

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ВОЛОГОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра экономической теории, учета и анализа

СТАТИСТИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ЗАДАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Факультеты: экономический, ЗДО

Направление подготовки 080100.62 – ЭКОНОМИКА

Профиль подготовки: Бухгалтерский учет, анализ и аудит

Вологда

2014

УДК 33:51-7(076)

Статистика: методические указания и задания к выполнению практических работ. – Вологда: ВоГУ, 2014. – 42 с.

Задания к практическим занятиям и методические указания по решению отдельных задач составлены в соответствии с программой курса «Статистика». Практические занятия способствуют приобретению практических навыков в расчетах статистических показателей, построении и оформлении таблиц, графиков, учат пониманию сути исчисленных показателей и их анализу, а также служат основой для проверки степени усвоения приобретенных знаний.

Методические указания предназначены для студентов очной и заочной форм обучения.

Утверждено редакционно-издательским советом ВоГУ

Составители: Л.В. Усов, канд. экон. наук, доцент
Р.А. Усова, канд. экон. наук, доцент

Рецензент Е.В. Вихарева, канд. экон. наук, доцент кафедры «Финансы и кредит»

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Тема «Сводка и группировка».....	5
Задания к выполнению	5
Методические указания	6
Тема «Средние величины»	8
Задания к выполнению	8
Методические указания	11
Темы «Показатели вариации», «Выборочное наблюдение»	14
Задания к выполнению	14
Методические указания по теме «Показатели вариации»	18
Методические указания по теме «Выборочное наблюдение».....	19
Тема «Ряды динамики».....	22
Задания к выполнению	22
Методические указания	27
Тема «Индексы».....	30
Задания к выполнению	30
Методические указания	36
Тема «Статистическое изучение связи»	40
Методические указания	40
Список рекомендуемой литературы	Ошибка! Закладка не определена.

ВВЕДЕНИЕ

В системе экономических наук статистика является одной из фундаментальных дисциплин, формирующих специальность экономиста. Ее методы и показатели используются для оценки результатов хозяйственной деятельности предприятий и фирм, для анализа развития страны, для оценки и прогнозирования различных социально-экономических процессов.

Чтобы грамотно охарактеризовать и проанализировать процессы, происходящие в обществе, необходимо владеть основами статистической методологии. Это требует серьезного изучения теории статистики – науки, разрабатывающей методы изучения массовых общественных явлений и процессов.

Усвоение курса общей теории статистики невозможно без практических занятий и упражнений. Практические занятия способствуют не только углубленному изучению важнейших методов статистики, но и приобретению практических навыков в расчетах статистических показателей, построении и оформлении таблиц, графиков, учат пониманию сути исчисленных показателей и их анализу, а также служат основой для проверки степени усвоения приобретенных знаний.

При подготовке к практическим занятиям рекомендуется пользоваться учебной литературой (см. список литературы в конце методических указаний).

ТЕМА «СВОДКА И ГРУППИРОВКА»

ЗАДАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ

Задача 1.

Имеются следующие данные по предприятиям легкой промышленности о величине балансовой прибыли и объему произведенной продукции.

№ предприятия	Объем произведенной продукции, д.е.	Валовая прибыль, д.е.	№ предприятия	Объем произведенной продукции, д.е.	Валовая прибыль, д.е.
1	475	27	30	766	55
2	502	33	31	800	64
3	336	14	32	343	14
4	300	10	33	545	37
5	727	55	34	603	41
6	638	43	35	798	59
7	700	50	36	474	28
8	350	18	37	642	43
9	407	23	38	402	23
10	486	29	39	552	35
11	383	19	40	732	54
12	400	20	41	412	26
13	779	58	42	798	58
14	628	44	43	501	30
15	800	60	44	602	41
16	554	37	45	558	36
17	784	59	46	308	12
18	473	28	47	700	50
19	402	21	48	496	29
20	632	46	49	577	38
21	558	34	50	688	49
22	551	36	51	558	34
23	528	31	52	551	36
24	730	52	53	528	31
25	308	12	54	730	52
26	653	45	55	308	12
27	305	11	56	653	45
28	408	33	57	305	11
29	482	27	58	408	33
61	800	64	69	552	35
62	343	14	70	732	54

№ предприятия	Объем произведенной продукции, д.е.	Валовая прибыль, д.е.
63	545	37
64	603	41
65	798	59
66	474	28

№ предприятия	Объем произведенной продукции, д.е.	Валовая прибыль, д.е.
71	727	55
72	638	43
73	700	50
74	350	18
75	407	23

1. С целью изучения зависимости между объемом произведенной продукции и валовой прибылью произведите аналитическую группировку предприятий с 1 по 30 по объему произведенной продукции (факторный признак), образовав пять групп с равными интервалами.

По каждой группе и в целом по совокупности предприятий подсчитайте: число предприятий; объем произведенной продукции – всего и в среднем на одно предприятие; валовую прибыль – всего и в среднем на одно предприятие.

Результаты представьте в виде групповой таблицы. Сделайте выводы.

2. Произведите комбинационную группировку предприятий. Результаты представьте в виде комбинационной групповой таблицы. Сделайте выводы.

Задача 2.

Выполните задание задачи №1 по предприятиям с 26 по 55.

Задача 3.

Выполните задание задачи №1 по предприятиям с 46 по 75.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Решение задачи предполагает изучение темы «Сводка и группировка статистических данных».

В основу аналитической группировки следует положить факторный признак (объем произведенной продукции). Ширина равного интервала определяется по формуле:

$$h = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{n},$$

где $X_{\max}$, $X_{\min}$ – максимальное и минимальное значение признака; n – число групп.

Группировку можно провести, построив ранжированный (упорядоченный) ряд, либо с помощью следующей рабочей таблицы:

Группы единиц совокупности по объему произведенной продукции, д.е.	Число единиц совокупности	Объем произведенной продукции, д.е.	Валовая прибыль, д.е.
1 группа			
Итого			
2 группа			
Итого			
n-группа			
Итого			
Всего			

По каждой единице совокупности, отнесенной к той или иной группе, в соответствующей графе записывается значение признака, а в графе «Число единиц» ставится точка. После того как все предприятия будут разнесены по соответствующим группам, подсчитываются групповые итоги и итог всей совокупности.

По результатам рабочей таблицы строится итоговая групповая таблица:

Зависимость размера валовой прибыли от объема произведенной продукции

Группы единиц совокупности по объему произведенной продукции, д.е.	Число единиц совокупности	Объем произведенной продукции, д.е.		Валовая прибыль, д.е.	
		всего	на 1 единицу	всего	на 1 единицу
А	1	2	3=2/1	4	5=4/1
Всего					

Сравнивая направление изменения факторного (гр. 3) и результативного (гр. 5) признаков можно выявить зависимость результативного признака от факторного.

В зависимости от количества признаков, положенных в основание группировки, различают простые (по одному признаку) и комбинационные (по двум и более признакам) группировки.

**Комбинационная группировка 30 предприятий
по объему произведенной продукции и размеру валовой прибыли**

Группы предприятий по объему произведенной продукции, д.е.	Группы предприятий по размеру валовой прибыли, д.е.					ВСЕГО	Среднее значение объема произведенной продукции в группе, д.е.	Среднее значение размера валовой прибыли в группе, д.е.
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ВСЕГО								

ТЕМА «СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ»

Задания к выполнению

Задача 1.

Имеются следующие данные о заработной плате рабочих по цехам завода за два месяца:

Номер цеха	Январь		Февраль	
	Средняя заработная плата, д.е.	Численность рабочих, чел.	Средняя заработная плата, д.е.	Фонд заработной платы, д.е.
1	32	100	38	3420
2	48	130	52	5720

Вычислите среднюю месячную заработную плату рабочих по заводу за январь, за февраль и за два месяца.

Задача 2.

Имеются следующие данные о производственных показателях за отчетный период двух фабрик:

Номер фабрики	Фактический выпуск продукции, д.е.	Выполнение плана, %	Стандартная продукция, %
1	495	95	85
2	450	105	90

Вычислите для двух фабрик вместе:

1. Средний процент выполнения плана выпуска продукции.
2. Средний процент стандартной продукции.

Укажите виды средних, которые требуются для вычисления этих показателей.

Задача 3.

Выпуск продукции двумя цехами завода за отчетный год характеризуется следующими данными:

№ цеха	По плану		Фактически	
	удельный вес продукции 1 сорта, %	стоимость продукции 1 сорта, д.е.	удельный вес продукции 1 сорта, %	стоимость всей продукции д.е.
1	90	225	92	275
2	85	170	90	210

Определите:

- 1) средний удельный вес продукции 1 сорта по двум цехам вместе:
 - а) по плану;
 - б) фактически;
- 2) процент выполнения плана по выпуску:
 - а) всей продукции;
 - б) продукции 1 сорта.

Задача 4.

Имеются следующие данные по двум заводам, вырабатывающим однородную продукцию:

Номер завода	Январь		Февраль	
	Затраты времени на единицу продукции, час./ед.	Изготовлено продукции, шт.	Затраты времени на	
			единицу продукции, час./ед.	всю продукцию, час.
1	2	160	1,8	419,4
2	2,8	180	2,4	432

Вычислите средние затраты времени на изготовление единицы продукции по двум заводам:

- а) в январе;
- б) в феврале;
- в) за два месяца.

Укажите виды средних, используемых в решении задачи.

Задача 5.

Имеются следующие данные о розничном товарообороте продовольственных магазинов по двум торгам города:

Номер магазина	Торг 1		Номер магазина	Торг 2	
	фактический товарооборот, д.е.	выполнение плана, %		план товарооборота, д.е.	ыполнение плана, %
1	480	95	3	400	103
2	340	103	4	280	110

Вычислите средний процент выполнения плана товарооборота: по торгу 1, по торгу 2 и по двум торгам вместе.

Укажите виды средних величин, которые необходимо применить при решении задачи.

Задача 6.

Имеются данные о работе ТЭЦ региона за месяц:

Цеха	Количество выработанной энергии, млн.кВт/час	Процент выполнен, плана по объему эл. энергии	Себестоимость одного кВт/час, д.е.	Расход условного топлива на 1 кВт/час эл. энергии, грамм
1	5000	101,0	0,49	358
2	1200	102,4	0,52	390
3	3000	99,5	0,42	360

Определите по совокупности ТЭЦ средние значения всех признаков таблицы. Укажите, какие виды средних следует применять.

Задача 7.

Имеются следующие данные о распределении вкладчиков по размеру вклада:

Размер вклада, д.е.	Число вкладчиков
До 400	32
От 400 до 600	56
От 600 до 800	120
От 800 до 1000	104
Свыше 1000	88
Итого	400

Задания:

1. Определите средний размер вклада.
2. Рассчитайте моду и медиану.

Задача 8.

Имеются следующие данные об урожайности подсолнечника в колхозах области.

Урожайность, ц./га	Посевная площадь, тыс. га
До 13	10
От 13 до 15	25
От 15 до 17	40
От 17 до 19	20
Свыше 19	5
Итого	100

На основании этих данных вычислите: среднюю урожайность подсолнечника с 1 га, моду и медиану.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Среднее значение признака в экономической практике определяется по формуле средней арифметической (простой и взвешенной) и средней гармонической (простой и взвешенной). Выбор конкретной формулы расчета среднего уровня зависит от характера исследуемого признака и имеющейся в задаче информации. Основой для выбора формы средней является экономическое содержание осредняемого показателя, понимание того, какое экономическое отношение представляет собой рассматриваемый осредняемый признак, что является исходной базой для расчета среднего значения данного признака.

Например, исходной базой для расчета средней заработной платы будет служить следующее соотношение:

$$\frac{\text{Фонд заработной платы}}{\text{Число рабочих}}.$$

Если фонд заработной платы обозначить через M , число рабочих – f , а среднюю заработную плату – x , то

$$\bar{x} = \frac{M}{f}.$$

Допустим, что по условию задачи известна заработная плата (x) по отдельным подразделениям и численность рабочих (f) этих подразделений, фонд заработной платы (M) можно найти как произведение ($x \cdot f$), тогда

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f}.$$

Если по условию задачи известны по каждому подразделению заработная плата (x) и фонд заработной платы (M), то численность рабочих (f) находим путем деления фонда заработной платы на среднюю заработную плату, т.е.

$$f = \frac{M}{x},$$

тогда

$$\bar{x} = \frac{\sum M}{\sum \frac{M}{x}}.$$

Средняя величина признака из интервального ряда распределения определяется по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f}.$$

В качестве значений признака (x) в каждой группе принимается середина интервала, равная полусумме значений нижней и верхней границы интервала. Ширина открытого интервала принимается равной ширине близлежащего интервала.

Для сокращения трудоемкости расчета средней величины используют «способ моментов», в основе которого лежат следующие свойства средней арифметической:

1. Если все значения признака (x) уменьшить (увеличить) на одно и то же число A , то и средняя уменьшится (увеличится) на это же число A .
2. Если все значения признака A уменьшить (увеличить) в одно и то же число K раз, то средняя уменьшится (увеличится) в это же число K раз.

Уменьшив все значения признака на величину A (в качестве A обычно берут значение (x), стоящее в середине вариационного ряда) и разделив полученные результаты на K (K обычно равно ширине интервала), мы найдем условную среднюю:

$$\bar{x}' = \frac{\sum x' \cdot f}{f},$$

где
$$x' = \frac{x - A}{K}.$$

Фактическая средняя определяется по формуле:

$$\bar{x} = \bar{x}' \cdot K + A.$$

Мода – это значение признака, наиболее часто встречающееся в совокупности.

Мода в дискретном ряду распределения – это значение признака, имеющее наибольшую частоту или частость. Мода в интервальном вариационном ряду определяется по формуле:

$$M_o = x_0 + h \cdot \frac{f_m - f_{m-1}}{(f_m - f_{m-1}) + (f_m - f_{m+1})},$$

где x_0 – нижняя граница модального интервала (имеющего наибольшую частоту); h – ширина модального интервала; f_m – частота модального интервала; f_{m-1} – частота предмодального интервала; f_{m+1} – частота послемодального интервала.

Медиана – это значение признака у единицы, стоящей в середине ранжированного (упорядоченного) вариационного ряда. Медиана в дискретном ряду – это значение признака, накопленная частота которого содержит единицу, стоящую в середине ранжированного вариационного ряда.

Медиана интервальных вариационных рядов определяется по формуле:

$$M_e = x_0 + h \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot \sum f - S_{m-1}}{f_m},$$

где x_0 – нижняя граница медианного интервала (накопленная частота которого больше полусуммы всех частот ряда); h – ширина медианного интервала; $\sum f$ – сумма частот ряда; S_{m-1} – сумма частот интервалов, предшествующих медианному (накопленная частота); f_m – частота медианного интервала.

ТЕМА «ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ», «ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ»

ЗАДАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ

Задача 1.

В результате обследования размера каждого пятого вклада от населения в Сбербанке на конец года были получены следующие данные:

Размер вклада, д.е.	До 3	3-5	5-7	7 и выше
Число вкладов	60	90	160	50

1. Определите для выборочной совокупности: средний размер вклада, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации.
2. С вероятностью 0,954 определите для генеральной совокупности:
 - а) границы среднего размера вклада;
 - б) удельный вес вкладов до 5 д.е.
3. Необходимую численность выборки, чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка выборки при определении среднего размера вклада не превышала 0,3 д.е.

Задача 2.

В целях изучения стажа рабочих одного из цехов завода проведена 10%-ная механическая выборка, в результате которой получено следующее распределение рабочих по стажу работы:

Стаж рабочих, лет	Число рабочих, чел.
До 5	5
От 5 до 10	10
От 10 до 15	35
От 15 до 20	25
От 20 до 25	15
Свыше 25	10
Итого	100

1. На основании этих данных вычислите: средний стаж рабочих цеха, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации.
2. С вероятностью 0,954 определите:

- а) предельную ошибку выборочной средней и возможные границы, в которых ожидается средний стаж рабочих цеха;
- б) долю рабочих цеха со стажем работы не более 10 лет.

Задача 3.

В целях изучения затрат времени на изготовление одной детали рабочими завода проведена 10%-ная случайная бесповторная выборка, в результате которой получено следующее распределение деталей по затратам времени:

Затраты времени на одну деталь, мин.	Число деталей, шт.
До 20	10
От 20 до 24	20
От 24 до 28	50
От 28 до 32	15
Свыше 32	5
Итого	100

1. На основании этих данных вычислите: средние затраты времени на изготовление одной детали, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации.

2. С вероятностью 0,954 определить:

- а) предельную ошибку выборочной средней и возможные границы, в которых ожидаются средние затраты времени на изготовление одной детали на заводе;
- б) необходимую численность выборочной совокупности, чтобы предельная ошибка выборки при определении средних затрат времени не превышала 1 минуты.

Задача 4.

С целью изучения производительности труда токарей на машиностроительном заводе было проведено 10%-ное выборочное обследование 100 рабочих методом случайного бесповторного отбора. В результате обследования получены данные о затратах времени на обработку одной детали:

Время обработки одной детали, мин.	18-20	20-22	22-24	24-26	26-28	28-30	Итого
Число работающих	2	8	24	50	12	4	100

Определите:

- а) среднее время обработки одной детали;
- б) дисперсию и среднее квадратическое отклонение;

в) коэффициент вариации;

г) с вероятностью 0,997 предел, в котором находится среднее время обработки одной детали всех токарей завода;

д) с вероятностью 0,954 предел, в котором находится доля рабочих, затрачивающих на обработку одной детали 26 минут и более, в общей численности токарей завода.

Задача 5.

Для изучения оснащения заводов основными производственными фондами было проведено 10%-ное выборочное обследование, в результате которого получены следующие данные о распределении заводов по стоимости основных производственных фондов:

Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, д.е.	До 4	4-8	8-12	Свыше 12	Итого
Число заводов	6	13	21	10	50

Определите:

а) среднюю стоимость основных производственных фондов;

б) дисперсию и среднее квадратическое отклонение;

в) коэффициент вариации;

г) с вероятностью 0,997 границы, в которых будет находиться среднегодовая стоимость основных производственных фондов всех заводов генеральной совокупности;

д) с вероятностью 0,954 границы, в которых будет находиться удельный вес заводов со стоимостью основных фондов свыше 8 млн. руб.

Задача 6.

С целью изучения вкладов в Сбербанке города проведено 10%-ное выборочное обследование 400 вкладчиков, отобранных в случайном бесповторном порядке, в результате которого получены следующие данные:

Размер вклада, д.е.	Число вкладчиков
До 400	32
От 400 до 600	56
От 600 до 800	120
От 800 до 1000	104
Свыше 1000	88
Итого	400

1. На основании этих данных вычислите: средний размер вклада, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации.

2. С вероятностью 0,997 определите:

а) предельную ошибку выборочной средней и возможные границы, в которых ожидается средний размер вклада в сбербанке города;

б) необходимую численность выборки, чтобы предельная ошибка выборки при определении границ среднего размера вклада не превышала 20 д.е.

Задача 7.

Из 2500 рабочих трёх цехов завода подвергнуто пропорциональному типическому отбору 200 человек, которые по проценту выполнения норм выработки распределились следующим образом:

Число рабочих по профессиям Процент выполнения норм выработки	Слесари	Токари	Шлифовщики	Итого
90-100	2	20	18	40
100-110	8	40	12	60
110-120	30	40	30	100
Итого	40	100	60	200

Принимая, что в каждой группе произведена случайная повторная выборка, определить:

1. Возможные пределы среднего процента выполнения норм выработки всеми рабочими завода (с вероятностью 0,954).

2. Возможные пределы доли рабочих, выполняющих нормы выработки не менее чем на 100% (с вероятностью 0,997).

3. Необходимую численность выборки при определении среднего процента выполнения норм выработки, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки не превышала 1%.

4. Необходимую численность выборки при определении доли рабочих, выполняющих нормы выработки не менее чем на 100%, чтобы предельная ошибка выборки не превышала 3% (с вероятностью 0,954).

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ТЕМЕ «ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ»

Среднее линейное отклонение определяют по формуле:

$$L = \frac{\sum |x - \bar{x}| \cdot f}{\sum f},$$

где $|x - \bar{x}|$ – абсолютное значение отклонения от средней величины в группе;
 f – частота группы.

Дисперсия – один из показателей вариации (колеблемости) признака.

Это средний квадрат отклонений от средней величины.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f}.$$

Используя свойства дисперсии, можно расчет производить по способу моментов.

$$\sigma^2 = K^2 \cdot \left[\overline{(x')^2} - (\bar{x}')^2 \right],$$

где $\overline{(x')^2} = \frac{\sum x'^2 \cdot f}{\sum f}$; $(\bar{x}')^2 = \left(\frac{\sum x' \cdot f}{\sum f} \right)^2$.

Для удобства все расчеты оформляют в виде таблицы (таблица 1).

Таблица 1

Расчетная таблица

Группы единиц изучаемого явления	Число единиц, f	Середина интервала, x	$x - A$	$\frac{x - A}{K}, x'$	$x' \cdot f$	$(x')^2$	$(x')^2 \cdot f$
1	2	3	4	5	6	7	8
Итого							

Среднее квадратическое отклонение есть корень квадратный из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}.$$

Коэффициент вариации – относительный показатель вариации, выраженный в процентах:

$$V = \frac{\sigma}{x} \cdot 100.$$

Дисперсия альтернативного признака определяется по формуле:

$$\sigma^2 = p \cdot q,$$

где p – доля единиц совокупности, обладающих данным признаком; q – доля единиц совокупности, не обладающих данным признаком.

Виды дисперсий и правило их сложения

Правило сложения дисперсий: общая дисперсия равна сумме средней из групповых дисперсий и межгрупповой дисперсии

$$\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \delta^2,$$

где σ^2 – общая дисперсия,

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f};$$

$\overline{\sigma_i^2}$ – средняя из групповых дисперсий,

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 \cdot f_i}{\sum f_i};$$

σ_i^2 – групповая дисперсия,

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_i)^2 \cdot f_i}{\sum f_i},$$

где $\bar{x}_i$ – среднее значение признака i -ой группы;

f_i – частота i -ой группы;

δ^2 – межгрупповая дисперсия,

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}.$$

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ТЕМЕ «ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ»

Характеристики выборочной совокупности не совпадают с характеристиками генеральной совокупности.

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm \Delta_x,$$

где $\bar{x}$ – средняя величина признака в генеральной совокупности; $\tilde{x}$ – средняя величина признака в выборочной совокупности; Δ_x – предельная ошибка выборки.

$$\Delta_x = t \cdot \mu_x,$$

где t – коэффициент доверия, зависящий от вероятности.

При вероятности, равной:

0,683 коэффициент $t = 1$;

0,954 коэффициент $t = 2$;

0,997 коэффициент $t = 3$.

μ_x – средняя ошибка выборки для средней:

$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$ – для собственно-случайной повторной выборки.

$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$ – для собственно-случайной бесповторной и механической выборки,

где n – численность выборочной (отобранной для обследования) совокупности; N – численность генеральной (всей изучаемой) совокупности.

Средняя ошибка выборки для типической и серийной выборки рассчитывается по тем же формулам с той лишь разницей, что:

при типической выборке используется средняя из групповых дисперсий:

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 f_i}{\sum f_i},$$

где σ_i^2 – групповая дисперсия; f_i – число единиц в группе.

При серийной выборке – межгрупповая дисперсия:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f}{\sum f},$$

где $\bar{x}_i$ – групповая средняя $\bar{x}_i = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$;

$\bar{x}$ – общая средняя.

Кроме того, при серийном отборе формула средней ошибки выборки имеет следующий вид:

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{S} \left(1 - \frac{s}{S}\right)},$$

где s – число серий в выборке; S – число серий в генеральной совокупности.

Признак, которым каждая единица совокупности или обладает, или не обладает, называется **альтернативным**.

$$p = \omega \pm \Delta_{\omega},$$

где p – доля единиц, обладающих данным признаком в генеральной совокупности; ω – доля единиц, обладающих данным признаком в выборочной совокупности; Δ_{ω} – предельная ошибка выборки для доли.

$$\Delta_{\omega} = t \cdot \mu_{\omega}.$$

Средняя ошибка выборки при определении доли исчисляется по следующей формуле:

$$\mu_{\omega} = \sqrt{\frac{\omega \cdot (1 - \omega)}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где $\omega \cdot (1 - \omega)$ – дисперсия альтернативного признака.

Относительная ошибка выборки:

$$\text{для средней} \quad \Delta_{cp}(\%) = \frac{\Delta_x}{x} \cdot 100\%;$$

$$\text{для доли} \quad \Delta_{\omega}(\%) = \frac{\Delta_{\omega}}{p} \cdot 100\%.$$

Необходимая численность выборки при бесповторном случайном отборе вычисляется по формуле:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{N \Delta^2 + t^2 \sigma^2}.$$

При типической выборке:

$$n = \frac{t^2 \overline{\sigma_i^2} N}{N \Delta^2 + t^2 \overline{\sigma_i^2}}.$$

При серийной выборке:

$$s = \frac{t^2 \delta^2 S}{S \Delta^2 + t^2 \delta^2}.$$

Необходимая численность выборки при определении доли исчисляется по аналогичным формулам с той разницей, что вместо дисперсии количественного признака, используется дисперсия альтернативного признака.

Так, для случайной бесповторной выборки формула необходимой численности выборки будет иметь следующий вид:

$$n = \frac{t^2 \omega(1 - \omega) N}{N \Delta^2 + t^2 \omega(1 - \omega)}.$$

ТЕМА «РЯДЫ ДИНАМИКИ»

ЗАДАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ

Задача 1.

Списочная численность работников фирмы в прошлом году составила: на 1 января – 530 человек, на 1 марта – 570 человек, на 1 июня – 520, на 1 сентября – 430 человек, а на 1 января следующего года – 550 человек. Вычислите среднегодовую численность работников фирмы в прошлом году.

Задача 2.

Остатки вкладов населения в сбербанках города в прошлом году характеризуются следующими данными на 1-е число месяца, тыс. д.е.:

Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль
910,5	920,0	915,4	920,8	917,0	921,3	925,9

Определите:

а) среднемесячные остатки вкладов населения за первый и второй кварталы;

б) абсолютный прирост изменения среднего остатка вклада во втором квартале по сравнению с первым.

Задача 3.

Остаток средств на расчетном счете предприятия составил на 1 января текущего года 180 тыс. руб.; 15 января поступило на расчетный счет 900 тыс. руб.; 22 января списано с расчетного счета 530 тыс. руб.; 27 января поступило на расчетный счет 380 тыс. руб. С 28 января до конца месяца остаток средств на расчетном счете не изменился.

Определите среденесуточный остаток средств на расчетном счете предприятия в январе.

Задача 4.

Ввод в действие жилых домов предприятиями всех форм собственности в одном из регионов в каждом из восьми последних лет характеризуется следующими данными, тыс. м кв. общей площади:

Год	1	2	3	4	5	6	7	8
Ввод в действие жилых домов, тыс. м. кв.	190	185	197	204	215	200	220	235

Для анализа ряда динамики:

- 1) определите цепные и базисные:
 - а) абсолютные приросты;
 - б) темпы роста;
 - в) темпы прироста;
 - г) среднегодовой темп прироста;
- 2) вычислите для каждого года абсолютное значение 1% прироста;
- 3) в целом за весь период рассчитайте среднегодовой абсолютный прирост.

Результаты расчетов оформите в таблице и сделайте выводы.

Задача 5.

Объем продукции фирмы в 2008 году по сравнению с 2007 г. возрос на 2%; в 2009 г. он составил 105% по отношению к объему 2008 года, а в 2010 г. был в 1,2 раза больше объема 2007 г. В 2009 г. фирма выпустила продукции на сумму: 25 млн. руб., что на 10% больше, чем в 2010 г.; в 2012 г. – 30 млн. руб. и в 2013 г. – 37 млн. руб.

Определите:

- а) цепные темпы роста;
- б) базисные темпы прироста по отношению к 2007 году;
- в) абсолютные уровни производства продукции за все годы;
- г) среднегодовой темп роста и прироста за 2007 – 2013 годы.

Задача 6.

Абсолютное значение 1% прироста валового сбора зерновых в фермерском хозяйстве составило в 2013 г. по сравнению с 2007 г. 245 ц., а весь абсолютный прирост валового сбора зерновых за тот же период – 3680 ц. Определите средний годовой абсолютный прирост и средний годовой темп роста валового сбора зерновых в фермерском хозяйстве за 2007 – 2013 годы.

Задача 7.

Розничный товарооборот во всех каналах реализации в области увеличился в 2012 г. по сравнению с 2011 г. на 20%, а в 2013 г. по сравнению с 2012 г. – еще на 10%.

Определите розничный товарооборот в области в 2011, 2012, 2013 годах, если абсолютный прирост розничного товарооборота в 2012 г. по сравнению с 2011 г. составил 3600 млн. руб.

Задача 8.

Известны темпы роста инвестиций по двум регионам (в % к 2010 году):

Регион	2011 г.	2012 г.	2013 г.
А	120	254	308
Б	108	190	240

Определить темпы роста инвестиций за каждый год по сравнению с предшествующим годом и среднегодовые темпы инвестиций для каждого региона. Сформулируйте вывод.

Задача 9.

Численность населения России характеризуется следующими данными:

Годы	На начало года, млн. чел.
2005	143,474
2006	142,753
2007	142,221
2008	142,009
2009	141,904
2010	142,856
2011	142,865
2012	143,056
2013	143,347
2014	143,657

Для анализа численности населения России за 2005-2014 г.г. определите абсолютные приросты, темпы роста и темпы прироста по годам и к 2005 году, значение одного процента прироста. Полученные показатели представьте в таблице. Найдите средний уровень ряда, среднегодовой абсолютный прирост, среднегодовой темп роста и прироста.

Задача 10.

Ввод в действие жилых домов в регионе характеризуется следующими данными:

Годы	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Ввод в действие жилых домов, тыс. кв. м	31,7	33,8	36,4	41	43,6	50,6	61,2	64,1	59,9	58,4

Для анализа ввода в действие жилых домов в регионе за 2005-2014 гг. определите абсолютные приросты, темпы роста и темпы прироста по годам и к 2005 году, значение одного процента прироста. Полученные показатели представьте в таблице. Найдите средний уровень ряда, среднегодовой абсолютный прирост, среднегодовой темп роста и прироста

Задача 11.

Производство картофеля в регионе характеризуется следующими данными:

Годы	Производство картофеля, тыс. тонн
2000	84
2005	78
2006	83
2007	85
2008	82
2009	86
2010	89
2011	88
2012	91
2013	90

Для анализа производства картофеля в регионе за 2005-2013 гг. определите абсолютные приросты, темпы роста и темпы прироста цепные и к 2005 году, значение одного процента прироста. Полученные показатели представьте в таблице. Найдите средний уровень ряда, среднегодовой абсолютный прирост, среднегодовой темп роста и прироста за 2000-2005 гг. и 2005-2013 гг.

Задача 12.

Добыча и производство газа в регионе характеризуется следующими данными:

Годы	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Добыча и производство газа, млн. м ³	157	212	221	236	239	248	257

Для анализа добычи и производства газа в регионе за 2007-2013 гг. определите абсолютные приросты, темпы роста и темпы прироста по годам и к 2007 году, значение одного процента прироста. Полученные показатели представьте в таблице. Найдите средний уровень ряда, среднегодовой абсолютный прирост, среднегодовой темп роста и прироста.

Задача 13.

Имеются следующие данные о розничном товарообороте магазина за первое полугодие:

Месяц	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь
Розничный товарооборот, д.е.	534	465	586	570	654	618

Используя аналитическое выравнивание по прямой, определите объем товарооборота на июль. Охарактеризуйте за полугодие средний размер розничного товарооборота, среднемесячный абсолютный прирост и средний темп прироста товарооборота за полугодие.

Задача 14.

Имеются следующие данные о производстве овощей в регионе.

Годы	Производство овощей, тыс. тонн	Годы	Производство овощей, тыс. тонн
2001	84	2007	85
2002	85	2008	82
2003	83	2009	86
2004	81	2010	89
2003	79	2011	88
2004	80	2012	91
2005	78	2013	90
2006	83	2014	95

Задания:

1. Для изучения общей тенденции производства овощей произведите:

- а) сглаживание уровней ряда динамики с помощью трехчленной скользящей средней,
- б) аналитическое выравнивание ряда динамики.

2. Изобразите графически фактические и выровненные уровни. Сделайте выводы.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Средний уровень интервального ряда динамики абсолютных величин определяется по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n},$$

где y – уровни ряда динамики; n – число уровней.

Средний уровень моментного ряда динамики рассчитывается:

а) по формуле средней арифметической взвешенной, если есть точные сведения о моменте изменения уровня ряда:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i \cdot t_i}{\sum t_i},$$

где y_i – уровень i -го периода;

t_i – продолжительность i -го периода;

б) если нет точных сведений о моменте изменения ряда, то используют формулу средней арифметической взвешенной из средних величин:

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i \cdot t_i}{\sum t_i},$$

где $\bar{y}_i$ – полусумма уровней на начало и конец i -го периода;

в) если нет точных сведений о моменте изменения ряда, но t_i равны между собой, то используется формула средней хронологической:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} \cdot y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2} \cdot y_n}{n-1},$$

где n – число уровней ряда динамики.

y_n – уровень на конец периода.

Абсолютный прирост:

а) цепной $\Delta y_u = y_i - y_{i-1}$;

б) базисный $\Delta y_o = y_i - y_l$.

в) среднегодовой абсолютный прирост:

$$\overline{\Delta y} = \frac{\sum \Delta y_{\text{ц}}}{m} \text{ или } \overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n - 1},$$

где m - число $\Delta y_{\text{ц}}$.

Темп роста:

а) цепной $T_{\text{пц}} = \frac{y_i}{y_{i-1}}$ или $\frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\%$;

б) базисный $T_{\text{пб}} = \frac{y_i}{y_1}$ или $\frac{y_i}{y_1} \cdot 100\%$.

Произведение цепных темпов роста равно соответствующему базисному темпу роста.

в) среднегодовой темп роста:

$$\overline{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \text{ или } \overline{T}_p = \sqrt[m]{k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_m},$$

где k – цепные темпы роста, выраженные в коэффициентах; m – число цепных темпов роста.

Темп прироста:

а) цепной $T_{\text{пр.ц.}} = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}}$ или $\frac{\Delta y_{\text{ц}}}{y_{i-1}} \cdot 100\%$;

б) базисный $T_{\text{пр.б.}} = \frac{y_i - y_1}{y_1}$ или $\frac{\Delta y_{\text{б}}}{y_1} \cdot 100\%$.

$$T_{\text{пр.}} = T_p - 1 \text{ или } \overline{T}_{\text{пр.}\%} - 100\%.$$

Абсолютное значение одного процента прироста равно 0,01 доле предыдущего уровня:

$$\frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} = \frac{y_{i-1}}{100} = 0,01 \cdot y_{i-1}.$$

Результаты расчета представить в таблице:

Показатели анализа ряда динамики

Год	Уровни	Абсолютный прирост		Темп роста		Темп прироста		Абсол. знач. 1% прироста
		цепной	базисный	цепной	базисный	цепной	базисный	
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Аналитическое выравнивание по прямой предполагает нахождение параметров уравнения:

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t,$$

где $\bar{y}_t$ – выравненные (теоретические) уровни ряда динамики; t – показатель времени; a_0 и a_1 – параметры уравнения, которые определяются решением следующей системы нормальных уравнений

$$\begin{cases} a_0 \cdot n + a_1 \cdot \sum t = \sum y, \\ a_0 \cdot \sum t + a_1 \cdot \sum t^2 = \sum y \cdot t, \end{cases}$$

где y – фактические уровни ряда динамики; n – число уровней ряда; t – условное обозначение времени.

Если начало условного отсчета времени поместить в середину изучаемого периода, то $\sum t$ будет равна 0.

При нечетном числе периодов (моментов) времени:

2009	2010	2011	2012	2013
-2	-1	0	+1	+2

При четном числе периодов (моментов) времени:

2008	2009	2010	2011	2012	2013
-5	-3	-1	+1	+3	+5

Это значительно упрощает решение системы уравнений, т.к. при $\sum t = 0$ она примет следующий вид:

$$\begin{cases} a_0 \cdot n = \sum y \\ a_1 \cdot \sum t^2 = \sum y \cdot t \end{cases}, \quad \text{отсюда } a_0 = \frac{\sum y}{n}, \quad a_1 = \frac{\sum y \cdot t}{\sum t^2}.$$

Расчеты целесообразно выполнить в следующей таблице:

Годы	Эмпирический ряд, y_i	Условные обозначения дат, t_i	$y_i \cdot t_i$	t_i^2	Выравненный ряд динамики, $\bar{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t$
1	2	3	4	5	6
Сумма					

Правильность расчета выравненных уровней доказывает равенство:

$$\sum y_i = \sum \bar{y}_t.$$

Используя определенное таким образом уравнение общей тенденции (тренда) развития, можно дать прогноз на будущее (экстраполяция), придав соответствующее значение t для года, на который дается прогноз.

ТЕМА «ИНДЕКСЫ»

ЗАДАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ

Задача 1.

Имеются следующие данные о реализации мясных продуктов на городском рынке:

Продукт	Сентябрь		Октябрь	
	цена за 1 кг., руб.	продано, ц.	цена за 1 кг., руб.	продано, ц.
Свинина	180	26,3	190	24,1
Баранина	150	8,8	150	9,2
Говядина	220	14,5	240	12,3

Рассчитайте:

1. Индивидуальные и общие индексы цен, физического объема реализации и товарооборота.

2. Величину снижения (увеличения) расходов покупателей за счет изменения:

- а) цен;
- б) количества проданных товаров.

Задача 2.

Реализация овощей на рынке характеризуется следующими показателями:

Товары	Январь		Март	
	продано, кг	цена за 1 кг, д.е.	продано, кг	цена за 1 кг, д.е.
Картофель	520	45	480	60
Морковь	310	85	260	125

Вычислите:

1. Индивидуальный и общий (сводный) индекс цен.
2. Общий индекс физического объема товарооборота.
3. Общий индекс товарооборота в фактических ценах.
4. Абсолютную сумму прироста товарооборота в результате изменения:

- а) количества проданных товаров;
- б) цен.

Проверьте систему взаимосвязанных индексов.

Сделайте выводы.

Задача 3.

Имеются следующие данные по машиностроительному заводу:

Вид продукции	Базисный период		Отчетный период	
	выпуск продукции, ед.	отпускная цена за единицу, д.е.	выпуск продукции, ед.	отпускная цена за единицу, д.е.
А. Токарные станки, шт.	50	5 000	45	5 200
Б. Стальное литье, т.	100	120	110	130

1. Определите:

- а). Индивидуальные индексы физического объема продукции и цен.
- б). Общие индексы физического объема продукции, цен и стоимости.

Проверьте взаимосвязь исчисленных общих индексов.

2. Разложите на слагаемые абсолютный прирост (снижение) стоимости продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным за счет изменения объема продукции и цен.

Задача 4.

При увеличении объема продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным на 18% общие затраты на производство по заводу возросли на 14%.

Определите, как изменилась на этом заводе себестоимость единицы продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным.

Задача 5.

По одному из заводов себестоимость продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным снизилась на 6%, а общие затраты на производство возросли на 2%.

Вычислите, как изменился на этом заводе физический объем продукции.

Задача 6.

Имеются следующие данные по предприятию за 2012 и 2013 годы:

Типы станков	Выпущено станков, шт.		Общие затраты на производство, тыс. руб.	
	2012	2013	2012	2013
А	150	200	300	440
Б	80	50	50	56

По приведенным данным вычислите:

1. Индивидуальные индексы себестоимости 1 станка и физического объема.
2. Общий индекс себестоимости 1 станка.
3. Общий индекс физического объема.
4. Общий индекс затрат на производство.
5. Абсолютное изменение затрат на производство продукции всего и за счет изменения отдельных факторов.

Задача 7.

Имеются следующие данные о реализации молочных продуктов на городском рынке:

Продукт	Товарооборот, тыс. руб.		Изменение цены в декабре по сравнению с ноябрем, %
	ноябрь	декабрь	
Молоко	90,7	60,3	+ 2,1
Сметана	40,5	40,0	+ 3,5
Творог	120,9	110,5	+ 4,2

Рассчитайте сводные индексы цен, товарооборота и физического объема реализации.

Задача 8.

Имеются следующие данные по заводу строительных пластмасс:

Вид продукции	Общие затраты на производство в предшествующем году, д.е.	Изменение объема производства в натуральном выражении, %
Линолеум	2 427	+ 6,5
Винилискожа	985	+ 4,5
Пеноплен	1 365	- 2,0
Пленка	771	- 11,0

Сделайте сводную оценку увеличения производства продукции (в натуральном выражении).

Задача 9.

По торговому предприятию имеются следующие данные о реализации стиральных машин:

Марка стиральной машины	Цена в январе, тыс.руб.	Цена в феврале, тыс.руб.	Товарооборот февраля, тыс. руб.
Индезит	30,0	30,1	490,6
Бош	30,5	30,6	540,0
Эврика	7, 0	7,2	390,6

Определите:

1. Средний рост цен на данную группу товаров по торговому предприятию.
2. Увеличение расходов покупателей от роста цен.

Задача 10.

Имеются следующие данные:

Вид продукции	Общие затраты на производство продукции, д.е.		Процент изменения себестоимости единицы продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным
	базисный период	отчетный период	
Железо листовое	460,0	544,8	-1,3
Рельсы трамвайные	293,0	374,5	+1,2
Чугун передельный	7,0	6,7	Без изменения

Определите:

1. Общие индексы себестоимости, затрат на производство и физического объема продукции.
2. Сумму увеличения (снижения) общих затрат за счет изменения себестоимости продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным.

Задача 11.

Имеются следующие данные по торговой организации:

Вид продукции	Изменение в среднем по сравнению с предыдущим периодом, %			
	1 квартал	2 квартал	3 квартал	4 квартал
Цены на товары	+14	-10	...	+12
Физический объем проданных товаров	...	+6	-9	-13
Товарооборот	+1	...	+25	...

Используя системы взаимосвязанных индексов, найдите недостающие показатели в таблице.

Задача 12.

Среднемесячная заработная плата рабочих по двум строительным организациям характеризуется следующими данными:

Строительная организация	Средняя зарплата, д.е.		Число рабочих	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	20	22	1000	1200
2	18	19	900	1500

1. Определите: общие индексы средней заработной платы переменного и фиксированного состава, а также индекс влияния структурных сдвигов.

2. Разложите на слагаемые:

а) абсолютный прирост фонда заработной платы рабочих в отчетном периоде по сравнению с базисным за счет изменения числа рабочих и их среднего заработка;

б) абсолютное изменение средней заработной платы за счет изменения размера заработной платы и структуры рабочих.

Задача 13.

Строительно-производственная деятельность двух ДСК города характеризуется следующими данными:

Домостроительный комбинат	Построено жилья, тыс. м ²		Себестоимость 1 м ² , тыс. руб.	
	2012	2013	2012	2013
ДСК – 1	53	68	20,5	20,7
ДСК - 2	179	127	20,7	20,9

Рассчитайте индексы себестоимости переменного и постоянного составов, а также индекс влияния структурных сдвигов.

Объясните результаты расчетов.

Задача 14.

Имеются следующие данные о выплавке чугуна на трех производственных объединениях черной металлургии:

Предприятие	Выплавка чугуна по годам, млн.т.		Численность рабочих по годам, чел.	
	2013	2014	2013	2014
1	43,8	52,0	1752	2000
2	30,0	32,5	1250	1300
3	11,4	8,4	570	400

1. Рассчитайте индексы производительности труда:

а) фиксированного состава;

б) переменного состава;

в) индекс структурных сдвигов.

2. Разложите общий прирост выплавки чугуна по факторам:

а) за счет изменения числа рабочих;

б) за счет изменения производительности труда.
Проанализируйте полученные результаты.

Задача 15.

Имеются данные о добыче угля и его себестоимости:

Шахта	Добыча угля, млн.т.		Себестоимость добычи 1 т., д.е..	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
А	86,2	126,7	9,0	8,8
Б	131,1	98,4	12,1	12,3

1. Рассчитайте:

- а) индексы себестоимости фиксированного и переменного состава;
- б) индекс структурных сдвигов.

2. Разложите общий прирост затрат на добычу угля по факторам:

- а) за счет изменения себестоимости;
- б) за счет изменения объема добычи угля.

Проанализируйте полученные результаты.

Задача 16.

Определите изменение средней цены товара А, реализуемого на нескольких оптовых рынках, если индекс цен фиксированного состава равен 108,4%, а влияние структурных сдвигов в реализации товаров на изменение средней цены составляет 0,7%.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

В теории и практике статистики разработана символика и применяются следующие условные обозначения:

- i – индивидуальные индексы;
- I – общие индексы;
- q – объем продукции, товаров и т.д.;
- p – цена;
- Z или C – себестоимость;
- S или f – заработная плата;
- T – общие затраты труда;
- W – выработка;

t – трудоемкость.

Значениям базисного показателя придается знак «0», отчетного – «1».

Индивидуальные индексы исчисляются по формулам:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}; \quad i_p = \frac{p_1}{p_0}; \quad i_{pq} = \frac{p_1 \cdot q_1}{p_0 \cdot q_0}.$$

При построении агрегатных формул общих индексов следует учитывать правило: если индексируемая величина – качественный показатель, то веса берут на уровне отчетного периода; если индексируемая величина – количественный показатель, то веса берут на уровне базисного периода.

В индексе стоимости продукции в качестве индексируемой величины выступает стоимость продукции, равная произведению цены на количество продукции ($p \cdot q$).

Поэтому:

$$I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1}, \quad I_q = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0}, \quad I_{pq} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0}.$$

Индексы как относительные величины характеризуют изменение явления в коэффициентах или процентах.

Абсолютное выражение изменения стоимости продукции можно определить как разницу между числителем и знаменателем индекса стоимости продукции:

$$\Delta p \cdot q = \sum p_1 \cdot q_1 - \sum p_0 \cdot q_0.$$

Данная система индексов позволяет разложить изменение общей величины (стоимости продукции) по факторам. Поскольку стоимость продукции есть результат действия двух факторов (цены и объема производства), то изменение каждого из них влечет за собой изменение и стоимости продукции. Изменение стоимости за счет изменения цены определим как разницу между числителем и знаменателем индекса цен:

$$\Delta p \cdot q_{(p)} = \sum p_1 \cdot q_1 - \sum p_0 \cdot q_1,$$

а за счет изменения объема продукции – как разницу между числителем и знаменателем индекса физического объема продукции:

$$\Delta p \cdot q_{(q)} = \sum q_1 \cdot p_0 - \sum q_0 \cdot p_0.$$

При этом $\Delta p \cdot q_{(p)} + \Delta p \cdot q_{(q)} = \Delta p \cdot q$.

Между индексами существует та же взаимосвязь, что и между явлениями. Поскольку стоимость продукции есть произведение цен и объема продукции, то и индекс стоимости продукции равен произведению индекса цен и индекса физического объема продукции.

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q.$$

Так же взаимосвязаны и индексы затрат на производство, себестоимости и физического объема продукции:

$$I_z = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 \cdot q_1}, \quad I_q = \frac{\sum q_1 \cdot z_0}{\sum q_0 \cdot z_0}, \quad I_{zq} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 \cdot q_0}, \quad I_{zq} = I_z \cdot I_q.$$

Расчет индексов по агрегатным формулам возможен, если есть полные данные как об индексируемой величине, так и о весах на отчетном и базисном уровне. Если таких данных нет, то приходится исчислять индексы как среднюю взвешенную величину из индивидуальных индексов.

Используются формулы среднеарифметического и среднегармонического индексов:

$$I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum \frac{p_1 \cdot q_1}{i_p}}, \quad I_q = \frac{\sum i_q \cdot q_0 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0}.$$

При выборе формы средней следует иметь в виду, что агрегатный индекс – основная форма всякого индекса и средний из индивидуальных будет тогда правильным, когда он тождествен агрегатному.

При индексном анализе динамики средних уровней качественного показателя исчисляют индексы переменного и постоянного состава.

Индекс переменного состава характеризует изменение средней величины качественного показателя по всей совокупности:

$$I_{\bar{p}} = \bar{p}_1 : \bar{p}_0 = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0}.$$

Индекс постоянного состава характеризует изменение величины качественного показателя в среднем по отдельным объектам совокупности:

$$I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1}.$$

Как видно из формулы, на величину индекса переменного состава оказывает влияние изменение самих цен и изменение состава (структуры) продук-

ции. Для выявления влияния на изменение средней величины изменения структуры продукции исчисляют индекс влияния структурных сдвигов.

$$I_{\text{вл. стр. сдв.}} = \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0}.$$

$$I_{\text{вл. стр. сдв.}} = \frac{I \text{ переменного состава}}{I \text{ постоянного состава}}.$$

Индивидуальные индексы производительности труда могут быть рассчитаны по формулам:

$$i_w = \frac{w_1}{w_0} \text{ или } i_w = \frac{t_0}{t_1},$$

где w – выработка продукции в единицу времени; t – затраты труда на единицу продукции.

Общие индексы производительности труда постоянного состава рассчитывают по формулам:

а) $I = \frac{\sum W_1 \cdot T_1}{\sum W_0 \cdot T_1}$, где T – затраты труда на весь объем продукции.

б) $I = \frac{\sum t_0 \cdot q_1}{\sum t_1 \cdot q_1}$, где q – объем продукции.

Индексы производительности труда переменного состава:

а) $I_w = \frac{\sum q_1}{\sum T_1} : \frac{\sum q_0}{\sum T_0} = \bar{W}_1 : \bar{W}_0$. Это натуральный индекс, он может быть

использован при одноименной продукции;

б) Если продукция разноименная, используют стоимостной индекс производительности труда:

$$I_w = \frac{\sum q_1 \cdot p_1}{\sum T_1} : \frac{\sum q_0 \cdot p_0}{\sum T_0} = \bar{W}_1 : \bar{W}_0, \text{ где } p - \text{цена единицы продукции.}$$

Общий индекс производительности труда можно рассчитать как средний арифметический из индивидуальных индексов (индекс С.Г. Струмилина):

$$I_{\text{пр. тр.}} = \frac{\sum i \cdot t_1 \cdot q_1}{\sum t_1 \cdot q_1} = \frac{\sum i \cdot T_1}{\sum T_1}.$$

ТЕМА «СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ СВЯЗИ»

Задания к выполнению

Имеются следующие данные о деятельности 30 заводов:

Номер завода	Стоимость основных фондов, д.е.	Валовая продукция в оптовых ценах, д.е.
1	3,8	2,4
2	2,0	6,8
3	4,9	9,3
4	3,4	6,5
5	5,8	7,0
6	5,6	11,1
7	12,0	3,9
8	4,4	9,5
9	2,9	6,1
10	4,0	8,7
11	3,6	10,0
12	3,9	6,3
13	4,7	8,7
14	5,9	7,0
15	3,7	11,6

Номер завода	Стоимость основных фондов, д.е.	Валовая продукция в оптовых ценах, д.е.
16	9,0	10,9
17	4,9	8,5
18	4,5	6,3
19	5,8	7,0
20	5,6	11,1
21	5,7	19,0
22	2,8	4,2
23	6,2	8,6
24	2,8	6,0
25	3,7	5,4
26	4,3	5,5
27	5,9	16,8
28	2,9	4,6
29	4,1	8,3
30	2,6	7,0

Вычислите параметры линейного уравнения регрессии и коэффициент парной корреляции. Охарактеризуйте зависимость выпуска валовой продукции от стоимости основных производственных фондов:

- а) по данным первых 10 заводов;
- б) по данным заводов с 11 по 20;
- в) по данным заводов с 21 по 30.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Для изучения взаимосвязи между признаками следует определить параметры линейного уравнения связи (уравнения регрессии)

$$\bar{y} = a_0 + a_1 \cdot x,$$

где y – значения результативного признака; x – значения факторного признака; a_0 и a_1 – параметры уравнения регрессии, которые определяют путем решения системы нормальных уравнений:

$$\begin{cases} n \cdot a_0 + a_1 \cdot \sum x = \sum y \\ a_0 \cdot \sum x + a_1 \cdot \sum x^2 = \sum y \cdot x \end{cases}$$

Параметр a_0 имеет расчетное значение. Знак при коэффициенте a_1 – показывает направление зависимости. Если a_1 положительно – связь прямая, отрицательно – связь обратная. Численное значение a_1 показывает, на сколько единиц увеличивается значение результативного признака при изменении факторного на единицу.

Линейный коэффициент корреляции можно рассчитать по формуле:

$$r = \frac{\overline{x \cdot y} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y},$$

где (для несгруппированных данных):

$$\begin{aligned} \overline{x \cdot y} &= \frac{\sum x \cdot y}{n}; & \bar{x} &= \frac{\sum x}{n}; & \bar{y} &= \frac{\sum y}{n}; \\ \sigma_x &= \sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}; & \overline{x^2} &= \frac{\sum x^2}{n}; & (\bar{x})^2 &= \left(\frac{\sum x}{n} \right)^2; \\ \sigma_y &= \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2}; & \overline{y^2} &= \frac{\sum y^2}{n}; & (\bar{y})^2 &= \left(\frac{\sum y}{n} \right)^2. \end{aligned}$$

Линейный коэффициент корреляции характеризует направление и тесноту связи. Если r положителен – связь прямая, отрицателен – обратная. Чем ближе r по модулю к единице, тем теснее связь, чем ближе к нулю – тем слабее.

Расчеты оформляют в виде таблицы:

x	y	$x \cdot y$	x^2	y^2

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Статистика: учебник для вузов/ под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Юрайт, 2011. – 565 с.
2. Ефимова, М.Р. Практикум по общей теории статистики: учеб. пособие/ М.Р. Ефимова, О.И. Ганченко, Е.В. Петрова. – М.: Финансы и статистика, 2007. – 367 с.
3. Гусаров, В.М. Статистика: учеб.пособие \В.М. Гусаров, Е.И Кузнецова. – М.: Юнити-Дана, 2012. – 480 с.
4. Годин, А.М. Статистика: учебник для вузов /А.М. Годин. – Изд. 5-е, перераб. и испр.. – М.: Дашков и К, 2007. – 459 с.
5. Харченко, Н.М. Статистика: учебник/ Н.М. Харченко. – М.: Дашков и К, 2007. - 366 с.
6. Перова, М. Б. Статистика промышленности: учеб.пособие/ М. Б. Перова. - Вологда: ВоГТУ, 2008. - 107 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.librari.vstu.edu.ru/biblio/perova/book4/index.html>.
7. Усова, Р. А. Общая теория статистики: учеб.пособие/ Р. А. Усова, Д. Л. Усов. - Вологда: ВоГТУ, 2008. - 88 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.librari.vstu.edu.ru/biblio/usova/book4.index/html1>.
8. Общая теория статистики: метод.пособие по выполнению практ. работ: ЭФ: специальности: все эконом.: направления бакалавриата: все эконом. Ч. 1/ сост. Н. А. Никитина. - Вологда: ВоГТУ, 2009. - 59, [1] с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.librari.vstu.edu.ru/biblio/nikitina/book3/-nikitina-ots/pdf>.
9. Общая теория статистики: метод.указания по выполнению практ. работ: ЭФ: специальности: все эконом.: направления бакалавриата: все эконом. Ч. 2/ сост. Н. А. Никитина. - Вологда: ВоГТУ, 2009. - 34 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.librari.vstu.edu.ru/biblio/nikitina/book4/-nikitina-ots2.pdf>.

Подписано в печать 15.05.2014. Усл. печ. л. . Тираж .
Печать офсетная. Бумага офисная. Заказ № _____

Отпечатано: РИО ВоГУ, г. Вологда, ул. Ленина, 15

