\pi}{T}\cdot T\cdot n-\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{x_1}{\upsilon})$. Проведя простые преобразования, читатель самостоятельно сможет убедиться в том, что $\Delta x = x_2 - x_1 = \upsilon\cdot T$. Это минимальное расстояние, через которое повторяется волнообразное распределение в сплошной среде, носит название *длины волны*. Его принято обозначать символом λ (*лямбда*). Мы получили известное соотношение, связывающее скорость движения волны с длиной волны и периодом колебания в сплошной среде $\lambda = \upsilon\cdot T$ (рис. 3.6).

Завершая экскурс в раздел механики «Гармонические колебания. Волновые процессы», перечислим его ключевые понятия: **«потенциальная яма», уравнение колебания, квазиупругая сила, параметры колебательной системы, сплошная среда, квазичастицы сплошной среды, уравнение волны, фронт волны, волновая (фазовая) поверхность.**

4. Элементы механики сплошных сред: жидкости и газы

4.1. Давление в жидкости и газе. Выталкивающая сила

В отличие от твёрдых тел, в жидкости возможны значительные смещения составляющих её частиц относительно друг друга. Поэтому для жидкости, как и для твёрдых тел, характерно наличие вполне определённого объёма, чего нельзя сказать о газе. Вместе с тем жидкость, подобно газу, принимает форму сосуда, в который её помещают. Как показывают рентгенографические исследования, по характеру расположения частиц жидкости также занимают промежуточное положение между твёрдыми телами и газами. В расположении частиц жидкости наблюдается ближний порядок. Это означает, что по отношению к любой частице расположение ближайших к ней соседей является упорядоченным. Однако по мере удаления от данной частицы расположение по отношению к ней других частиц становится всё менее упорядоченным и, чем дальше от частицы – порядок в расположении частиц полностью исчезает. В кристаллах имеет место дальний порядок – упорядоченное расположение частиц по отношению к любой частице наблюдается в пределах значительного объёма. Наличие в жидкости ближнего порядка послужило причиной того, что структуру жидкостей называют квазикристаллической – кристаллоподобной.

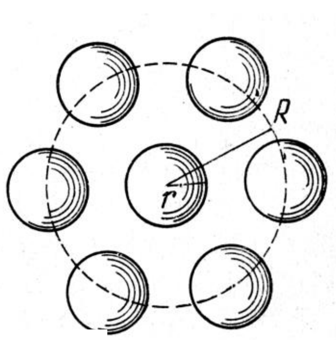

Рис.4.1.

В силу близкого расположения молекул жидкости друг к другу силы притяжения между ними имеют значительную величину. На каждую молекулу действуют силы притяжения со стороны окружающих молекул, удалённых от неё на расстояние ~ $1{,}5\cdot10^{-7}$ см, т. е. находящихся центрами внутри сферы радиусом $R = 1{,}5\cdot10^{-7}$ см, называемой *сферой молекулярного действия* (рис. 4.1); центр этой сферы совпадает с данной молекулой.

Если радиус самих молекул $r \sim 5 \cdot 10^{-8}$ см, то сфера молекулярного действия R не превышает полутора диаметров молекулы ($\sim 3 \cdot r$). Следовательно, каждая молекула жидкости взаимодействует только с непосредственно прилегающими к ней соседними молекулами. Равнодействующая всех этих сил для молекулы, находящейся от поверхности жидкости на расстоянии $\geq R$, в среднем равна нулю (рис. 4.2 *а*, *б*). Иначе обстоит дело, если молекула находится на расстоянии от поверхности меньшем, чем R. Так как плотность газа (пара), с которым граничит жидкость, во много раз меньше плотности жидкости, выступающая за пределы жидкости часть сферы молекулярного действия будет менее заполнена молекулами. Естественно, результирующая сила, действующая на молекулу, не равна нулю и направлена внутрь жидкости, перпендикулярно её поверхности (рис. 4.2 *в*, *г*). Величина этой силы растёт в направлении от внутренней к наружной границе слоя жидкости. В таком положении находятся все молекулы, лежащие в поверхностном слое жидкости толщиной, ~ равной радиусу сферы молекулярного действия $R = 1{,}5 \cdot 10^{-7}$ см. Таким образом, поверхностный мономолекулярный слой жидкости оказывает на всю жидкость давление; его принято называть *внутренним* или *молекулярным.* Аналитически его можно записать $p = \Delta F/\Delta S$, где ΔF – сила молекулярного взаимодействия на площади сплошной среды ΔS.

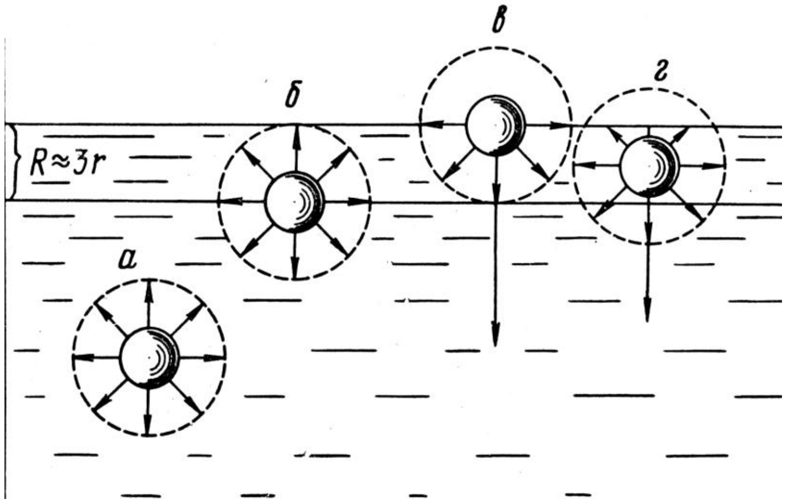

Рис. 4.2

Поскольку *внутреннее* давление направлено перпендикулярно поверхности жидкости, то масса жидкости, не подверженная действию внешних сил, должна принять форму шара; в этом случае поверхность при данном объёме соответствует минимуму, а силы внутреннего давления взаимно уравновесятся. Такое явление удобно наблюдать на маленьких массах жидкости (например, мелкие дождевые капли); действие силы тяжести здесь пренебрежимо мало по сравнению с действием сил внутреннего давления. Таким образом, под влиянием молекулярных сил поверхность жидкости сокращается до минимально возможных размеров, а поверхностный слой жидкости становится подобен эластичной растянутой плёнке. Такое состояние поверхностного слоя жидкости называется *поверхностным натяжением*.

Характерной особенностью жидкостей и газов является то, что они не оказывают сопротивления сдвигу и поэтому легко изменяют свою форму. Однако для изменения объёма жидкости или газа требуются конечные внешние силы. При изменениях объёма, происходящих в результате внешних воздействий, в жидкостях или газах возникают упругие силы, уравновешивающие действие внешних сил. Упругие свойства жидкостей и газов проявляются в том, что отдельные части их действуют друг на друга (и на соприкасающиеся с ними тела) с силой, зависящей от степени сжатия жидкости или газа. Это воздействие характеризуется величиной, называемой давлением. Учитывая результаты параграфа 3.4., можно сказать, сила давления действует на каждый *макроскопический элемент* ($\Delta N \ll N$) жидкости или газа и на жидкость или газ в целом, но не имеет смысла для отдельной частицы среды.

Рассмотрим жидкость, находящуюся в равновесии; отдельные её части, *макроскопические элементы*, не перемещаются друг относительно друга. Выделим площадку ΔS макроскопического элемента внутри жидкости (рис. 4.3.). Соприкасающиеся по этой площадке макроскопические элементы жидкости действуют друг на друга с равными по величине противоположно направленными силами; система находится в равновесии. Для выяснения характера этих сил, мысленно уберём жидкость с одной стороны площадки – из одного макроскопического элемента (штрихи отсутствуют, рис. 4.3.). Состояние равновесия между макроскопическими элементами будет нарушено. Чтобы его восстановить, действие этого элемента заменим силами такой же величины и направления, стрелки (рис. 4.3.). Эти силы должны быть направлены по нормали к поверхности площадки ΔS, в противном случае их тангенциальная составляющая привела бы макроскопические элементы жидкости в движение, равновесие было бы нарушено. Следовательно, и равнодействующая Δf всех сил, с которыми жидкость действует на площадку ΔS, также направлена по нормали к этой площадке. Отношение силы Δf к площадке ΔS называется давлением в жидкости: $p = \frac{\Delta f}{\Delta S}$. Давление является скалярной величиной, поскольку его значение не зависит от ориентации площадки ΔS. Математика не противоречит такому утверждению. Действительно, давление, по существу, равно отношению двух коллинеарных векторов $\Delta\vec{f}$ и $\Delta\vec{S}$, а такая величина представляет собой скаляр (проверьте); здесь имеется в виду, что площадка ΔS может рассматриваться как вектор, имеющий направление нормали к ΔS.

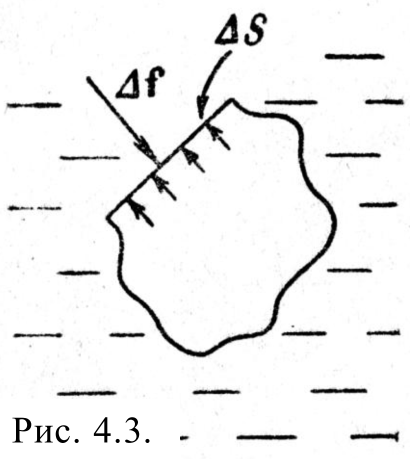

Рис. 4.3.

Давление в газе определяется аналогичным образом.

Если бы в жидкости (или газе) не было объёмных сил, то условием равновесия было бы постоянство давления во всём объёме. Рассмотрим распределение давления в жидкости при наличии объёмных сил. Для этого выделим цилиндрический объём жидкости таким образом, чтобы его ось была вертикальной (рис. 4.4.). В этом случае вдоль оси цилиндра, кроме сил давления на основания, будет действовать также объёмная сила тяжести $m{\cdot}g = \rho{\cdot}g{\cdot}h{\cdot}\Delta S$ (ρ – плотность жидкости, h – высота цилиндра, столба жидкости) и условие равновесия имеет вид:

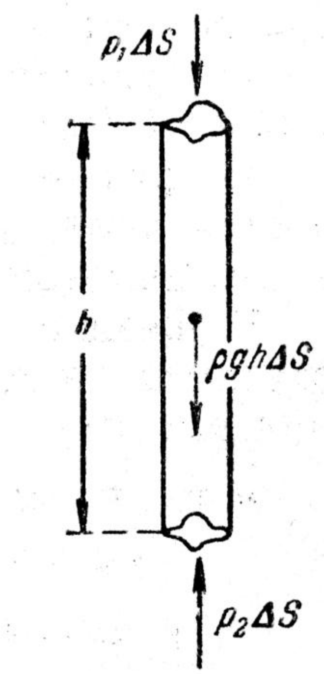

Рис. 4.4.

$$p_2\Delta S = p_1\Delta S + \rho\cdot g\cdot h\cdot \Delta S\,.$$

Сокращая на ΔS, имеем

$$p_2 = p_1 + \rho\cdot g\cdot h,$$

давления на двух разных уровнях отличаются на величину, численно равную весу вертикального столба жидкости, заключённого между этими уровнями. По этой формуле рассчитывается давление внутри покоящейся жидкости на глубине h от открытой горизонтальной поверхности.

Следствием неодинаковости давлений на разных уровнях является наличие выталкивающей силы – силы Архимеда, действующей на тела, находящиеся в жидкости или газе. Поскольку в жидкостях и газах давление во всех направлениях одинаково, то на нижнее основание тела, погружённого в жидкость или газ, действует большая сила, чем на верхнее основание. Величина выталкивающей силы запишется:

$$F_{\text{выт}} = F_2 - F_1 = (p_1 + \rho\cdot g\cdot h)\cdot \Delta S - p_1\cdot \Delta S\,.$$

После преобразований читатель может получить хорошо известное выражение для силы Архимеда: $F_{\text{выт}} = \rho\cdot g\cdot h\cdot \Delta S$, которое может быть прочитано так – равнодействующая всех сил давления, приложенных к поверхности тел, погружённых в жидкость или газ, направлена вертикально вверх и равна весу жидкости или газа в объёме данного тела. Если средняя плотность тела меньше, чем плотность жидкости, то в состоянии равновесия тело будет погружено в жидкость только частично. При этом сила тяжести, приложенная к центру тяжести тела, и выталкивающая сила, приложенная к центру тяжести погруженной в жидкость части объёма тела, должны быть равны по величине и действовать вдоль одной и той же прямой; иначе создадут вращающий момент.

4.2. Неразрывность потока. Уравнение Бернулли

В предыдущих параграфах (3.4., 4.1.) при описании вещества в модели сплошной среды нами рассматривались две простейшие ситуации. Либо мы имели дело с движением специфической «квазичастицы» индивидуального типа – малого элемента объёма среды ΔV, состоящего из одних и тех же атомов, вблизи фиксированного положения равновесия. При этом нам удалось получить достаточно подробное описание малых отклонений параметров среды от их равновесных значений с течением времени; например, уравнение волны.

Либо мы рассматривали сохраняющиеся физические величины, присущие сплошной среде, для одного и того же фиксированного конечного элемента объёма ΔV независимо от того, какие атомы находились в нём в заданный момент времени. При таком подходе удалось получить некоторые представления о свойствах сплошной среды в целом, атомы которой способны совершать произвольное поступательное движение. В частности, это относится к плотности и давлению сплошной среды.

Из всего сказанного следует, важнейшая особенность макроскопических элементов сплошной среды как «частиц» состоит в том, что они не могут двигаться независимо. Любое их движение должно быть таким, чтобы не разрушить целостность среды. Для выяснения условия, обеспечивающего «непрерывность» сплошной среды, полезно обратиться к закону сохранения массы, справедливому в нерелятивистском приближении; ско-

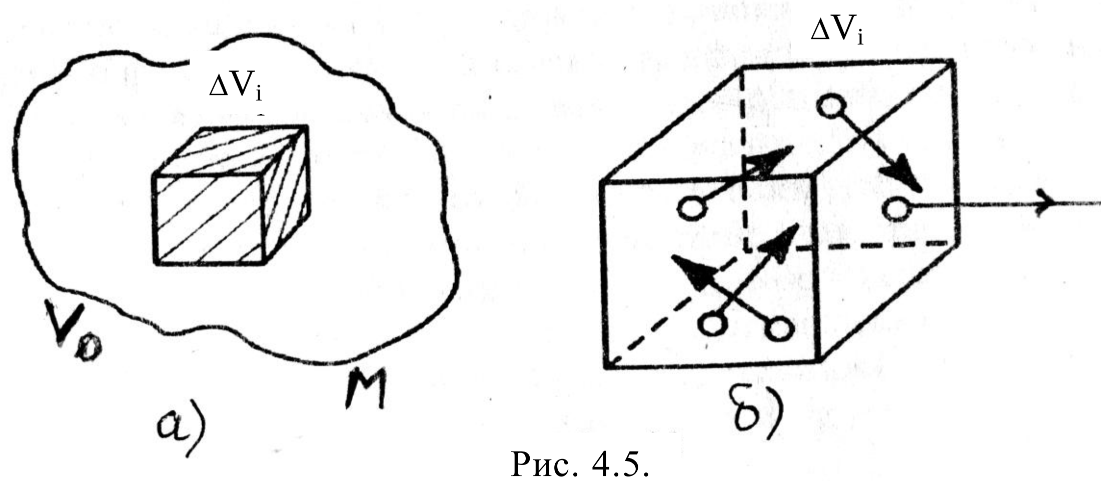

Рис. 4.5.

рость движения элементов среды $\vec{v}$ много меньше скорости света $\vec{c}$, $\vec{v} \ll \vec{c}$.

Пусть у нас есть изолированный макроскопический объект сплошной среды (жидкости или газа) объёмом V_0 (рис. 4.5. а), полная масса которого M постоянна (равна const). Разобьём его мысленно на элементы объёма ΔV_i, имея в виду, что $M = \sum \Delta M_i(t) = \text{const}$ (рис. 4.5. а); здесь $\Delta M_i(t)$ – переменная масса, заключённая в объёме ΔV_i, причём $\Delta M_i(t) = \rho(r,t) \cdot \Delta V_i$. Будем считать, что плотность вещества в элементе ΔV_i равна плотности макроскопического объекта сплошной среды, $\rho = \rho_M$.

Поскольку масса $M = \text{const}$, т.е. остаётся постоянной, массы $\Delta M_i(t)$ разных элементов объёма ΔV_i должны меняться со временем согласованно. Изменение массы в каждом элементе объёма ΔV_i проявляется в том, что плотность среды $\rho(r,t)$ зависит от времени. Однако ввиду сохранения массы во всём теле, в целом эти изменения могут возникнуть только потому, что какое-то число молекул в каждый момент времени покидает элемент объёма ΔV_i, а какое-то другое их число попадает вновь в этот элемент. Другими словами, имеется поток массы, переносимый молекулами через поверхность, ограничивающую объём ΔV_i (рис. 4.5, б). Стрелками показано движение молекул через поверхность элемента объёма ΔV_i. Таким образом, поскольку источники массы внутри объёма отсутствуют, изменение массы в объёме V_0 в единицу времени равно потоку массы, переносимому частицами через поверхность S_0 этого объёма. Аналитически это может быть записано $\upsilon_1 \cdot S_1 = \upsilon_2 \cdot S_2$. Эту формулу называют *уравнением неразрывности потока*.

Если плотность среды со временем не изменяется, сплошная среда называется стационарной. В стационарном случае вводят понятие *трубки тока*. Ею называется всякий объём сплошной среды (жидкой или газообразной), боковые стенки которого (рис. 4.6.) образованы линиями тока. Трубка тока выделена тем, что вдоль её боковой поверхности всюду скорость перпендикулярна площади потока S. При этом поток через боковую поверхность отсутствует (рис. 4.6.). В этом случае смысл закона неразрывности потока прост – вдоль трубки тока расход стационарной среды не изменяется и модуль скорости всегда обратно пропорционален сечению трубки тока.

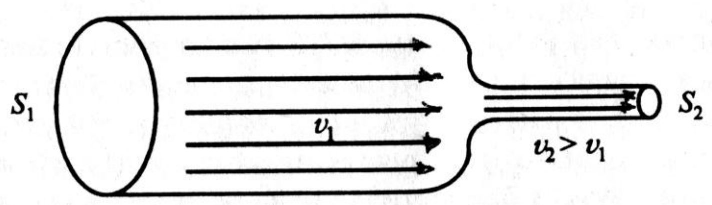

Рис. 4.6.

Общей чертой закона сохранения массы является то, что он справедлив для любой жидкости. Переходя к рассмотрению поступательного движения элемента жидкости во внешних потенциальных полях сил, мы должны быть внимательны к особенностям жидкости. Прежде всего, это будет касаться закона сохранения энергии, говорить о котором имеет смысл только для *идеальной* жидкости. В этом случае потерями энергии за счёт хаотических процессов можно пренебречь. Кроме того, будем считать жидкость *несжимаемой*, что означает – плотность её массы ρ = const; (разумеется, для газов такое предположение несправедливо). При таком приближении речь может идти только о рассмотрении поступательного движения элемента жидкости во внешних потенциальных полях сил. К их числу относятся как объёмные силы, в частности, гравитационные, действующие на каждую частицу жидкости, так и упругие силы, вызываемые давлением на элемент жидкости в целом со стороны стенок сосуда. В этом предельном случае роль сохраняющейся величины играет механическая энергия элемента жидкости.

Выделим в стационарно текущей идеальной жидкости трубку тока (рис. 4.7). Рассмотрим объём жидкости, ограниченный стенками трубки тока (реальной трубы). Будем считать, линии тока перпендикулярны сечениям трубки тока S_1 и S_2. За малое время Δt сквозь сечение S_1 пройдёт элементарный ΔV_1 объём жидкости в форме цилиндра с основанием S_1 и длиной цилиндра $\upsilon_1 \cdot \Delta t$; каждый объём прошедшей через S_1 жидкости массой $m = \rho \cdot \Delta V_1$ несёт *кинетическую* энергию $\frac{m \cdot \upsilon_1^2}{2} = \frac{\rho \cdot S_1 \cdot \upsilon_1 \cdot \Delta t}{2} \cdot \upsilon_1^2$ и *потенциальную* энергию $m \cdot g \cdot h_1$ (рис. 4.7.). Внешняя сила $p_1 \cdot S_1$, действующая в сечении S_1, смещает указанный объём жидкости ΔV_1 на расстояние $\upsilon_1 \cdot \Delta t$ и поэтому совершает положительную работу, равную $p_1 S_1 \cdot \upsilon_1 \Delta t$ (рис. 4.7).

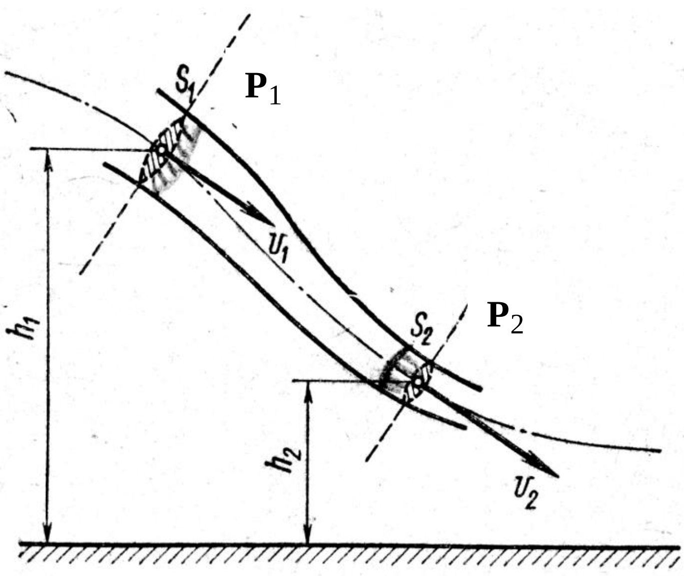

Рис. 4.7.

В приближении *идеальной* и *несжимаемой* жидкости, приняв во внимание уравнение *неразрывности потока*, нетрудно понять, что через сечение S_2 за то же самое время должен выйти тот же объём жидкости ΔV_1; т.е. $\Delta V_1 = \Delta V_2 = S_2 \cdot \upsilon_2 \cdot \Delta t$. Здесь внешняя сила $p_2 \cdot S_2$ совершает отрицательную работу, равную $p_2 S_2 \cdot \upsilon_2 \Delta t$. Иных изменений в данной области не происходит. Поэтому изменение полной энергии ΔW равно разности полных энергий втекающей и вытекающей масс. Учитывая, что полная энергия слагается из кинетической и потенциальной составляющих, получим

$$\Delta W = \left(\frac{m \cdot \upsilon_2^2}{2} + mgh_2\right) - \left(\frac{m \cdot \upsilon_1^2}{2} + mgh_1\right) \qquad (1)$$

В соответствии с законом сохранения энергии изменение энергии, представленное уравнением (1), равно работе ΔA внешних сил (давления) по перемещению массы жидкости $m = \rho S_1 \upsilon_1 \Delta t = \rho S_2 \upsilon_2 \Delta t$; т.е. $\Delta W = \Delta A$. Поэтому ΔA может быть записано

$$\Delta A = p_1 S_1 \cdot \upsilon_1 \Delta t - p_2 S_2 \cdot \upsilon_2 \Delta t \qquad (2)$$

Приравняв правые части уравнений (1) и (2), читатель может самостоятельно получить уравнение Бернулли. Действительно, если учесть уравнение неразрывности потока, $m = \rho \cdot \Delta V_1 = \rho \cdot \Delta V_2$, а отсюда следует

$S_1\upsilon_1\Delta t = S_2\upsilon_2\Delta t$, тогда $\frac{\rho\cdot\upsilon_2^{\ 2}}{2}+\rho\cdot g\cdot h_2+p_2=\frac{\rho\cdot\upsilon_1^{\ 2}}{2}+\rho\cdot g\cdot h_1+p_1$ (преобразования самостоятельно проделали?). Поскольку выбор сечений S_1 и S_2 произволен, уравнение Бернулли записывается в виде:

$$\frac{\rho\cdot\upsilon^2}{2}+\rho\cdot g\cdot h+p = \text{const} \tag{3}$$

Следовательно, в установившемся потоке идеальной жидкости полное давление, слагающееся из динамического, гидравлического и статического давлений, постоянно на любом поперечном сечении потока. Уравнение (3) применимо и для газа. Это допустимо, если, например, воздух движется со скоростью не превышающей ~ 200 м/с; вязкостью и сжимаемостью газа при таком движении ещё можно пренебречь.

4.3. Давление под искривлённой поверхностью жидкости. Капиллярные явления

В параграфе 4.1 (рис. 4.2) мы выяснили (посмотрели?), в приповерхностном слое жидкости на молекулу действует равнодействующая сил f_i, направленная внутрь жидкости $R_i=\sum f_i$; отобразим её на рис. 4.8., слева.

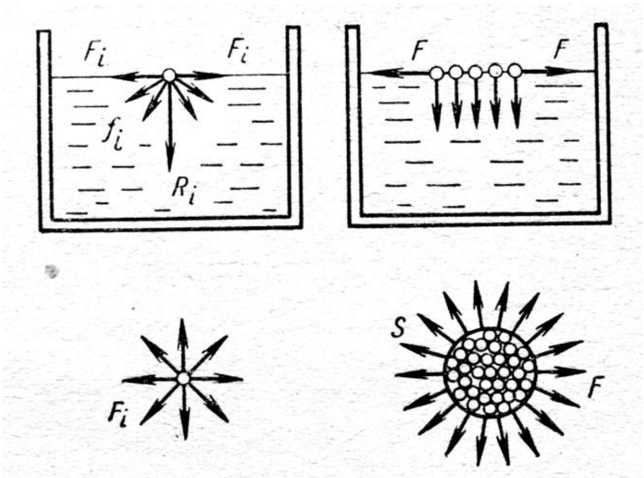

Рис. 4.8

Кроме того, на молекулы поверхностного слоя действуют силы F_i, лежащие в плоскости, касательной к поверхности жидкости (рис. 4.8, справа). Эти внешние силы *F*, растягивающие плёнку, и называют силами поверхностного натяжения. Если выделить на поверхности жидкости площадку S, (рис. 4.8, справа (внизу)), то силы *F*, направленные наружу, являются внешними силами; они перпендикулярны периметру площадки S и касательные к поверхности жидкости. Для всех молекул, лежащих внутри площадки S, все эти силы F_i взаимно уравновешиваются.

Всё сказанное об особых условиях, в которых находятся молекулы поверхностного слоя жидкости, в целом относится и к твёрдым телам. Следовательно, твёрдые тела, как и жидкости, обладают поверхностным натяжением. Следует ожидать, если жидкость имеет границу с твёрдым телом, то эта система, с учётом сил межмолекулярного взаимодействия, принимает конфигурацию, соответствующую минимуму суммарной потенциальной энергии; поверхностной, с учётом и поля сил тяжести. В частности, это проявляется на искривлении поверхности жидкости; явление смачивания (не смачивания, например, ртуть).

Под искривлённой поверхностью жидкости помимо внутреннего давления силы поверхностного натяжения создают дополнительное давление на жидкость. Оно прибавляется к давлению, созданному поверхностным слоем, или вычитается из него. Кстати, давление, создаваемое поверхностным слоем воды ~ $1{,}7\cdot10^9$ Па, что значительно превышает давление атмосферы; поэтому все жидкости уже сильно сжаты внутренними молекулярными силами. Чтобы вызвать дополнительное уменьшение их объёма, сжать, требуется приложить очень большое внешнее давление. (Вспомните неудачные прыжки в воду в детские годы; «нежная» при умывании вода, больно жалит при взаимодействии с нею за малый промежуток времени.)

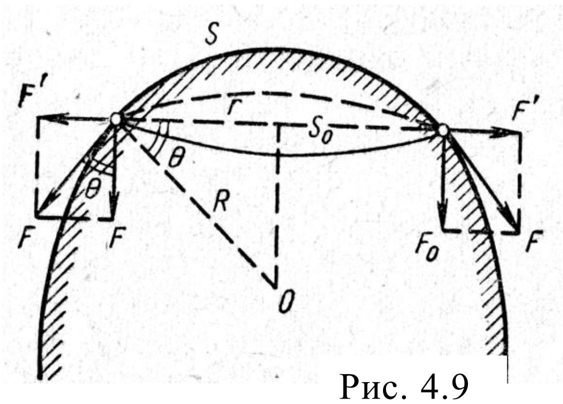

Рис. 4.9

Рассмотрим поверхность жидкости, имеющую форму сферы радиуса R, например, мыльный пузырь; выделим на этой поверхности площадку S, опирающуюся на основание площадью S_o; радиус основания $r = R\cdot cos\,\theta$ (рис. 4.9). Силы поверхностного натяжения F, действующие по периметру площадки S (рис. 4.9.), создают равнодействующую F_o, перпендикулярную основанию S_o и равную $F_o = \alpha\cdot 2\pi r\cdot\cos\theta$. Составляющие $F^{/}$ силы поверхностного натяжения F в сумме дают нуль (почему? Нарисуйте вид сверху, поможет). Учитывая, что давление равно силе, приходящейся на единицу площади, т.е., $\Delta p = F_{\rm o}/S_{\rm o}$, для дополнительного давления на жидкость от сил поверхностного натяжения, обусловленного кривизной поверхности, получим аналитическое выражение

$$\Delta p = \frac{F_{\rm o}}{S_{\rm o}} = \frac{\alpha\cdot 2\,\pi\, r\cdot\cos\theta}{\pi\, r^2} = \frac{2\,\alpha}{r}\cdot\cos\theta = \frac{2\,\alpha}{R}.$$

Здесь уместно заметить, через нормаль к поверхности S можно провести множество рассекающих плоскостей. Линии пересечения этих плоскостей с поверхностью S будут иметь в окрестности точки, к которой проведена нормаль ***n***, какие-то радиусы кривизны (рис. 4.10). Из множества возможных радиусов кривизны выделяются два – минимальный R_1 и максимальный R_2; они лежат во взаимно перпендикулярных плоскостях и называются главными радиусами кривизны поверхности

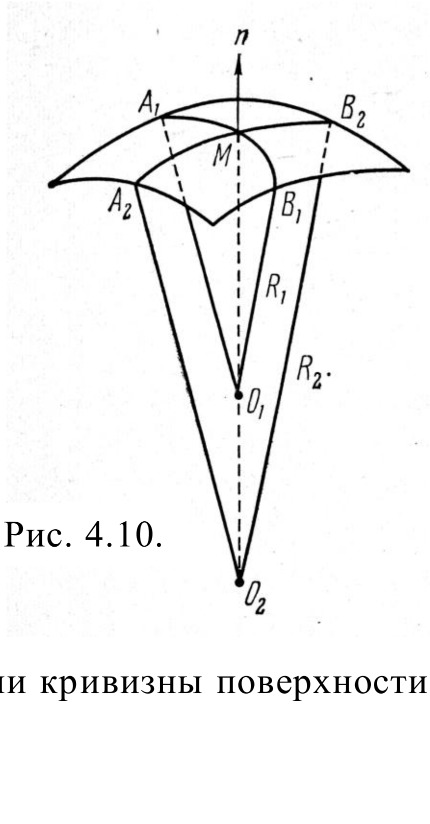

Рис. 4.10.

S в данной её точке (рис. 4.10.). Точное выражение для дополнительного давления под искривлённой поверхностью жидкости любой формы вывел французский математик и физик Лаплас в 1805 году. Оно может быть представлено в виде $\Delta p = \pm\alpha\cdot(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2})$. Знак плюс соответствует выпуклой поверхности, знак минус – вогнутой поверхности; R_1 и R_2 здесь алгебраические величины – если центр кривизны находится под данной поверхностью, радиус кривизны положительный; если центр кривизны лежит над поверхностью, радиус кривизны отрицателен (отобразите на рис; сделали?).

Дополнительное давление Δp, обусловленное кривизной поверхности жидкости, называют капиллярным (или лапласовским) давлением. Оно, как мы уже знаем, обусловлено силами межмолекулярного взаимодействия на границе раздела сред. Если силы сцепления между молекулами жидкости меньше, чем между молекулами жидкости и твёрдого тела, то жидкость, искривляясь, стремится увеличить границу соприкосновения с твёрдым телом, т.е. искривляется, «поднимаясь» по стенкам. Если сосуд узкий, искривление охватывает всю поверхность жидкости, делая её целиком изогнутой (рис. 4.11). В этом и состоит упомянутое выше явление смачивания.

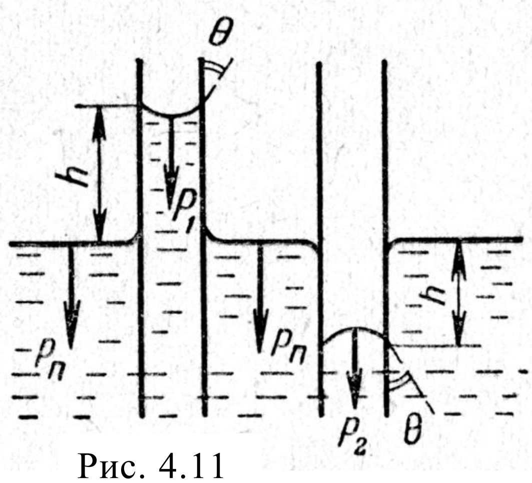

Рис. 4.11

Если силы сцепления между молекулами жидкости больше, чем между молекулами жидкости и твёрдого тела, то жидкость, искривляясь, стремится уменьшить границу соприкосновения с твёрдым телом, т.е. сжимается, «опускается» по стенкам (рис. 4.11, справа); в этом и состоит суть явления несмачивания. Изогнутую поверхность принято называть мениском, а узкую трубку (щель и т.п.) – капилляром.

При большой кривизне мениска внутреннее давление жидкости в капилляре (на уровне горизонта поверхности) будет меньше, чем вне капилляра, на величину избыточного давления под искривлённой (сферической) поверхностью. По закону Паскаля это должно сопровождаться выдавливанием вверх жидкости в капилляре (при смачивании, рис. 4.11, слева). Жидкость в капилляре поднимается до тех пор, пока давление столба жидкости не скомпенсирует уменьшение давления, обусловленное искривлением поверхности жидкости; давление столба жидкости должно равняться капиллярному давлению. Аналитически это запишется $\Delta p = \rho\, g\, h = \frac{2\alpha}{R}$. В случае несмачивания давление в капилляре возрастает, что сопровождается понижением уровня жидкости в капилляре (рис. 4.11, справа). Попробуйте записать аналитически и описать словами, сопровождая свои действия рисунками. Капиллярные явления широко распространены в природе и технике. Где и как?

Завершая экскурс в раздел «Элементы механики сплошных сред: жидкости и газы», перечислим его ключевые понятия: **квазикристаллическая структура, сфера молекулярного действия, молекулярное давление, макроскопический элемент, гидростатическое давление (объёмные силы), уравнение неразрывности потока, трубка тока, идеальная несжимаемая жидкость, искривлённая поверхность, капиллярное (лапласовское) давление.**

5. Тепловые явления. Термодинамический и статистический методы исследования

5.1. Термодинамический и статистический методы исследования. Давление и внутренняя энергия идеального газа

Исторически при изучении макроскопических свойств физических систем сложились два различных подхода – молекулярно-кинетический и термодинамический. Молекулярно-кинетический подход основан на атомно-молекулярных представлениях о строении вещества. Согласно этим представлениям, любое тело – макроскопическая система состоит из огромного ансамбля обособленных одиночных «квазичастиц» индивидуального типа. Молекулярно-кинетический подход или молекулярно-кинетическая теория ставит своей целью истолковать те свойства тел, которые непосредственно наблюдаются на опыте (давление, температура, объём, напряжённость электрического поля…), как суммарный результат действия отдельных частиц. Основываясь на известных динамических законах поведения одиночных «квазичастиц» индивидуального типа и статистическом методе, молекулярно-кинетическая теория устанавливает связь между экспериментально устанавливаемыми макроскопическими величинами, такими как P, V, T, $\vec{E}$…, характеризующими систему в целом, и микроскопическими характеристиками системы, такими как m_{o}, υ_{i}, q_{o}, x_{i}. Отсюда другое название молекулярно-кинетической теории – статистическая физика.

Определение состояния системы в статистической физике является гораздо менее детализированным, чем в механике, так как опирается лишь на небольшое число макроскопических параметров. Но поскольку значения макропараметров зависят от движения молекул, задача статистической механики – выразить свойства системы в целом через характеристики отдельных молекул. При этом требуется установить связь макропараметров системы со средними значениями микровеличин и дать способ вычисления этих средних величин на основе законов движения отдельных молекул.

Таким образом, макроскопические величины обладают определёнными значениями лишь потому, что они являются средними значениями большого числа элементарных процессов – столкновений упругих и неупругих.

Оказалось возможным описывать поведение тел в тепловых явлениях и без детального рассмотрения тех процессов, которые при этом происходят. Такое описание возможно благодаря введению понятий об энергии, её превращениях и способах передачи; установлению тех основных законов, которым подчиняются эти превращения энергии из одних видов в другие. Раздел физики, рассматривающий процессы с энергетической точки зрения, носит название термодинамики. Законы, лежащие в основе термодинамики, носят название начал термодинамики. Эти начала установлены на основании обобщения большой совокупности опытных данных (сверление пушек, добывание огня трением). В силу этого её выводы имеют достаточно общий характер. Являясь наукой феноменологической, термодинамика вводит свои понятия на основе физического эксперимента и поэтому оперирует только макропараметрами. При этом связь между макропараметрами устанавливается опытным путём.

Статистическая механика и термодинамика развивались параллельно до тех пор, пока не были доказаны гипотезы об атомно-молекулярном строении вещества и кинетической природе теплоты. С тех пор они слились в единую науку – статистическую термодинамику. Статистическая термодинамика даёт наиболее полное представление о свойствах систем с большим числом частиц. Например, с точки зрения термодинамики, температура является величиной, характеризующей направление теплообмена: от тела с более высокой температурой к телу с более низкой температурой. С молекулярно-кинетических представлений аналитическое выражение, $\bar{\varepsilon}_к = \frac{i}{2} \cdot kT$, даёт возможность установить физический смысл макропараметра Т, связав его со средней кинетической энергией хаотического движения; средняя кинетическая энергия молекул не зависит от природы газа, а зависит только от его температуры.

Итак, статистическая механика позволяет установить связь между макропараметрами большой системы и средними значениями микровеличин, характеризующими отдельные молекулы. Убедиться в этом проще на модели идеального газа. При описании такой системы как идеальный газ можно воспользоваться гибкостью понятия частицы. Одним из приёмов здесь является выбор составных частей (объектов) системы. Это позволяет пренебречь внутренним движением в объектах (частях) системы и ограничиться только рассмотрением поступательного хаотического движения объектов. Идеальный газ как макроскопический объект является типичным представителем такой системы. Благодаря тому, что в состоянии теплового равновесия (или вблизи него) взаимодействие между частицами не является интенсивным, удаётся объяснить его свойства на основе описания движения одиночных «квазичастиц» индивидуального типа. Это даёт возможность вычислять макропараметры системы непосредственно из законов динамики системы частиц.

Определившись с понятием идеального газа с молекулярной точки зрения, поясним на этой простейшей модели физическую природу давления газа. Допустим, что с площадкой ΔS_x, ограничивающей элемент объёма газа ΔV, сталкиваются частицы (квазичастицы), каждая из которых имеет одно и то же значение массы m_0 и проекции скорости υ_x (рис. 5.1.). Поскольку масса частицы m_0 много меньше массы m элемента объёма ΔV, $m_0 << m$, импульс налетающей частицы p_x, по законам упругого столкновения, изменяет направление на противоположное, но его модуль (численное значение) сохраняется. Естественно, при столкновении каждая частица передаёт элементу объёма ΔV импульс, равный по модулю изменению импульса частицы, т.е. разности векторов импульса после столкновения p_{x2} и до столкновения p_{x1}; аналитически это запишется $\Delta p_x = p_{x2} - p_{x1}$. Учитывая, что соударение сталкивающейся частицы с элементом объёма ΔV упругое, изменение её импульса $\Delta p_x = 2 \cdot p_x$.

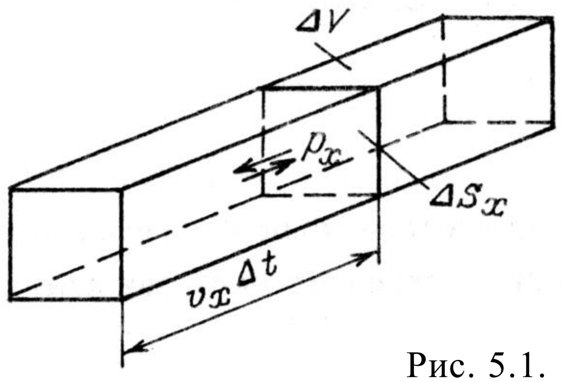

Рис. 5.1.

За время Δt до площадки ΔS_x выделенного объёма ΔV успевают долететь и осуществить столкновение с площадкой ΔS_x те частицы, которые находятся в объёме $\upsilon_x \cdot \Delta t \cdot \Delta S_x$ (рис. 5.1., слева). Число этих частиц может быть найдено произведением объёма $\upsilon_x \cdot \Delta t \cdot \Delta S_x$ на число частиц n_x, находящихся в единице объёма, т.е. $\Delta N = \upsilon_x \cdot \Delta t \cdot \Delta S_x \cdot n_x$. Таким образом, полное изменение импульса ΔK элемента объёма ΔV в результате столкновения с налетающими на него ΔN частицами равно произведению импульса Δp_x, переданному объёму ΔV одной частицей, на число частиц ΔN, испытавших столкновение с этим элементом объёма; т.е. аналитически изменение импульса ΔK может быть представлено $\Delta K = \Delta p_x \cdot \Delta N = 2\, p_x \cdot \upsilon_x \cdot \Delta t \cdot \Delta S_x \cdot n_x$. Из второго закона Ньютона $\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{\Delta (m\vec{\upsilon})}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ следует, изменение импульса ΔK элемента объёма ΔV эквивалентно действию на этот элемент дополнительной силы, модуль которой $\Delta F = \Delta p / \Delta t = \Delta K / \Delta t = 2\, p_x \cdot \upsilon_x \cdot \Delta S_x \cdot n_x$. Отнеся полученное выражение силы к площадке ΔS_x, получим давление газа, оказываемое на элемент ΔV объёма, $p = \frac{\Delta F}{\Delta S_x} = 2\, p_x \cdot \upsilon_x \cdot n_x$.

Здесь остаётся неопределённой, а скорее неуточнённой, величина n_x. Действительно, выше мы предполагали, что эти частицы движутся к площадке ΔS_x; это направление движения связывалось с осью x. Тем не менее, вследствие изотропности пространства и хаотического движения частиц направления движения вдоль осей y и z так же равноправны. Естественно ожидать такого же движения частиц и по этим осям. Кроме того, частицы могут двигаться как в положительном направлении оси, так и в противоположном. Тем самым число частиц, движущихся в одном направлении, составляет лишь 1/6 часть от общего числа частиц в единице объёма, т.е. $n_x = n_y = n_z = \frac{1}{6} \cdot n$. Окончательное выражение для давления газа примет вид $\text{p} = 2\, p_x \cdot \upsilon_x \cdot \frac{1}{6} \cdot n = \frac{1}{3} \cdot n \cdot m_o \cdot \upsilon^2$. Если учесть, что кинетическая энергия одной молекулы $E_1 = \frac{m_o \cdot \upsilon^2}{2}$, давление газа может быть представлено через энергию частицы $\text{p} = \frac{2}{3} \cdot n \cdot E_1$.

Итак, на *законах сохранения* энергии и импульса при упругом столкновении в *отсутствие* внешнего воздействия, а также на естественных соображениях симметрии движения в условиях теплового равновесия нам удалось получить уравнение давления для идеального газа. Из основного уравнения кинетической теории газов $\text{p} = \frac{2}{3} \cdot n \cdot E_1$ следует, давление равно двум третям кинетической энергии поступательного движения частиц, заключённых в единице объёма.

5.2. Распределение энергии по степеням свободы. Закон парциальных давлений

Несмотря на простоту вывода основного уравнения молекулярно-кинетической теории газов, формулу $\text{p} = \frac{2}{3} \cdot n \cdot E_1$ не так-то просто проверить на опыте. Да, мы умеем измерять на опыте давление газа, но у нас нет приборов для прямого измерения величины энергии $E = E_1 \cdot n$. Человечество вообще не умеет измерять внутреннюю энергию газа в состоянии теплового равновесия. Чтобы реально использовать уравнение кинетической теории газов, приходится прибегать к процедуре косвенных измерений величины E (энергии). Для этого человечество ввело величину, характеризующую состояние теплового равновесия для любых объектов. Читатель правильно догадался, такой величиной является температура; символ – T.

Пока будем обходиться понятием эмпирической температуры, т.е. той физической величины, которая измеряется на опыте и связана с интуитивным представлением о тепловом равновесии. Эмпирическая температура объекта – это то, что измеряется другим объектом-термометром, приведённым в состояние теплового равновесия с исходным объектом, и служит характеристикой равновесного состояния. В роли такого объекта-термометра может служить любой объект в состоянии теплового равновесия, характеристики которого реагируют на изменение этого состояния.

Из кинетической теории идеального газа следует, давление пропорционально кинетической энергии молекулы (частицы), если объём V, масса газа m и его сортность μ неизменны. Вместе с тем из экспериментальных законов Бойля–Мариотта и Гей-Люссака Клапейрону удалось получить уравнение, связывающее все три термодинамических макропараметра вместе; произведение давления и объёма, делённое на температуру, остаётся постоянным для любого состояния идеального газа $\frac{p\cdot V}{T}=\mathrm{const}$, если сортность и масса газа не изменяются. Эту формулу русский учёный Д.И. Менделеев в 1875 году обобщил для любой массы газа в виде $p\cdot V=\frac{m}{\mu}\cdot \mathrm{R}\cdot \mathrm{T}$, — объединённый газовый закон. Отсюда следует, при постоянном объёме и массе газа давление пропорционально температуре. Естественно ожидать, температура системы должна быть пропорциональна энергии частицы. Чтобы найти коэффициент пропорциональности между абсолютной температурой T и энергией частицы E_1, сопоставим обобщённое уравнение идеального газа и основное уравнение кинетической теории:

$$\begin{cases} p\cdot V=\dfrac{m}{\mu}\cdot \mathrm{R}\cdot \mathrm{T} \\ p=\dfrac{2}{3}\cdot n\cdot E_1. \end{cases}$$

Если читатель примет к сведению, что $m = m_0\cdot N$, $\mu=m_0\cdot N_a$, а $n=\frac{N}{V}$ и, проявив терпение, проведёт преобразования первого уравнения, то испытает чувство глубокого удовлетворения, поскольку в результате его действий первое уравнение примет вид $p=n\cdot\frac{R}{N_a}\cdot T=n\cdot k\cdot T$. После преобразований левые части уравнений системы равны, должны быть равны и правые. Отсюда немедленно следует, энергия одной молекулы $E_1=\frac{3}{2}\cdot k\cdot T$ оказывается зависящей лишь от температуры, но не зависит от массы молекулы; буква k, равная $R/N_A = 1{,}38\cdot 10^{-23}\,\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$, называется постоянной Больцмана. Здесь весьма важно обратить внимание на формулу $p=n\cdot k\cdot T$. Если имеется смесь из нескольких сортов газов, результирующее давление может быть записано $p=n\cdot k\cdot T=(n_1+n_2+\ldots)\cdot k\cdot T$; здесь $n_1, n_2\ldots$– концентрация различных сортов газов. Выражение перепишем $p = n_1 kT + n_2 kT + \ldots$, отсюда немедленно следует закон Дальтона – давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений газов, образующих смесь.

Следует вернуться к выражению средней энергии молекулы $E_1 = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$. При выводе его мы учитывали лишь поступательное движение молекул; здесь «тройка» отражает размерность пространства, в котором происходят рассматриваемые события. Следовательно, на одну степень свободы (возможного направления движения) приходится энергия, равная $\frac{1}{2} \cdot kT$, поскольку ни одно из направлений поступательного движения не имеет преимущества. Однако в природе, наряду с поступательным движением, возможны вращение молекул и колебания атомов в молекуле, входящих в состав молекул. Эти виды движений, также как и поступательное движение, связаны с некоторым запасом энергии, определить который позволяет *устанавливаемое статистической физикой положение* о равнораспределении энергии по степеням свободы молекул. Если предположить, что ни один из видов движения не имеет преимущества перед другими, то на любую степень свободы поступательного, вращательного и колебательного движений должна приходиться в среднем одинаковая энергия, равная $\frac{1}{2} \cdot kT$. В этом и состоит *суть положения* о равнораспределении энергии по степеням свободы. Из этого предположения следует, чем сложнее молекула, тем больше число её степеней свободы, тем больше среднее значение энергии одной молекулы $\bar{\varepsilon}_к = \frac{i}{2} \cdot kT$; здесь i – сумма поступательных, вращательных и колебательных степеней свободы $i = n_{пост} + n_{вращ} + n_{колеб}$. Из школьного курса известно, молекулы кислорода, азота состоят из двух атомов, соответственно, $i = 3 + 2 + 0$.

5.3. Барометрическая формула

До сих пор мы рассматривали идеальный газ в состоянии теплового равновесия как совокупность реальных частиц, испытывающих столкновения и подчиняющихся законам динамики системы частиц. Перейдём к учёту воздействий на идеальный газ внешних полей. Будем рассматривать их в одночастичном приближении. В этом приближении идеальный газ может быть представлен совокупностью свободных «квазичастиц» индивидуального типа, каждая из которых движется независимо с эффективной скоростью, вообще не участвуя в каких-либо столкновениях. При таком подходе включение внешнего поля сопровождается движением каждой из *квазича-*

стиц в этом поле. Задача состоит в том, чтобы выяснить, как воздействие внешних полей сказывается на характеристиках газа в целом.

Поскольку взаимодействие в газах не является сильным и можно воспользоваться одночастичным приближением, дополним его приближением «среднего поля». Согласно этому приближению взаимодействие частиц можно учесть, перейдя от совокупности взаимодействующих «квазичастиц» к совокупности независимых «квазичастиц», движущихся в некоем внешнем «среднем поле». Учёт такого взаимодействия также оказывает воздействие на свойства газа в целом.

Итак, мы помещаем газ в потенциальное внешнее поле. Для простоты пусть это будет поле тяготения вблизи поверхности Земли. Его можно считать однородным. Действительно, по закону тяготения Ньютона тела притягиваются к Земле с силой $F = G \cdot \dfrac{m \cdot M_З}{R^2}$. Здесь G – постоянная всемирного тяготения, равная $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ (Н·м^2)/кг^2; R и $M_З$ – соответственно, радиус и масса Земли; m – масса элемента газа. На высоте h от поверхности Земли выражение силы принимает вид: $F_h = G \cdot \dfrac{m \cdot M_З}{(R+h)^2}$.

Найдём разность силы тяжести на поверхности Земли и на высоте h от поверхности Земли, т.е. $\Delta F = F - F_h$. Набравшись терпения и проведя преобразования, читатель получит аналитическое выражение вида: $\Delta \mathrm{F} = F - F_h = \dfrac{G \cdot m \cdot M_З}{R^2} \cdot \dfrac{(R+h)^2 - R^2}{(R+h)^2}$. Возводя в квадрат в числителе второго множителя, и проведя ещё раз преобразования, получим выражение вида; $\Delta \mathrm{F} = \dfrac{G \cdot m \cdot M_З}{R^2} \cdot \left(\dfrac{2R \cdot h}{(R+h)^2} + \dfrac{h^2}{(R+h)^2} \right)$. Проанализируем выражение в скобках. Если учтём, что атмосферный слой простирается до 25÷30 км, а радиус Земли R порядка 6400 км, немедленно получаем – второе слагаемое в скобках ~ $2 \cdot 10^{-5}$. Читатель может самостоятельно убедиться в том, что первое слагаемое в скобках не превышает 10^{-2}. Таким образом, разность силы тяжести на высоте 30 км составляет порядка одной сотой от силы тяжести на поверхности Земли. Если высота h составляет десятки или сотни метров, то разность силы тяжести будет ещё меньше, что даёт основания считать поле тяготения вблизи поверхности Земли однородным. Однако теперь закон Паскаля о постоянстве давления для выделенного элементарного объёма газа ΔV, помещённого в потенциальное внешнее поле Земли, справедлив только в направлениях, где поле Земли отсутствует (рис. 5.2.).

Действительно, на каждую частицу выделенного объёма газа ΔV в направлении оси Z теперь действует сила тяготения $F_{\text{тяг.}} = -m_{\text{o}} g$, направленная в противоположную оси Z сторону (рис. 5.2); здесь m_{o} – масса частицы. Учитывая, что на элемент объёма газа ΔV действует сила $m \cdot g = -m_{\text{o}} \cdot n \cdot \Delta V \cdot g$, где m – масса объёма газа ΔV, выраженная через концентрацию частиц n и объём выделенного элемента газа $\Delta V = S \cdot \Delta z$, *условие равновесия сил*, действующих на элемент ΔV объёма газа в направлении оси Z, примет вид: $-m_{\text{o}} \cdot n \cdot \Delta V \cdot g$ = $(p_{(z+\Delta z)} - p_z) \cdot S$, здесь p_z – давление окружающего газа на нижний уровень S выделенного объёма газа ΔV (рис. 5.2.); $p_{(z+\Delta z)}$ – давление окружающего газа на верхний уровень выделенного объёма ΔV; S – площадь основания элемента ΔV объёма; знак «–» обусловлен тем, что направление силы тяготения $F_{\text{тяг.}}$ противоположно направлению оси Z (рис.5.2.), тогда как разность давлений окружающего газа на верхнюю и нижнюю грани объёма ΔV создаёт силу давления $F_{\text{давл.}}$, направленную в положительном направлении оси Z, т.е. вверх.

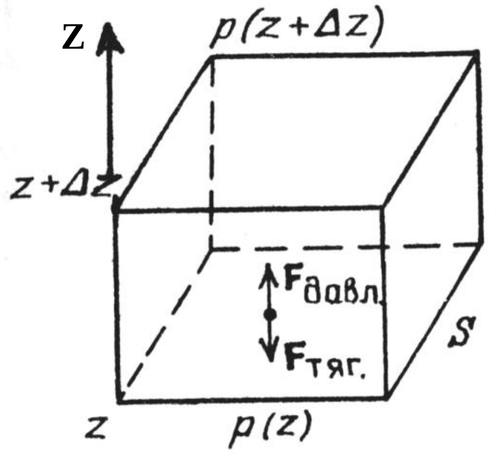

Рис. 5.2

Почему сила давления $F_{\text{давл.}}$ окружающего газа на выделенный элемент объёма ΔV направлена вверх? Выше показано, $p = n \cdot k \cdot T$; отсюда следует, только два параметра определяют давление газа – концентрация молекул газа n и его температура T. Ранее показано, температура T среды определяет энергию поступательного движения молекул газа. Наш жизненный опыт подтверждает, численное значение температуры вблизи поверхности Земли в данном месте относительно постоянно по высоте. Естественно предположить, что величина давления p «чувствительна» к концентрации молекул газа n в единице объёма. Если учесть рассуждения данного абзаца, *условие равновесия сил* на элемент объёма газа ΔV принимает вид: $-m_{\text{o}} \cdot n \cdot \Delta V \cdot g = (n_{(z+\Delta z)} - n_z) \cdot S \cdot k \cdot T = (n_2 - n_1) \cdot S \cdot k \cdot T$. Так как Δz мало, следует ожидать, разность концентраций частиц по высоте (рис. 5.2) с координатами z и z+Δz может быть записана $n_2 - n_1 = \Delta n$. Аналитическая запись *условия равновесия сил* принимает конечный вид: $-m_{\text{o}} \cdot n \cdot \Delta V \cdot g = \Delta n \cdot k \cdot T \cdot S$. Читатель, рассуждая, должен пояснить себе, при каком соотношении числовых значений n_1 и n_2 сила давления окружающего газа на выделенный элемент объёма ΔV совпадает с направлением оси Z (подсказку можно усмотреть на рис.5.2).

Проанализируем *условие равновесия сил* на выделенный элемент объёма газа ΔV: $-m_o \cdot n \cdot \Delta V \cdot g = \Delta n \cdot k \cdot T \cdot S$; здесь m_o – масса квазичастицы газа; k – постоянная Больцмана, численное значение которой приведено на с. 54; S – площадь выделенного элемента объёма газа ΔV, находящегося во внешнем силовом поле; T и g, соответственно, характеристики температурного поля среды и внешнего силового поля. Если учесть, что $\Delta V = S \cdot \Delta z$, то после несложных преобразований *уравнения равновесия* читатель самостоятельно может получить формулу вида: $\frac{\Delta n}{\Delta z} = -\frac{m_o g}{kT} n$. Из неё следует, скорость изменения концентрации газа с высотой определяется концентрацией частиц в единице объёма n и отношением между силовым и потенциальным полем. Переходя к бесконечно малым величинам $\Delta z \cong dz$, формула принимает вид: $\frac{dn}{dz} = -\frac{m_o g}{kT} n$; получили уравнение в дифференциальной форме. Данное уравнение позволяет найти зависимость концентрации частиц в атмосфере у поверхности Земли в условиях *теплового равновесия*. Действительно, разделяя переменные $\frac{dn}{n} = -\frac{m_o g}{kT} dz$ и проводя интегрирование $\int_{n_o}^{n} \frac{dn}{n} = -\int_{0}^{h} \frac{m_o g}{kT} \cdot dz$, получаем уравнение вида: $\ell n\,(n)_{n_o}^{n} = -\frac{m_o g}{kT} \cdot z_0^h$; здесь n и z переменные, символы у интегралов сверху и снизу показывают, соответственно, максимальное и минимальное значение, принимаемое переменными. Подставляя эти значения в уравнение, получаем аналитическое выражение вида: $\ell n\, n - \ell n\, n_o = -\frac{m_o g}{kT} \cdot h - (-0)$; если учесть, что разность логарифмов равна логарифму частного, выражение запишется: $\ell n \frac{n}{n_o} = -\frac{m_o g}{kT} \cdot h$. Наконец, проведя последнюю математическую операцию – потенцирование, получаем формулу, характеризующую зависимость *концентрации частиц* в атмосфере у поверхности Земли в условиях *теплового* равновесия: $n(h) = n_o \cdot e^{-\frac{m_o g}{kT} \cdot h}$. Из неё следует – «*борьба*» между *внешним потенциальным* полем и *тепловым* определяет распределение частиц в атмосфере; чем меньше потенциальная энергия молекул, тем больше их плотность.

Учитывая, что закон Клапейрона-Менделеева справедлив для любой точки, формула распределения *концентрации частиц* может быть переписана для давления газа в атмосфере у поверхности Земли. Действительно,

$p(h) = n(h)kT = n_{\text{o}} kT \cdot \mathrm{e}^{-\frac{m_{\text{o}} g}{kT} \cdot h} = p_{\text{o}} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{m_{\text{o}} g}{kT} \cdot h}$. Полученная формула называется *барометрической*.

Повторяя те же рассуждения, формула распределения концентрации частиц во внешнем поле может быть *обобщена на произвольное потенциальное поле*; в дальнейшем нам с этим придётся встретиться. Формулу для концентрации частиц во внешнем поле в условиях теплового равновесия принято называть *формулой Больцмана*: $n = n_{\text{o}} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{E}{kT}}$.

Завершая экскурс в раздел «Тепловые явления. Термодинамический и статистический методы исследования», перечислим его ключевые понятия: **термодинамическая система, макро- и микропараметры системы, состояние системы, «квазичастица» индивидуального типа, идеальный газ, основное уравнение кинетической теории газов; тепловое равновесие, понятие температуры (эмпирической), степень свободы молекулы, равнораспределение энергии по степеням свободы; идеальный газ во внешнем поле, барометрическая формула, распределение Больцмана.**

6. Термодинамика. Первое начало термодинамики

6.1. Некоторые общие понятия термодинамики

В то время как молекулярно-кинетическая теория истолковывает свойства тел, которые наблюдаются на опыте, как суммарный результат действия молекул (квазичастиц), термодинамика изучает свойства и изменения состояния вещества, не интересуясь микроскопической картиной. В основе термодинамики лежит несколько фундаментальных законов, установленных на основе обобщения большой совокупности опытных фактов; это требует введения соответствующих понятий. Рассмотрим их.

Термодинамической системой или просто *системой* будем называть любую физическую систему, состоящую из большого ансамбля частиц – атомов и молекул, которые совершают бесконечное тепловое движение и, взаимодействуя между собой, обмениваются энергиями. Такими системами, и притом простейшими, являются газы, молекулы которых совершают беспорядочное поступательное и вращательное движения и при столкновениях обмениваются кинетическими энергиями; не являются исключением твёрдые тела и жидкости.

Любая система может находиться в различных состояниях, отличающихся *термодинамическими параметрами*. Для системы «идеальный газ» такими являются T, V, P, в том числе сортность (μ, M) и масса (m) газа. При неизменных внешних условиях *равновесное* состояние остаётся постоянным сколь угодно долго и может быть нарушено лишь воздействием извне. Любое равновесное состояние системы может быть изображено точкой на графике, если по координатным осям x, y откладывать значения каких-либо параметров. Для идеального газа в осях V, P равновесные состояния 1 и 2 представлены на рис. 6.1.. Каждому состоянию соответствуют свои параметры давления P и объёма V; сортность и масса газа неизменны.

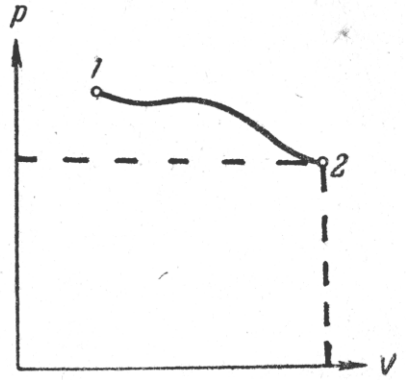

Рис. 6.1

Если какой-либо параметр системы, несмотря на отсутствие внешних воздействий, в разных точках её неодинаков, состояние системы называют *неравновесным*. Если система изолирована от других тел и представлена самой себе, параметр системы выравнивается и примет одинаковое для всех точек значение – система перейдёт в *равновесное* состояние. Время перехода системы из неравновесного состояния в равновесное называется *временем релаксации*. Обратный переход из равновесного состояния в неравновесное может быть осуществлён при помощи внешних воздействий на систему. Неравновесным является, в частности, состояние системы с различными температурами в различных местах; например, выравнивание температуры в газах, твёрдых и жидких телах есть переход этих тел в равновесное состояние с одинаковой температурой в пределах всего объёма тела. В неравновесном состоянии может находиться и двухфазная система, состоящая из жидкости и её пара. Если над поверхностью жидкости, находящейся в закрытом сосуде, имеется ненасыщенный пар, то состояние системы неравновесное: число молекул N_1, покидающих жидкость в единицу времени, больше, чем число молекул N_2, возвращающихся за это же время из пара в жидкость. Вследствие этого с течением времени число молекул в парообразном состоянии увеличивается до тех пор, пока не установится равновесное состояние с $N_1 = N_2$. Неравновесное состояние не может быть отображено на графике, потому что хотя бы один из параметров не будет иметь в неравновесном состоянии определённого значения.

Переход физической системы из одного состояния в другое через какую-то последовательность промежуточных состояний называется процессом. Процесс называется *обратимым*, если изменения в системе можно провести в обратном направлении через те же промежуточные состояния, через которые проходила система в прямом направлении. При обратном переходе не только сама система, но и связанные с нею окружающие тела в точности возвращаются в первоначальное состояние.

Переход системы из одного состояния в другое связан с нарушением равновесия системы. Следовательно, при протекании в системе какого-либо процесса она проходит через последовательность неравновесных состояний. Процесс называется *равновесным,* если начальное, конечное и все промежуточные состояния системы являются равновесными. Отсюда следует, для равновесности процесса, происходящего внутри термодинамической системы, существование или отсутствие «остаточных изменений» в окружающих телах не имеет значения; важно только, чтобы каждое из промежуточных состояний системы было равновесным. Промежуточные состояния могут быть равновесными только в двух предельных случаях: скорость внешнего воздействия бесконечно мала; скорость процессов релаксации (переход системы из неравновесного состояния в равновесное) бесконечно велика. Равновесный процесс может быть изображён на графике соответствующей кривой (рис.6.1.). Неравновесные процессы, как правило, условно изображаются пунктирными кривыми.

Понятия равновесного состояния и равновесного процесса играют большую роль в теоретической термодинамике. Все количественные выводы термодинамики строго применимы только к равновесным процессам.

6.2. Внутренняя энергия термодинамической системы. Первое начало термодинамики

Термодинамическая система, как и любая другая физическая система, состоит из большого ансамбля обособленных частиц. Эти частицы совершают бесконечное тепловое движение и взаимодействуют между собой. Следовательно, *внутренняя энергия системы* есть сумма всех видов кинетической и потенциальной энергии всех составных частей системы: тел, их молекул, атомов, электронов. Таким образом, в состав внутренней энергии входит кинетическая энергия поступательного и вращательного движений атомов и молекул, энергия их колебательного движения, потенциальная энергия взаимодействия атомов и молекул, кинетическая и потенциальная энергия электронов в атомах, внутриядерная энергия. Однако в большинстве физических явлений, в которых участвуют термодинамические системы, не все перечисленные виды энергии испытывают изменения. В частности, внутриатомная энергия в таких процессах не участвует. Поэтому, употребляя понятие внутренней энергии, имеют в виду не полную энергию данной системы, а только ту её часть, которая изменяется в рассматриваемых явлениях.

Внутренняя энергия системы является *однозначной функцией* её *состояния*. Это означает, в каждом определённом состоянии система обладает вполне определённым значением внутренней энергии; всякий раз, когда система оказывается в данном состоянии, её внутренняя энергия принимает присущее этому состоянию значение, независимо от процесса, приведшего систему из одного состояния в другое. Следовательно, при переходе системы из одного состояния в другое изменение её внутренней энергии ΔU будет всегда равно разности значений внутренней энергии U_1 и U_2 в этих состояниях $\Delta U = U_2 - U_1$. Однако следует заметить, при данной внутренней энергии система может находиться в различных состояниях.

Внутренняя энергия термодинамической системы может быть рассчитана в зависимости от значений всех физических величин, определяющих это состояние: V, P, T и т. д. Для тел, находящихся в твёрдом или жидком состоянии расчёт внутренней энергии затруднён и требует использования упрощающих предположений. Однако имеется довольно простой путь расчёта внутренней энергии для разряжённого газа в зависимости от его температуры. В параграфе 5.1 рассмотрена модель идеального газа; его частицы в среднем находятся далеко друг от друга и слабо взаимодействуют между собой. При этих условиях потенциальной энергией взаимодействия частиц можно пренебречь, и тогда внутренняя энергия идеального газа определяется только кинетической энергией теплового движения его частиц. В последнем абзаце параграфа 5.2 показано, что кинетическая энергия теплового движения частицы $\bar{\varepsilon}_к = \frac{i}{2} \cdot kT$, и аналитическая запись внутренней энергия идеального газа принимает вид: $U = \bar{\varepsilon}_к \cdot N = N \cdot \frac{i}{2} kT$.

В самом общем случае рассматриваемая термодинамическая система, обмениваясь энергией со средой или окружающими телами, может получать или отдавать количество теплоты Q, может производить работу или над ней может быть произведена работа A. Следовательно, тепло и работа – две формы, в которых энергия системы может передаваться среде или, наоборот, энергия среды может передаваться термодинамической системе. По закону сохранения энергии исключается возможность каких-либо потерь при энергетическом обмене. Естественно, разность энергий термодинамической системы в двух состояниях должна равняться сумме теплоты и работы, полученных системой из окружающей среды: $U_2 - U_1 = Q + A'$; здесь A' – *работа*, совершаемая внешними телами *над системой*; Q – количество сообщённого системе тепла; U_1 и U_2 – начальное и конечное значения внутренней энергии термодинамической системы. Поскольку внутренняя энергия системы является функцией состояния, прирост энергии при переходе термодинамической системы из одного состояния в другое всегда один и тот же и не зависит от характера или способа перехода от начального состояния к конечному. Если измерять сообщённые системе теплоту и работу в различных переходах от одного и того же начального к одному и тому же конечному состоянию, прирост энергии во всех случаях должен быть одним и тем же. Выраженный в приведённой форме закон сохранения энергии носит название *первого начала термодинамики*. Аналитическая запись первого начала термодинамики для элементарного процесса имеет вид:

$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}U + \mathrm{d}A, \tag{1}$$

здесь $\mathrm{d}A$ – *работа*, совершаемая системой *над внешними телами*, при этом $\mathrm{d}A = -\mathrm{d}A'$. Из аналитической записи первого начала термодинамики следует, количество тепла Q можно измерять в тех же величинах, что и работу или энергию. Единицей количества теплоты в СИ служит джоуль (Дж).

6.3. Работа в термодинамике

Ранее, в параграфе 6.1 мы говорили о равновесных состояниях термодинамической системы; в этих состояниях параметры системы одинаковы во всём её объёме. Приступая к рассмотрению работы в термодинамических системах, следует ожидать, что её совершение связано с изменением объёма системы. И тогда возникает вопрос, о каких же процессах идёт речь, если рассмотрению подлежат равновесные состояния? Ответ состоит в следующем: если процесс идёт медленно, то значения параметров состояния во всём объёме можно считать одинаковыми. Понятие «медленно» здесь следует уточнить. Прежде всего, оно связано с понятием «время релаксации» – временем, в течение которого устанавливается равновесие в системе. Нас сейчас интересует время выравнивания давления в системе (время релаксации), когда термодинамической системой совершается работа, связанная с изменением объёма; для однородного газа это время составляет ~ 10^{-16} с. Очевидно, время релаксации достаточно незначительно по сравнению со временем протекания процессов в реальных термодинамических системах (или по сравнению со временем измерения). Естественно, мы вправе считать, что реальный процесс есть последовательность равновесных состояний и поэтому имеем право изобразить его линией на графике *V*, *P* (рис. 6.1.). Разумеется, по осям координатной системы могут откладываться объём и температура или давление и температура. Поскольку в алгебре, и не только, при построении графиков первой координатной осью читается и записывается *x*, а затем – *y*, т. е. «*x*, *y*», есть надежда, что читатель, прочитывая «оси координатной системы *V*, *P*», предполагает – по оси *x* откладывается объём *V*, а по оси *y* – давление газа *P*.

Ознакомимся с видом линий, отображающих графически простейшие процессы в системе координат, по осям которой отложены параметры состояния *V*, *P* (возможны иные координатные оси). Выбор координатной системы обусловлен тем, что площадь, ограниченная кривой процесса и двумя крайними координатами для начального и конечного значений объёма, равна работе сжатия или расширения. На рис. 6.2 приведены графики изопроцессов, проведённые из одного и того же начального состояния. Кривая адиабатического процесса (адиабата) идёт круче, чем для изотермического процесса (изотерма). Это обстоятельство можно объяснить на основании уравнения Клапейрона для состояния газов:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} = \text{const} \qquad (2)$$

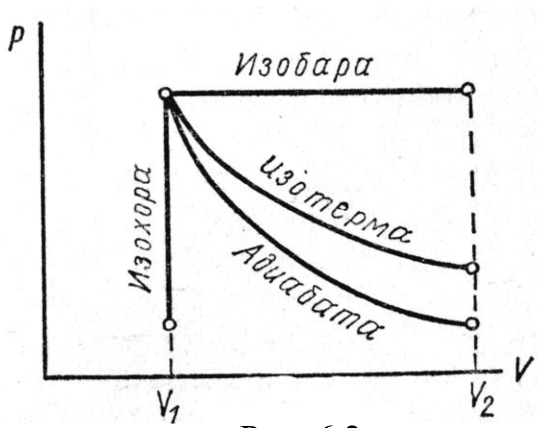

Рис. 6.2.

Выражая из уравнения состояния P_1 и P_2, разность давлений при расширении газа от объёма V_1 до объёма V_2 запишется:

$$P_1 - P_2 = \mathrm{const}\cdot\left(\frac{T_1}{V_1} - \frac{T_2}{V_2}\right). \qquad (3)$$

Здесь, как и в уравнении (2), $\mathrm{const} = \frac{m}{\mu}R$.

При адиабатическом расширении работа над внешними телами совершается только за счёт внутренней энергии газа, вследствие чего внутренняя энергия, а вместе с ней и температура газа уменьшаются; т. е. в конце адиабатического процесса расширения (рис. 6.2) $T_2 < T_1$ (найдите обоснование); при изотермическом же процессе $T_2 = T_1$. Поэтому в формуле (3) разность давлений $P_1 - P_2$ при адиабатическом расширении будет больше, чем при изотермическом (проверьте, проведя преобразования).

Осознав, что мы имеем дело с равновесными процессами и ознакомившись с их графическим отображением в системе координат (V, P), перейдём к поиску аналитического выражения внешней работы, совершаемой термодинамической системой.

Работа, совершаемая системой, может быть вычислена в зависимости от значения внешних сил, действующих на систему, и от величины деформации системы – изменения её формы и размеров. Если внешние силы приложены по поверхности в виде, например, внешнего давления, сжимающего систему, то расчёт внешней работы может быть произведён в зависимости от изменения объёма системы. Для иллюстрации рассмотрим процесс расширения газа, заключённого в цилиндре с поршнем (рис. 6.3). Допустим, что внешнее давление на всех участках по поверхности цилиндра одно и то же. Если при расширении системы поршень сместился на расстояние dl, то элементарная работа, совершённая системой, запишется: $dA = F\cdot ds = p\cdot S\cdot dl = p\cdot dV$; здесь S – площадь поршня, а $S\cdot dl = dV$ – изменение объёма системы (рис. 6.3). При расширении системы внешнее давление не всегда остаётся постоянным, поэтому работа, совершаемая системой при изменении её объёма от V_1 до V_2, должна рассчитываться как сумма элементарных работ, т. е. путём интегрирования: $A = \int_{V_1}^{V_2} p(V)\cdot dV$. Из уравнения работы следует, параметры начального (p_1,V_1) и конечного (p_2, V_2) состояний системы не определяют величину совершаемой внешней работы; необходимо знать ещё и функцию $p(V)$, раскрывающую изменение давления в процессе перехода системы из одного состояния в другое.

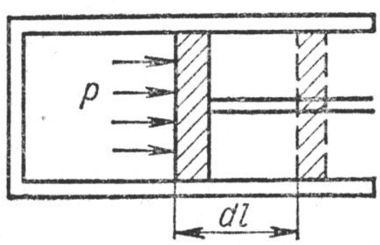

Рис. 6.3.

В заключение следует заметить, *теплообмен* между системой и окружающей средой зависит не только от параметров начального и конечного состояний системы, но и от той последовательности промежуточных состояний, через которые проходит система. Это следует из первого закона термодинамики: $Q = U_2 - U_1 + A$, где U_1 и U_2 определяются только заданием параметров начального и конечного состояний, а внешняя работа A зависит, кроме того, ещё и от самого процесса перехода. Вследствие этого теплота Q, полученная или отданная системой при переходе из одного состояния в другое, не может быть выражена в зависимости только от температуры её начального и конечного состояний.

Завершая экскурс в раздел «Термодинамика. Первое начало термодинамики», перечислим его ключевые понятия: **термодинамическая система, термодинамические параметры, равновесное состояние, равновесный процесс, обратимый процесс, внутренняя энергия системы, первое начало термодинамики, работа термодинамической системы, адиабатический процесс.**

7. Изопроцессы и первое начало термодинамики

7.1. Внутренняя энергия и теплоёмкость идеального газа

Основной предпосылкой молекулярно-кинетической теории для идеальных газов является предположение о полной беспорядочности движения молекул (квазичастиц); эта беспорядочность относится не только к поступательному движению, но и ко всем остальным видам движения частиц – вращательному и колебательному. Ни один из типов движения не имеет преимущества перед другими. Именно это и позволило нам ранее предположить, что на одну степень свободы частицы в среднем приходится одно и то же количество энергии $\frac{1}{2}\cdot kT$. Если газ состоит из одинаковых частиц, каждая из которых обладает $i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вращ}} + n_{\text{колеб}}$ степенями свободы, то каждая квазичастица обладает в среднем энергией $\bar{\varepsilon}_{\text{к}} = \frac{i}{2}\cdot kT$. Естественно, полный запас внутренней энергии одного моля $\nu = \frac{m}{\mu}$ такого газа будет равен $U_{\text{М}} = \frac{i}{2}\cdot N_{\text{А}}\cdot kT = \frac{i}{2}\cdot R\cdot T$; для любой массы газа $U = \frac{i}{2}\cdot N\cdot kT = \frac{i}{2}\cdot\frac{m}{\mu}\cdot R\cdot T$.

Изменение внутренней энергии системы может произойти, если она отдаёт или получает какое-то количество тепла Q, или совершает работу. Пользуясь представлением о внутренней энергии, мы можем найти выражение для теплоёмкости идеального газа. Под теплоёмкостью какого-либо тела подразумевают физическую величину, численно равную количеству тепла, которое надо сообщить телу, чтобы изменить его температуру на 1°; в символической записи $C = \dfrac{dQ}{dT}$, её размерность Дж/К.

Наряду с теплоёмкостью тела применяется понятие удельной теплоёмкости; удельная теплоёмкость численно равна количеству тепла, необходимому для нагревания единицы массы вещества на один градус, символическая запись: $c = \dfrac{C}{m} = \dfrac{1}{m} \cdot \dfrac{dQ}{dT}$, размерность – Дж/(кг·К).

Наряду с удельной теплоёмкостью тела *c* вводят понятие молярной теплоёмкости $C^{\text{М}}$, её размерность Дж/(К·моль). Между молярной теплоёмкостью вещества $C^{\text{М}}$ и удельной теплоёмкостью *c* существует очевидное соотношение $C^{\text{М}} = c \cdot \mu = c \cdot M$.

Однако следует учитывать, что теплообмен между термодинамической системой и окружающей средой зависит не только от параметров начального и конечного состояний системы, но и от той последовательности промежуточных состояний, через которые проходит система. Это следует из первого начала термодинамики: $dQ = dU + dA$; здесь dU определяется только заданием параметров начального и конечного состояний, тогда как внешняя работа dA зависит, кроме того, ещё и от процесса перехода системы из одного состояния в другое. Естественно ожидать, теплота dQ не может быть выражена только в зависимости от температуры начального и конечного состояний системы.

Таким образом, теплоёмкость идеального газа «чувствительна» к условиям, при которых газ нагревается.

7.2. Изопроцессы в идеальном газе; теплоёмкость газов

Переходя к рассмотрению простейших газовых процессов, учтём, что реальный процесс есть последовательность *равновесных* состояний, что позволяет отобразить его соответствующей линией в системе координат, по осям которой отложены параметры состояния системы *V, P*. Выбор системы координат обусловлен тем, что площадь, ограниченная линией процесса и двумя крайними координатами начального и конечного значений объёма, равна работе сжатия или расширения газа. При рассмотрении закономерностей ограничимся газами, удовлетворяющими уравнению газового состояния, уравнению Менделеева-Клапейрона. Зная уравнение состояния вещества, с помощью первого начала термодинамики можно получить ряд полезных следствий о поведении системы в различных условиях.

Изохорический процесс, объём газа в течение всего процесса сохраняется постоянным:

а) *уравнение процесса* $V = \text{const}$ можно получить, используя уравнение состояния идеального газа. Для начального состояния $p_1 \cdot V = \dfrac{m}{\mu} \cdot \mathrm{R} \cdot \mathrm{T}_1$;

для конечного состояния $p_2 \cdot V = \dfrac{m}{\mu} \cdot \mathrm{R} \cdot \mathrm{T}_2$. Разделив их почленно, получим:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \text{или} \quad \frac{P}{T} = \text{const} = \frac{m \cdot R}{\mu \cdot V};$$

$$P = \text{const} \cdot T, \tag{4}$$

т.е. из (4) следует, при изохорическом процессе давление газа прямо пропорционально абсолютной температуре. На графике в системе координат *V*, *P* это отобразится так, как представлено на рис. 7.1;

б) *изменение внутренней энергии* газа можно рассчитать по формуле, установленной в параграфе 7.1:

$$U_2 - U_1 = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot (T_2 - T_1) \tag{5}$$

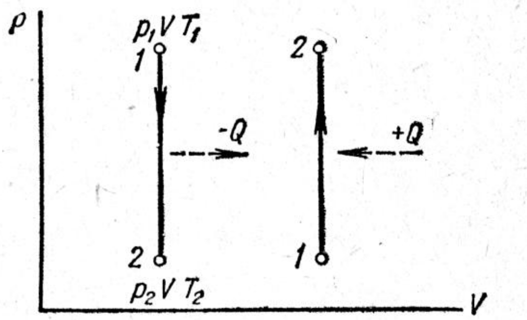

Рис. 7.1

Если система получает тепло, это соответствует графику 1-2 на рис. 7.1.; получение теплоты отображено на графике стрелкой, а теплота отображена со знаком +Q. Если система отдаёт теплоту среде, это соответствует графику 2-1; внутренняя энергия системы уменьшается прямо пропорционально температуре.

в) *внешняя работа* системы равна нулю; действительно, поскольку $V = \text{const}$, то $dA = p(V) \cdot dV = 0$;

г) *теплообмен* системы с окружающей средой, согласно первому началу термодинамики, запишется $Q = U_2 - U_1 + A$. Поскольку $A = 0$, то количество тепла Q, полученное или отданное системой, запишется

$$Q = m \cdot c_{\mathrm{v}} \cdot (T_2 - T_1) = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot (T_2 - T_1), \tag{6}$$

здесь c_{v} – удельная теплоёмкость газа в данном процессе, которая, как показано в параграфе 7.1, связана с молярной теплоёмкостью соотношением $c_{\mathrm{v}} = \dfrac{C^{\mathrm{M}}}{\mu}$. Из уравнения (6) следует, если газ получает теплоту, то его температура, а по формуле (4) также и давление повышаются. На рис. 7.1 горизонтальными стрелками условно показан теплообмен и его знак.

Из уравнения (6) следует ещё одно важное следствие; если читатель проведёт преобразования, в частности, сократит разность температур ΔT и массу газа m в уравнении (6), то получит формулу молярной теплоёмкости идеального газа при постоянном объёме через число степеней свободы: $C_{\mathrm{V}}^{\mathrm{M}} = \dfrac{i}{2} \cdot R$. Данная теплоёмкость одинакова для газа любого сорта, если только молекулы этих газов имеют одинаковое число степеней свободы.

Преобразования самостоятельно провели?

Изобарический процесс, давление газа в течение всего процесса поддерживается постоянным (рис. 7.2):

а) *уравнение процесса* p = const получим, воспользовавшись уравнением Клапейрона-Менделеева для начального и конечного состояний. Разделив их почленно, получим:

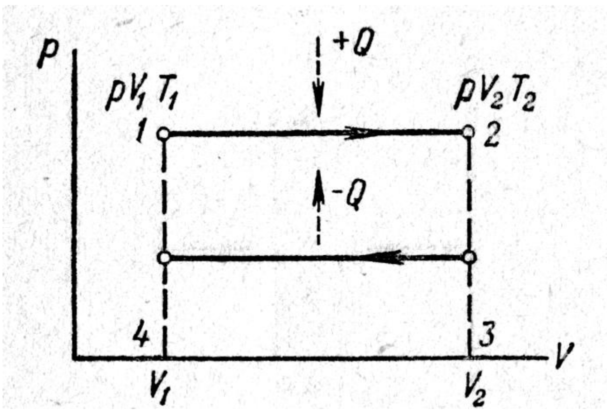

Рис. 7.2

$$\begin{cases} p\cdot V_1 = \dfrac{m}{\mu}\cdot R\cdot T_1; \\ p\cdot V_2 = \dfrac{m}{\mu}\cdot R\cdot T_2; \end{cases} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}. \qquad (7)$$

Отсюда следует, $\dfrac{V}{T} = \text{const} = \dfrac{m}{\mu}\cdot\dfrac{R}{p}$,

т.е. при изобарическом процессе p = const объём газа прямо пропорционален его абсолютной температуре $V = \text{const}\cdot T$, рис. 7.2., процесс 1-2; большим объёмам соответствуют высокие температуры;

б) *изменение внутренней энергии* газа рассчитывается по формуле, установленной в параграфе 7.1: $U_2 - U_1 = \dfrac{i}{2}\cdot\dfrac{m}{\mu}\cdot R\cdot(T_2 - T_1)$.

в) *внешняя работа,* как следует из графика, рис. 7.2, не равна нулю. Система обменивается со средой не только теплом, но и работой без изменения давления в системе. Наиболее распространённый вариант этого процесса состоит в том, что система получает из среды тепло, но не обращает его целиком на увеличение своей внутренней энергии, а частично возвращает в среду уже в виде механической работы. Поскольку для изобарического процесса p = const, внешняя работа, совершаемая газом, может быть рассчитана аналитически по формуле: $A = \int\limits_{V_1}^{V_2} p\cdot dV = p\cdot(V_2 - V_1)$;

графически (рис. 7.2) это соответствует площади фигуры 1-2-3-4-1. Воспользовавшись уравнением состояния, формула (7), произведение $p\cdot V$ можно заменить на $\dfrac{m}{\mu}\cdot \mathrm{R}\cdot\mathrm{T}$ и выразить внешнюю работу в зависимости от изменения температуры системы: $A = \dfrac{m}{\mu}\cdot R\cdot(T_2 - T_1)$;

г) *теплообмен* с окружающей средой. В изобарическом процессе подводимое к системе тепло расходуется как на её нагрев, так и на совершение работы системой над внешними телами. Применим первое начало термодинамики к изобарическому процессу: $Q = U_2 - U_1 + A$. Применительно к процессу p = const теплота Q, подводимая к системе, аналитически может быть представлена формулой: $Q=\frac{m}{\mu}\cdot C_{\text{р}}^{\text{М}}\cdot\left(T_2-T_1\right)$. Подставляя в первое начало аналитические выражения подводимой теплоты Q, изменение внутренней энергии U_2-U_1 и внешней работы A, получим уравнение вида:

$$\frac{m}{\mu}\cdot C_{\text{р}}^{\text{М}}\cdot\left(T_2-T_1\right)=\frac{i}{2}\cdot\frac{m}{\mu}\cdot R\cdot\left(T_2-T_1\right)+\frac{m}{\mu}\cdot R\cdot\left(T_2-T_1\right). \tag{8}$$

В уравнении (8) сокращаются однородные члены: разность температур $\left(T_2-T_1\right)$, число молей $\frac{m}{\mu}$; после преобразований читатель самостоятельно может получить выражение вида:

$$C_{\text{р}}^{\text{М}}=C_{\text{v}}^{\text{М}}+R\ . \tag{9}$$

Полученное соотношение между теплоёмкостями при постоянном давлении и постоянном объёме называется уравнением Майера. Соотношение Майера через число степеней свободы примет вид:

$$C_{\text{р}}^{\text{М}}=\frac{i+2}{2}\cdot R. \tag{10}$$

Изотермический процесс, температура термодинамической системы в течение всего процесса поддерживается постоянной:

а) *уравнение процесса* T = const может быть получено следующим образом. Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для начального и конечного состояний системы, например, 1 и 2; см. рис. 7.3:

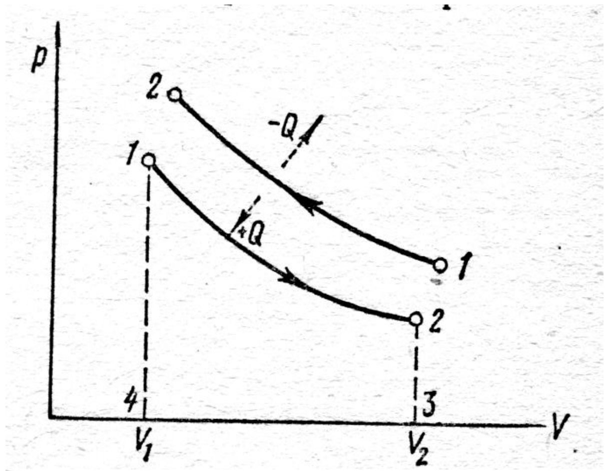

Рис. 7.3

$$\begin{cases} p_1\cdot V_1=\dfrac{m}{\mu}\cdot R\cdot T; \\ p_2\cdot V_2=\dfrac{m}{\mu}\cdot R\cdot T; \end{cases}. \tag{11}$$

Разделив первое уравнение на второе, получим – произведение давления на объём первого состояния равно произведению давления на объём конечного состояния: $p_1\cdot V_1=p_2\cdot V_2$. Отсюда следует $p\cdot V=\text{const}$; т. е. при изотермическом процессе давление газа изменяется обратно пропорционально его объёму. Графически такой процесс изображается гиперболой, что и представлено на рис. 7.3.

б) *изменение внутренней энергии* системы равно нулю; действительно, поскольку ΔU = $U_2-U_1=\frac{i}{2}\cdot\frac{m}{\mu}\cdot R\cdot\left(T_2-T_1\right)$ и определяется разностью температур ΔT, а процесс идёт при T = const, естественно, $\Delta T = 0$ и ΔU также должно быть равно нулю. Необходимо, однако, подчеркнуть, неизменность температуры вовсе не означает отсутствие теплообмена между системой и средой. Система действительно может получать тепло от среды, но обращать его не на повышение температуры. Хорошим примером является возрастание внутренней энергии тела при неизменной температуре при плавлении льда. Газовая же система, получая тепло от внешней среды, может отдавать его во внешнюю среду обратно в виде механической работы.

в) *внешняя работа*, равная площади фигуры 1-2-3-4-1, рис. 7.3, может быть рассчитана по формуле $A = \int\limits_{V_1}^{V_2} p(V) \cdot dV$, что обусловлено обратно пропорциональной зависимостью давления от объёма. Действительно, из уравнения состояния произведение $p \cdot V = \frac{m}{\mu} \cdot \mathrm{R} \cdot \mathrm{T}$, отсюда $p = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{RT}{V}$. Подставляя эту формулу в выражение работы, получим:

$$A = \int\limits_{V_1}^{V_2} p(V) \cdot dV = \int\limits_{V_1}^{V_2} \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (12)$$

На графике (рис. 7.3), это соответствует площади фигуры 1-2-3-4-1. Здесь уместно высказать пожелание. При необходимости в уравнении (12) выражение $\frac{m}{\mu} \cdot \mathrm{R} \cdot \mathrm{T}$ может быть заменено из уравнения Менделеева-Клапейрона на $p_1 V_1$ или $p_2 V_2$, а отношение V_2/V_1 – на p_1/p_2; пытливый читатель самостоятельно может получить ещё одно выражение для внешней работы при изотермическом расширении термодинамической системы.

г) *теплообмен* между газом и внешней средой при изотермическом процессе не может быть найден по формулам, аналогичным (6) или (8), так как T = const. Поскольку $\Delta T = 0$, то ΔU также равно нулю, и первое начало термодинамики приобретает особенно простой вид: $\Delta Q = \Delta A$. Из этой записи следует: либо система, получая тепло от внешней среды, расширяется и отдаёт среде работу, либо, наоборот, система сжимается, отдавая внешней среде тепло, а получая от внешних тел энергию в виде механической работы (рис. 7.3). Запишем теплообмен системы аналитически:

$$Q = U_2 - U_1 + A; \;\; U_2 = U_1; \;\; Q = A = \int\limits_{V_1}^{V_2} p(V) \cdot dV. \quad (13)$$

Если из уравнения состояния выразить давление $p(V)$, уравнение (13) примет вид: $Q=\int\limits_{V_1}^{V_2}\frac{m}{\mu}\cdot R\cdot T\cdot\frac{dV}{V}$; заменяя здесь $\frac{m}{\mu}\cdot \mathrm{R}\cdot \mathrm{T}$ на произведение давления на объём для первого состояния $p_1\cdot V_1$, уравнение теплообмена (13) принимает вид: $Q=\int\limits_{V_1}^{V_2}p_1V_1\cdot\frac{dV}{V}=p_1\cdot V_1\cdot\ln\frac{V_2}{V_1}$. Наконец, проведя последнюю операцию преобразования, в частности, приняв во внимание, что при изотермическом процессе выполняется равенство: $\frac{p_2}{p_1}=\frac{V_1}{V_2}$, уравнение (13) принимает вид: $Q=p_1\cdot V_1\cdot\ln\frac{p_1}{p_2}$. Кстати, этими действиями выполнено пожелание к читателю, высказанное после формулы (12). Проверьте себя.

Итак, из уравнения теплообмена (13) следует, при изотермическом процессе, совершаемом идеальным газом, теплообмен между термодинамической системой и окружающей средой по величине и знаку равен внешней работе. При расширении, нижняя кривая рис. 7.3, логарифм отношения $\frac{V_2}{V_1}$ есть величина положительная, следовательно, газ совершает положительную работу и при этом получает извне эквивалентное количество теплоты. При сжатии всё наоборот, верхняя кривая рис. 7.3., система совершает отрицательную работу. Чтобы газ, сжимаемый внешними силами, не нагревался, от системы отводится теплота, эквивалентная совершённой над системой работе.

Практическое осуществление изотермического процесса затруднительно. Для того чтобы процесс был хотя бы приближённо изотермическим, необходимо стенки сосуда, через которые термодинамическая система общается со средой, сделать идеально теплопроводящими и вести процесс медленно, чтобы тепло (или работа) успевало возвращаться среде в виде работы (или тепла), не задерживаясь в системе.

7.3. Адиабатический процесс

Уравнения изопроцессов, при которых один из основных параметров состояния системы не изменяется, читателю знакомы из школьного курса физики: *изохорический* (V); *изобарический* (P); *изотермический* (T). Эти уравнения добыты человечеством путём экспериментальных исследований. Вместе с тем уравнение адиабаты, связывающее параметры идеального газа при адиабатическом процессе, получить таким путём исследований не представляется возможным, если не принимать во внимание – процесс идёт без теплообмена с окружающей средой. Это возможно, если обеспечена идеальная теплоизоляция и быстрое проведение процесса, чтобы тепло не успело перейти из системы в среду или обратно. Предпримем усилия для строгого обоснования уравнения адиабаты.

Адиабатическим называют процесс, при котором теплообмен термодинамической системы с окружающей средой отсутствует на протяжении всего процесса $\mathrm{d}Q = 0$. Для получения уравнения адиабаты воспользуемся первым началом термодинамики в дифференциальной форме: $\mathrm{d}Q = \mathrm{d}U + \mathrm{d}A$. Из первого начала следует, при адиабатических процессах внешняя работа совершается за счёт внутренней энергии системы. Действительно, $dQ = dU + dA = 0$, отсюда $dA = -\,dU$. На знаковом (словесном) языке аналитическая запись *первого начала* термодинамики применительно к адиабатическому процессу читается следующим образом: «Если термодинамическая система совершает работу над внешними телами, то её внутренняя энергия уменьшается на эквивалентную работе величину, и наоборот, если внешние тела совершают работу над системой, то её внутренняя энергия увеличивается на величину работы внешних сил».

Переходя к нахождению уравнения, связывающего параметры идеального газа при адиабатическом процессе, учтём, что элементарная работа $dA = p(V)\cdot dV$. Поскольку в адиабатическом процессе все три параметра состояния изменяются, (рис. 7.4., нижняя кривая), функциональную зависимость $p(V)$ выразим из уравнения состояния для идеального газа: $p = \dfrac{m}{\mu}\cdot\dfrac{RT}{V}$. Элементарная работа при адиабатическом расширении примет вид: $dA = \dfrac{m}{\mu}\cdot RT\cdot\dfrac{dV}{V}$.

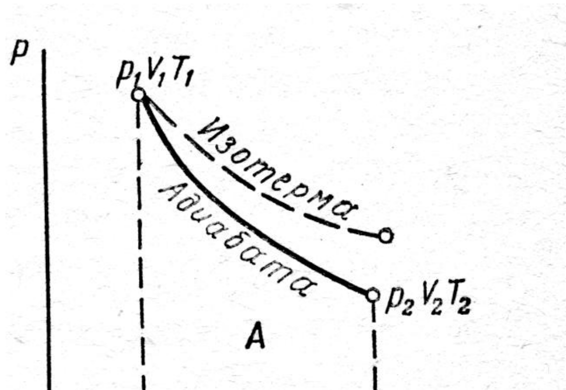

Рис. 7.4.

Уменьшение внутренней энергии термодинамической системы при адиабатическом расширении представим через количество и сортность квазичастиц, их возможное число степеней свободы и через изменение температуры dT. Таким образом, $dU = \dfrac{i}{2}\cdot N\cdot k\cdot dT = \dfrac{i}{2}\cdot\dfrac{m}{\mu}\cdot R\cdot dT$;

здесь k – постоянная Больцмана, равная R/N_A, $N = \dfrac{m}{\mu}\cdot N_A$.

Полученные выражения для элементарной работы dA и энергии dU подставим в первое начало термодинамики, преобразованное применительно к адиабатическому процессу. Результатом является уравнение вида:

$$\frac{m}{\mu}\cdot R\cdot T\cdot\frac{dV}{V} = -\frac{i}{2}\cdot\frac{m}{\mu}\cdot R\cdot dT\,.$$

Преобразуем его следующим образом: сократим на постоянный множитель $\frac{m}{\mu}$, учтём, что $C_\text{V} = \frac{i}{2}R$ – теплоёмкость одного моля газа при постоянном объёме, и разделим правую и левую части на C_V; в результате уравнение принимает вид:

$$\frac{R}{C_V}\cdot T\cdot\frac{dV}{V} = -dT$$

Наконец, разделив переменные и приняв во внимание выражение (9), откуда следует $R = C_p - C_V$, уравнение запишется:

$$(\gamma-1)\cdot\frac{dV}{V} = -\frac{dT}{T} \tag{14}$$

Внимательный читатель, приняв во внимание формулу (9) и проведя преобразования, убедился, что постоянная $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$. Действительно,

$$\frac{R}{C_V} = \frac{C_p - C_V}{C_V} = \frac{C_p}{C_V} - \frac{C_V}{C_V} = \gamma - 1.$$

Интегрируя уравнение (14) в пределах от V_1 до V_2 и, соответственно, от T_1 до T_2,

$$(\gamma-1)\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} = -\int_{T_1}^{T_2}\frac{dT}{T},$$

приходим к уравнению,

$$(\gamma-1)\cdot(\ln V_2 - \ln V_1) = \ln T_1 - \ln T_2\,.$$

Учтём, что разность логарифмов равна логарифму частного, в результате получаем уравнение вида:

$$(\gamma-1)\cdot\ln\frac{V_2}{V_1} = \ln\frac{T_1}{T_2}\,.$$

Если учесть свойства логарифмов, в частности, множитель перед логарифмом является показателем степени для выражения под логарифмом, уравнение запишется:

$$\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{(\gamma-1)} = \ln\frac{T_1}{T_2}. \tag{15}$$

Логарифмы в уравнении (15) равны, если равны выражения под логарифмами, отсюда немедленно следует:

$$T_1 \cdot V_1^{(\gamma-1)} = T_2 \cdot V_2^{(\gamma-1)}, \tag{16}$$

окончательно уравнение адиабатического процесса принимает вид:

$$T \cdot V^{(\gamma-1)} = \text{const.} \tag{17}$$

Пытливый читатель, воспользовавшись уравнением состояния, может выразить из него температуру и, подставив в уравнение (17), получить уравнение адиабатического процесса, связывающего давление и объём:

$$P \cdot V^{\gamma} = \text{const} \tag{18}$$

Формулы (17) и (18), связывающие параметры идеального газа при равновесном адиабатическом процессе, называются уравнениями Пуассона. Отношение $C_p/C_V = \gamma$ называется *показателем адиабатического процесса*; учитывая «чувствительность» молярных теплоёмкостей идеального газа к числу степеней свободы частиц, показатель адиабаты может быть представлен в виде:

$$\frac{C_p}{C_V} = \gamma = \frac{i+2}{i} \cdot \tag{19}$$

Для практического осуществления процессов, близких к адиабатическим, возможны два пути: 1) очень быстрое изменение объёма газа; и 2) изменение объёма очень большой массы газа. В обоих случаях не успевает произойти значительного теплообмена между системой (газом) и окружающей средой, что равносильно наличию хорошей теплоизоляции между ними.

8. Круговые процессы

8.1. Замкнутые циклы. К.П.Д. цикла

В предыдущем разделе мы рассмотрели закономерности изменения состояния идеального газа в четырёх простейших процессах. Если не принимать во внимание приобретённый человечеством опыт научного познания реальности, сами по себе рассмотренные процессы ничего особенного не представляют. Действительно, если в результате какого-либо процесса тело переводится из состояния 1 в состояние 2 (рис. 7.2, 7.3, 7.4), а затем по тому же пути переходит в начальное состояние, то полная работа такого процесса, который принято называть *обратимым,* будет равняться нулю. То есть совершённая системой работа расширения, отдаваемая внешним телам, равна работе сжатия, отдаваемой внешними телами рассматриваемой системе. Следует заметить, в природе обратимых процессов вообще нет. Наглядным примером необратимости реальных процессов может быть переход тепла от нагретого тела к холодному, но не наоборот; процесс перемешивания быстрых молекул с медленными.

Однако если пути «туда» и «обратно» будут различаться, дело будет обстоять совсем иначе. Такие процессы, в которых рабочее вещество возвращается в исходное состояние иным путём, называются *циклическими*. На рис. 8.1 представлен круговой процесс или единичный рабочий цикл; после совершения его система возвращается в начальное состояние. В ходе цикла рабочее вещество – идеальный газ расширяется до объёма V_2. Работа A_1, совершаемая веществом при расширении, равна площади фигуры $U_1A_1U_2V_2V_1$, рис. 8.1. Если количество тепла, переданное рабочему веществу при расширении, обозначим через Q_1, тогда по первому началу термодинамики имеем:

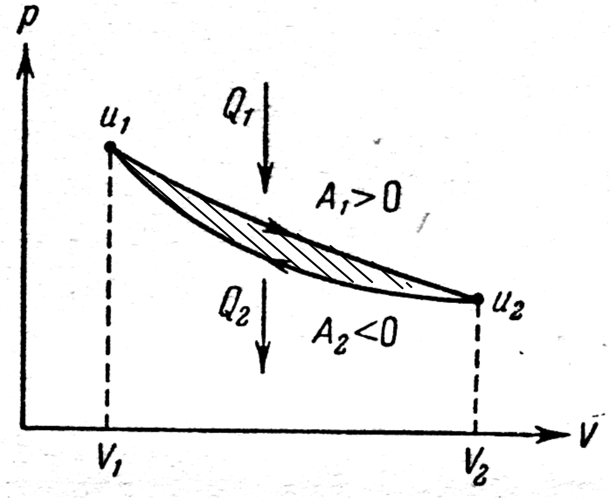

Рис. 8.1.

$$Q_1 = U_2 - U_1 + A_1.$$

Здесь U_1 и U_2 внутренняя энергия рабочего вещества до и после расширения соответственно.

Работа, совершаемая рабочим веществом при сжатии A_2, изобразится площадью фигуры $U_1A_2U_2V_2V_1$, рис. 8.1. Отданное количество тепла рабочим веществом при сжатии обозначим через $-Q_2$, по первому началу термодинамики: $-Q_2 = U_1 - U_2 + A_2$. Складывая теплоты рабочего вещества цикла, получим $Q_1 - Q_2 = A_1 + A_2$. Поскольку $A_1 + A_2$ есть полная работа A, совершаемая системой за цикл, можно написать:

$$A = Q_1 - Q_2. \tag{20}$$

Устройство или систему с периодически повторяющимся циклом, в котором совершается работа за счёт получаемого извне тепла, принято называть тепловой машиной.

Из (20) следует, что не всё получаемое извне тепло Q_1 используется для получения полезной работы. Для того чтобы двигатель работал циклами, часть тепла, равная Q_2, должна быть возвращена во внешнюю среду. Поэтому тепловую машину принято характеризовать коэффициентом полезного действия η, который определяется как отношение совершаемой за цикл работы A к получаемому за цикл теплу Q_1:

$$\eta = \frac{A}{Q_1}.$$

Если учесть, что совершённая системой работа равна разности между значениями количества тепла, взятого извне и отданного системой (формула (20)), выражение к.п.д. может быть записано в виде:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \qquad (21)$$

Из определения к.п.д. и его аналитической записи (21) следует, он не может быть больше единицы.

Таким образом, наиболее существенными чертами каждого теплового двигателя являются: рабочее тело – газ (пар); нагреватель – котёл (горючая смесь); холодильник – окружающая среда.

8.2. Цикл Карно. К.П.Д. цикла. Второе начало термодинамики

В конце предыдущего параграфа сказано, что для тепловой машины, рабочим веществом которой является идеальный газ, необходимы два тепловых резервуара, имеющие температуры $T_{нагр.}$ и $T_{хол.}$ и обладающие бесконечно большой теплоёмкостью Последнее необходимо для того, чтобы получение или отдача этими резервуарами конечного количества тепла не изменяло их температуру. Далее возникает естественный вопрос, каким может быть обратимый цикл в этих условиях; из каких простейших изопроцессов может быть «собран» замкнутый цикл такой тепловой машины.

Предполагаемый цикл, естественно, должен состоять из процесса, в ходе которого рабочее вещество обменивается теплом с резервуаром, а также из процесса, не сопровождающегося теплообменом с внешней средой. Последнее обусловлено тем, что система должна отдавать безвозвратно часть энергии во внешнюю среду, чтобы процесс был замкнутый.

Процесс, сопровождающийся теплообменом, может быть обратимым только в том случае, если, получая тепло от резервуара с $T_{нагр.}$ и возвращая его при обратном ходе резервуару с $T_{хол.}$, тело имеет одну и ту же температуру, равную температуре соответствующего резервуара. Единственным обратимым процессом, сопровождающимся теплообменом с резервуаром, температура которого остаётся неизменной, является изотермический процесс, протекающий при температуре резервуара $T_{нагр.}$.

Чтобы работа в замкнутом цикле была больше нуля, температура в процессе расширения должна быть больше, чем при сжатии, $T_{нагр.} > T_{хол.}$. Естественно, переход с изотермы, где система получает теплоту $T_{нагр.}$, на изотерму $T_{хол.}$, где система отдаёт теплоту, должен произойти без теплообмена с внешней средой, что возможно лишь при адиабатическом процессе.

Всё это наводит на мысль, что обратимый цикл, совершаемый системой, вступающей в теплообмен с двумя тепловыми резервуарами бесконечно большой ёмкости, может состоять только из двух изотерм при температурах резервуаров и двух адиабат. Впервые такой цикл был введён в рассмотрение французским инженером Сади Карно и носит название цикла Карно. На графике в координатах (p, V) цикл выглядит так, как это показано на рис. 8.2.

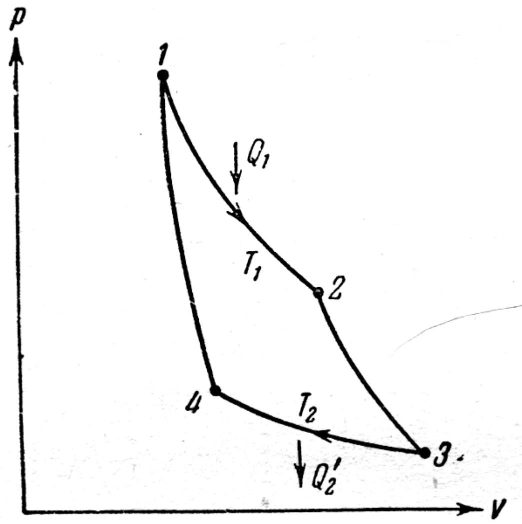

Рис. 8.2.

Перейдём к рассмотрению цикла Карно, взяв в качестве рабочего вещества идеальный газ. Поместим газ в цилиндр, плотно закрытый поршнем. Стенки цилиндра и поршень сделаны из непроводящего тепло материала, дно цилиндра изготовлено из хорошо проводящего тепло вещества. Теплоёмкость цилиндра и поршня будем считать бесконечно малыми.

Пусть первоначально поршень занимает положение, отвечающее объёму V_1 и температуре газа T_1. Поставим цилиндр на резервуар, имеющий температуру T_1 (рис. 8.2,а), и предоставим газу возможность расширяться до объёма V_2. При этом газ получит от нагревателя тепло Q_1. Поскольку при изотермическом процессе внутренняя энергия идеального газа остаётся постоянной, количество полученного газом тепла Q_1 равно работе A_{12}, совершаемой газом при переходе из состояния 1 в состояние 2 (рис. 8.2). Количество тепла, согласно формуле (12), равно:

$$Q_1 = A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot T_1 \cdot \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \qquad (22)$$

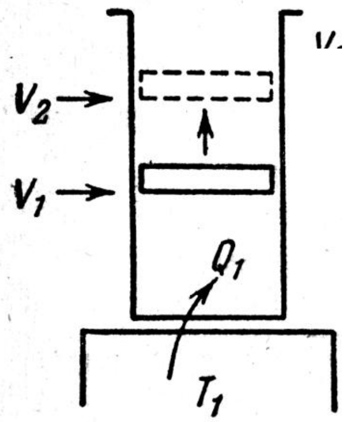

Рис.8.2,а

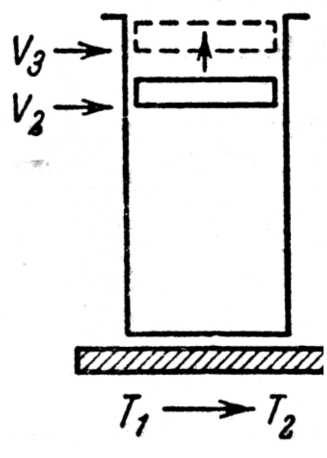

Рис.8.2.б

Снимем цилиндр с резервуара с температурой T_1, закроем дно теплоизолирующей крышкой и дадим возможность газу расширяться адиабатически из состояния 2 до состояния 3 (рис. 8.2). Совершая работу по расширению за счёт внутренней энергии, газ охладится, поэтому температура понизится до значения $T_2 < T_1$. Объём газа в результате расширения станет равен V_3 (рис. 8.2,б). Исходя из состояния 3, начнём газ сжимать изотермически при постоянной температуре T_2 до состояния 4, характеризуемого объёмом V_4. При этом газ отдаёт холодильнику количество тепла Q_2, равное совершённой работе A_{34} (рис.8.2,в).

Исходя из формулы (12), количество отданного тепла равно:

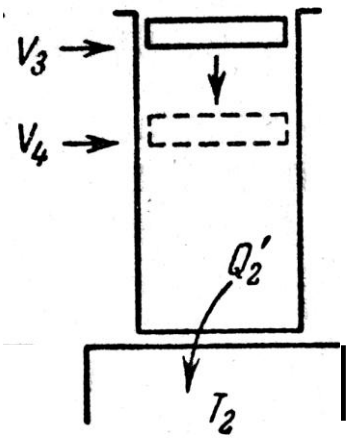

Рис.8.2,в

$$-Q_2 = A_{34} = \int_{V_3}^{V_4} \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot T_2 \cdot \frac{dV}{V} = -\frac{m}{\mu} \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_3}{V_4}. \qquad (23)$$

Наконец, исходя из состояния 4, сожмём газ адиабатически так, чтобы он принял исходное состояние 1 и нагрелся до исходной температуры T_1; рис.8.2,г, а также 8.2..

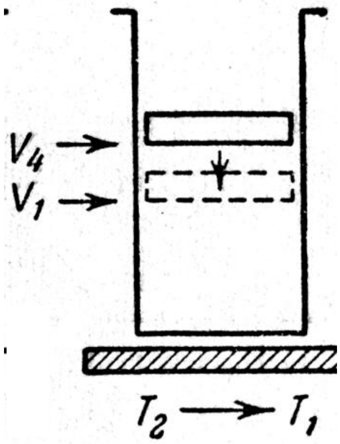

Рис.8.2,г

Убедимся в том, что такого рода процесс, состоящий из двух изотерм и двух адиабат, действительно может быть выполнен в виде замкнутого цикла. Для этого воспользуемся формулой (16) или (17), по которой при адиабатическом расширении из состояния 2 в состояние 3 (рис.8.2) имеет место соотношение:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} \qquad (24)$$

Пытливый читатель должен в этом убедиться самостоятельно.

Для того чтобы цикл был замкнутым, нужно, чтобы состояния 4 и 1 лежали на одной и той же адиабате. Это возможно, если выполняется условие (17), из которого следует, см. рис.8.2:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\gamma-1} \qquad (25)$$

Разделив выражение (24) на (25), читатель, привыкший проверять преобразования, приходит к условию замкнутости цикла:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4} \qquad (26)$$

Здесь вдумчивый читатель на знаковом (словесном) языке должен пояснить себе, почему выражение (26) является условием замкнутости цикла, в частности, цикла Карно. Успех пытливого читателя потребует осознания арифметической операции деления и необходимости передачи тепла холодильнику.

Предыдущие усилия по поиску коэффициента полезного действия замкнутого цикла позволили выяснить, что к.п.д. обратимой машины не зависит от её устройства и свойств рабочего вещества, но определяется температурой нагревателя и холодильника. Однако вид зависимости к.п.д. от температуры нагревателя и температуры холодильника остался невыясненным. Проведённое выше рассмотрение цикла Карно позволяет устранить обозначенную проблему. Действительно, установленная аналитическая зависимость количества тепла $Q_1(T_1)$, получаемого рабочим веществом и отдаваемого холодильнику тепла $Q_2(T_2)$, позволяют установить зависимость к.п.д. от обозначенных температур. Подставляя формулы (22) теплоты Q_1 и Q_2 (23) в уравнение к.п.д. тепловой машины (21), найдём:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{m}{\mu} \cdot R \cdot T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot T_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{\mu} \cdot R \cdot T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}.$$

Наконец, учитывая равенство (26), получаем:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \qquad (27)$$

Таким образом, к.п.д. любой обратимой машины и цикла Карно, в частности, оказывается «чувствительным» к температуре нагревателя и холодильника. Пытливый читатель, проведя преобразования, убедился в этом?

Рассматривая замкнутый цикл тепловой машины, мы пришли к выводу *о неизбежности передачи части тепла от нагревателя к холодильнику*; см. уравнение (20). Впервые это было высказано Сади Карно в 1824 году, а позднее обобщено Клаузиусом и Томсоном *в принцип невозможности осуществления такого периодического процесса, единственным результатом которого было бы получение работы за счёт взятого количества тепла от одного источника*. *В этом и состоит суть второго начала* термодинамики. Данная формулировка второго начала не единственная. *Не возможен периодически действующий механизм, который всё получаемое от нагревателя количество теплоты целиком переводил бы в работу; часть этого количества теплоты должна быть отдана холодильнику*. А вот ещё один, самый короткий; «*круговые процессы, в течение которых система только получает, но не отдаёт теплоту, невозможны*».

8.3. Понятие энтропии

Всё, что нам удалось выяснить выше, позволяет утверждать, любая тепловая машина представляет собой некую систему тел, многократно повторяющую один и тот же цикл. Из уравнений (21) и (27) следует, к.п.д. необратимой машины всегда меньше, чем обратимой. Действительно, уменьшение эфективности необратимой машины обусловлено тем, что при достаточно быстром цикле давление не успевает выравниваться, и при расширении давление газа под поршнем будет меньше, чем то, которое было при аналогичном положении поршня в обратимом цикле, а при сжатии, наоборот – несколько больше. В результате положительная работа необратимой машины при расширении уменьшается, тогда как отрицательная работа при сжатии увеличивается.

Кроме того, трение, которое нельзя исключить, всегда связано с превращением работы в теплоту, а потому является типичным необратимым процессом. Из-за трения часть работы превращается в тепло, которое перейдёт холодильнику или рассеется в окружающую среду.

Таким образом, соотношение между к.п.д. необратимой и обратимой тепловой машины можно записать аналитически следующим образом:

$$\frac{Q_{\text{н}} - Q_{\text{х}}}{Q_{\text{н}}} \leq \frac{T_{\text{н}} - T_{\text{х}}}{T_{\text{н}}}. \qquad (28)$$

Левая часть равенства отражает общее определение к.п.д., пригодное для любой тепловой машины, правая часть отражает к.п.д. обратимой машины. Естественно, знак *равенства* будет соответствовать *обратимой*, а знак *неравенства* – *необратимой* машине.

Разделив почленно в левой и правой частях выражения (28), а затем умножив обе части на –1, настойчивый читатель получит соотношение:

$$\frac{Q_{\text{х}}}{Q_{\text{н}}} \geq \frac{T_{\text{х}}}{T_{\text{н}}}.$$

Сгруппировав слева термодинамические величины холодильника, а справа – нагревателя, читатель получает соотношение вида:

$$\frac{Q_{\text{х}}}{T_{\text{х}}} \geq \frac{Q_{\text{н}}}{T_{\text{н}}}. \qquad (28.а)$$

Наконец, вычитая из левой и правой частей уравнения (28.а) $\frac{Q_{\text{х}}}{T_{\text{х}}}$, читатель приходит к выражению вида:

$$\frac{Q_н}{T_н} - \frac{Q_х}{T_х} \le 0. \qquad (29)$$

В соотношение (29) входит как тепло, получаемое системой, так и тепло, отдаваемое ею. Если рассматривать теплоты, получаемые системой от других тел, как алгебраические величины, т. е. $-Q_х = Q_х$, выражение (29) окончательно примет следующий вид:

$$\frac{Q_н}{T_н} + \frac{Q_х}{T_х} \le 0. \qquad (30)$$

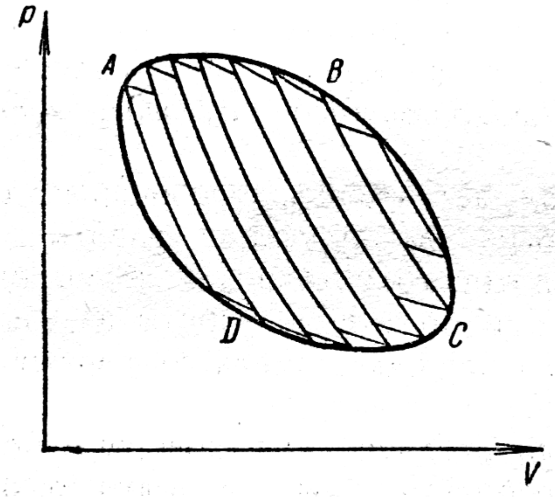

Рис. 8.3

Это соотношение носит название *неравенства Клаузиуса*. Поскольку отношение Q/T принято называть приведённым количеством тепла, содержание уравнения (30) можно прочесть следующим образом: *если какая-то система совершает цикл, в ходе которого вступает в теплообмен с двумя тепловыми резервуарами, температуры которых постоянны, то* сумма приведённых количеств тепла равна нулю, если цикл обратим*, и меньше нуля, если цикл необратим*.

Таким образом, мы пришли к выводу: сумма приведённых количеств тепла, полученных системой при *обратимом переходе* из одного (начального) состояния в другое (конечное), не зависит от пути, по которому совершается переход, и, следовательно, зависит только от начального и конечного состояний. В этом легко убедиться. Возьмём произвольный замкнутый процесс, например, изображаемый графически замкнутой кривой *ABCDA* (рис. 8.3). Этот процессс может быть приближённо разбит на бесконечное множество бесконечно узких циклов Карно. При осуществлении всех этих циклов Карно части каждой из адиабат, проходимые дважды в противоположных направлениях, выпадут. Останутся изотермы и краевые участки адиабат, образующие в совокупности замкнутую ломаную линию. В пределе эта линия даст обход по циклу *ABCDA*. Для каждого из элементарных циклов Карно справедлива формула (30):

$$\frac{\Delta Q_{11}}{T_{11}} + \frac{\Delta Q_{21}}{T_{21}} = 0,$$
$$\frac{\Delta Q_{12}}{T_{12}} + \frac{\Delta Q_{22}}{T_{22}} = 0,$$
$$\ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots,$$
$$\frac{\Delta Q_{1i}}{T_{1i}} + \frac{\Delta Q_{2i}}{T_{2i}} = 0,$$
$$\ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots,$$
$$\frac{\Delta Q_{1n}}{T_{1n}} + \frac{\Delta Q_{2n}}{T_{2n}} = 0.$$

Здесь ΔQ_{1i} – теплота, *полученная* рабочим веществом на i-ом участке *расширения* при температуре T_{1i}; ΔQ_{2i} – теплота, *отданная* рабочим веществом на i-ом участке *сжатия* при температуре T_{2i}. Суммируя все эти равенства, получим

$$\left(\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\Delta Q_{1i}}{T_{1\mathrm{i}}}\right)_{ABC} + \left(\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\Delta Q_{2i}}{T_{2\mathrm{i}}}\right)_{CDA} = 0 \qquad (31)$$

Переходя к бесконечно большому числу бесконечно узких циклов (число циклов n стремится к бесконечности, рис. 8.3), обнаружим, что ломаная линия превращается в кривую $ABCDA$, а сумма формулы (31) – в интегралы:

$$\int\limits_{\mathrm{ABC}} \frac{\mathrm{d}Q}{T} + \int\limits_{\mathrm{CDA}} \frac{\mathrm{d}Q}{T} = 0, \text{ или } \int\limits_{\mathrm{ABCDA}} \frac{\mathrm{d}Q}{T} = 0. \qquad (32)$$

Из равенства нулю интеграла (32) следует, что подынтегральное выражение, $\frac{\mathrm{d}Q}{T}$ – *приведённое количество тепла*, представляет собой некую функцию, *зависящую только от состояния системы*, но не зависящую от пути, каким система пришла в это состояние. Эта функция, введённая в рассмотрение в 1865 г. Клаузиусом, была названа им *энтропией* (S). Следует заметить, таким же свойством, быть характеристикой состояния системы, обладает сумма приращений внутренней энергии системы. Как и внутренняя энергия, энтропия определяется с точностью до произвольной постоянной. Опыт нам даёт значение разности приращения энтропии.

Поскольку энтропия – функция состояния, сумма приращений энтропии должна быть равна разности значений энтропии в конечном и начальном состояниях:

$$\int_A^B \frac{\mathrm{d}Q}{T} = \int_A^B dS = S_B - S_A. \tag{33}$$

Энтропия – аддитивная (прибавляемая) величина, что означает, энтропия системы равна сумме энтропий отдельных её частей.

Введение понятия энтропии даёт ответ на вопрос, в каком направлении будет протекать реальный тепловой процесс: возможны лишь такие процессы, которые ведут к увеличению энтропии изолированной системы – принцип возрастания энтропии. Можно считать, что это ещё одна *формулировка второго начала термодинамики*. Первая формулировка состояла в том, что получение заданного количества работы возможно только в том случае, если часть тепла передана холодильнику.

В качестве примера принципа возрастания энтропии рассмотрим процесс теплообмена, протекающий в изолированной системе между телом с температурой T_1 и телом с температурой $T_2 < T_1$. Первое отдаёт количество тепла $-\Delta Q$, а второе получает количество тепла $+\Delta Q$. Этот процесс необратим и должен сопровождаться возрастанием энтропии.

Для простоты преобразований предположим, что теплоёмкость обоих тел одинакова и равна C. Из закона сохранения внутренней энергии следует: $U_1 + U_2 = U$, тогда значение установившейся температуры: $T_{\text{уст.}} = \frac{T_1 + T_2}{2}$; здесь следует учесть, что внутренняя энергия может быть представлена в виде: $U = C \cdot T$, соответственно; читатель должен проделать самостоятельно.

Процесс охлаждения тела с температурой T_1 сопровождается уменьшением его энтропии:

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_{\text{уст.}}} \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_{\text{уст.}}} \frac{C \cdot dT}{T} = C \cdot \ln \frac{T_{\text{уст.}}}{T_1}.$$

Обратим внимание читателя на то, что $T_2 < T_{\text{уст.}} < T_1$, отсюда немедленно следует, тело с более высокой температурой охлаждается и ΔS_1 – отрицательно; $T_{\text{уст.}} < T_1$, а логарифм числа, меньшего единицы, – отрицателен.

Процесс нагревания второго тела сопровождается увеличением его энтропии:

$$\Delta S_2 = \int\limits_{T_2}^{T_{\text{уст.}}} \frac{dQ}{T} = \int\limits_{T_2}^{T_{\text{уст.}}} \frac{C \cdot dT}{T} = C \cdot \ln \frac{T_{\text{уст.}}}{T_2}.$$

Поскольку $T_2 < T_{\text{уст.}}$, ΔS_2 – положительно, так как под логарифмом число больше единицы; убедились?

Изменение энтропии системы запишется:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = C \cdot \ln \frac{T_{\text{уст.}}}{T_1} + C \cdot \ln \frac{T_{\text{уст.}}}{T_2} = C \cdot \left(\ln \frac{T_{\text{уст.}}}{T_1} + \ln \frac{T_{\text{уст.}}}{T_2} \right). \quad (34)$$

Если учесть, что логарифм частного равен разности логарифмов, а сумма логарифмов равна логарифму произведения, то читатель, заботящийся о себе, а потому проведя простые, но весьма нужные преобразования в уравнении (34), придёт к выражению:

$$\Delta S = C \cdot \left(\ln T_{\text{уст.}}^2 - \ln T_1 \cdot T_2 \right).$$

Наконец, проделав ещё раз математическую операцию, разность логарифмов равна логарифму частного, окончательное выражение для приращения энтропии системы в процессе теплообмена двух тел примет вид:

$$\Delta S = C \cdot \ln \frac{T_{\text{уст.}}^2}{T_1 \cdot T_2}. \quad (35)$$

Если в выражении (35) под логарифмом число больше единицы, то логариф его положителен и, следовательно, энтропия системы возрастает, $\Delta S > 0$. Покажем, что выражение (35) действительно больше нуля. Для этого преобразуем выражение, стоящее под знаком логарифма, с учётом того, что $T_{\text{уст.}} = \frac{T_1 + T_2}{2}$; возведём его в квадрат, прибавим и одновременно вычтем $2 \cdot T_1 \cdot T_2$, выражение под знаком логарифма уравнения (35) примет вид:

$$\frac{T_{\text{уст.}}^2}{T_1 \cdot T_2} = \frac{(T_1 + T_2)^2}{4 \cdot T_1 \cdot T_2} = \frac{T_1^2 - 2 \cdot T_1 \cdot T_2 + T_2^2 + 4 \cdot T_1 \cdot T_2}{4 \cdot T_1 \cdot T_2}.$$

Пытливый читатель, разделив его почленно на знаменатель и обнаружив квадрат разности, приходит к выражению:

$$\frac{T_{\text{уст.}}^2}{T_1 \cdot T_2} = \frac{(T_1 - T_2)^2}{4 \cdot T_1 \cdot T_2} + 1.$$

Очевидно, что полученное выражение больше единицы, логарифм его положителен, следовательно, энтропия системы возрастает.

Вдумчивый читатель не должен избегать приведённых преобразований, поскольку они содержатся в основном курсе физики, а потому при изучении его будет сам себе благодарен, что не поленился когда-то вникать в предлагаемые преобразования.

Завершая экскурс в раздел «Круговые процессы», перечислим его ключевые понятия: **замкнутые циклы, к.п.д. цикла, второе начало термодинамики, обратимый процесс, энтропия.**

Библиографический список

Основная литература

1. Бондарев, Б.В. Курс общей физики: учеб. пособие / Б.В. Бондарев, Г.Г. Спирин. – М.: Высш. шк., 2005. – 560 с.
2. Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн. – Изд. 3-е, испр. и доп.. – СПб.: Книжный мир, 2004. – 328 с.
3. Иродов И.Е. Задачи по общей физике: учеб. пособие для вузов / И.Е. Иродов. 4-е изд., исправленное. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 432 с.

Вспомогательная литература

4. Геворкян, Р.Г. Курс физики: учеб. пособие / Р.Г. Геворкян. – М.: Высшая школа, 1979. – 656 с.
5. Китайгородский, А.И. Введение в физику / А.И. Китайгородский. – М.: Наука. Главная редакция физ.-мат. литературы, 1973. – 688 с.
6. Савельев, И.В. Курс общей физики: Т.1. Механика, колебания и волны, молекулярная физика / И.В. Савельев. – М.: Наука, 1973. – 511 с.
7. Суханов, А.Д. Фундаментальный курс физики: учеб. пособие по физике. В 4-х томах. Том II. Континуальная физика / А.Д. Суханов. – М.: Изд-во «Агар», 1998. – 709 с.
8. Яворский, Б.М. Основы физики: учебное пособие. В двух томах. Т.1. Механика. Молекулярная физика. Электродинамика. Т.2. Колебания и волны; основы квантовой физики атомов, молекул и твёрдых тел; физика ядра и элементарных частиц. / Б.М. Яворский, А.А. Пинский. – М.: Наука. Главная редакция физ.-мат. литературы, 1981. – 480 с.; М.: Наука, 1974. – 464 с.

Учебное издание

Яков Дмитриевич Лебедев

ПРОПЕДЕВТИЧЕСКИЙ КУРС ПО ФИЗИКЕ

Учебное пособие

Редактор – И.Т. Куликова

Подписано в печать 06.03.2014. Формат $60 \times 90/_{16}$
Бумага писчая. Печать офсетная.
Усл.-п.л. 5,4. Тираж экз. Заказ №

Отпечатано: РИО, ВоГУ 160000, г. Вологда, ул. Ленина, 15