

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВПО «ВОЛОГОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

УТВЕРЖДАЮ



06 сентября 2011г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

АЛГЕБРА

Специальность
050201 «Математика»

Форма обучения
ЗАОЧНАЯ

Вологда
2011

Рецензент (ы) проф., д. ф.-м. н. Губа В.С.

Изменения рабочей программы дисциплины «Алгебра», утвержденные методической комиссией факультета

[illegible]

1. Цели освоения дисциплины

Цели освоения дисциплины «Алгебра» – изучить основные алгебраические структуры и сформировать общую алгебраическую культуру, необходимую будущему учителю как для глубокого понимания математических основ курса физики, так и для использования интегрирующих связей алгебры и смежных дисциплин при построении школьных элективных и факультативных курсов.

2. Место дисциплины в общей системе подготовки специалиста

Дисциплина относится к циклу ДПП. Для освоения дисциплины студенты используют знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предметов «Математика», «Информатика», «Физика» на предыдущем уровне образования.

Освоение данной дисциплины необходимо для изучения ряда разделов дисциплин «Геометрия», «Математический анализ», «Численные методы», «Дискретная математика».

3. Требования к уровню освоения содержания дисциплины

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- основы алгебраической теории;
- основные разделы алгебры, классические факты, утверждения и методы указанной предметной области;

Уметь:

- решать типовые задачи в указанной предметной области;
- доказывать все основные формулы,
- производить операции над комплексными числами, применять их к решению ряда геометрических и тригонометрических задач;
- решать системы линейных уравнений.

Владеть:

- навыками решения типовых алгебраических задач;
- представлениями о связи алгебры со школьным курсом математики;
- представлениями о связи алгебры с физикой.

4. Извлечение из ГОС ВПО специальности (520 ЧАСОВ)

Понятия группы, кольца, поля. Алгебры, алгебраические системы. Кольца классов вычетов. Поле комплексных чисел. Кольцо многочленов от одной переменной над полем. Теория делимости. Системы линейных уравнений. Матрицы и определители. Векторные пространства. Евклидовы пространства. Линейные преобразования и их матрицы. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов. Подгруппы. Смежные классы по подгруппе, фактор-группы. Подкольца. Идеалы кольца, фактор-кольца. Кольца главных идеалов. Евклидовы и факториальные кольца. Факториальность кольца многочленов над факториальным кольцом. Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Неприводимые над полем действительных чисел многочлены. Расширения полей, алгебраические и конечные расширения, приложение к задачам на построение с помощью циркуля и линейки.

5. Структура и содержание дисциплины «Алгебра»

5.1 Общая трудоемкость дисциплины составляет 520 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	КУРС	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Форма промежуточной аттестации
			лекции	практики	с/р	
1	Начала алгебры	1	16	16	100	Кр, коллоквиум, экзамен
2	Линейная алгебра. Группы и кольца	2	14	12	200	Кр, экзамен
3	Теория многочленов	4	10	6	146	Кр, экзамен

5.2 Содержание разделов дисциплины.

Раздел 1.

Натуральные числа. Свойство минимальности и принцип математической индукции. Метод математической индукции.

Алгебраические операции. Бинарные операции и их свойства. Подстановки.

Группы и их простейшие свойства. Кольца и поля.

Кольцо целых чисел. Простейшие свойства делимости. Теорема о делении с остатком.

Делимость целых чисел. Наибольший общий делитель и алгоритм Евклида. Взаимно простые числа. Наименьшее общее кратное и его связь с наибольшим общим делителем.

Отношение сравнимости по mod m .

Системы счисления. Систематическая запись натурального числа.

Поле комплексных чисел. Построение поля комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа.

Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Извлечение квадратного корня. Решение квадратных уравнений с комплексными коэффициентами. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.

Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра.

Извлечение корня n -й степени из комплексного числа. Первообразные корни. Геометрические и тригонометрические применения комплексных чисел.

Многочлены с целыми коэффициентами. Деление многочлена на двучлен. Схема Горнера. Теорема Безу. Рациональные корни целочисленных многочленов.

Делимость многочленов. Наибольший общий делитель двух многочленов и алгоритм Евклида.

Раздел 2.

Арифметическое n -мерное векторное пространство. Системы линейных уравнений. Равносильные системы и элементарные преобразования системы. Метод последовательного исключения переменных (метод Гаусса).

Векторные пространства и их простейшие свойства. Подпространство. Линейная оболочка. Пространство решений однородной системы линейных уравнений.

Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис и ранг конечной системы векторов. Конечномерные векторные пространства. Размерность арифметического векторного пространства $R^{(n)}$. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Линейное многообразие. Изоморфизм векторных пространств.

Матрицы и операции над ними. Обратимые матрицы. Столбцовый и строчечный ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.

Определители и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке (столбцу). Теорема об умножении определителей. Теорема об обратной матрице. Система Крамера и ее решения.

Скалярное произведение. Определение, примеры и простейшие свойства евклидовых пространств.

Длина вектора в евклидовом пространстве. Неравенство Коши-Буняковского. Понятие величины угла между векторами.

Ортогональность векторов. Матрица Грама. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Изоморфизм евклидовых пространств.

Линейные операторы и их матрицы. Ядро и образ линейного оператора. Матрица перехода. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.

Линейные операторы с простым спектром.

Раздел 3.

Группы. Простейшие свойства групп. Группа классов вычетов целых чисел. Симметрическая группа. Изоморфизм групп. Подгруппы. Знакопеременная группа.

Порядок элемента группы. Циклические группы.

Смежные классы по подгруппе, теорема Лагранжа. Нормальные подгруппы, фактор-группы. Гомоморфизмы групп. Теорема о гомоморфизмах групп..

Кольца. Подкольца. Идеалы кольца, главные идеалы. Операции над идеалами. Фактор-кольца. Гомоморфизмы колец.

Кольцо классов вычетов. Полная система вычетов. Группа классов вычетов, взаимно простых с модулем. Приведенная система вычетов. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма.

Область целостности. Характеристика кольца. Отношение делимости в кольцах. Группа обратимых элементов. Ассоциированные элементы.

Евклидовы кольца. Кольца главных идеалов. Факториальные кольца. Факториальность кольца главных идеалов.

Построение поля частных кольца.

Раздел 4.

Определение кольца многочленов от одной переменной над произвольным кольцом.

Кольцо многочленов от нескольких переменных. Симметрические многочлены. Формулы Виета. Основная теорема о симметрических многочленах.

Кольцо многочленов от одной переменной над произвольным полем. Неприводимые над данным полем многочлены. Разложение многочленов на неприводимые множители.

Многочлены над полями комплексных и действительных чисел. Основная теорема алгебры многочленов. Уравнения 3-й и 4-й степеней. Система многочленов Штурма.

Факториальность кольца многочленов над факториальным кольцом.

Многочлены над полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.

Простое алгебраическое расширение поля. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби. Другие виды расширений полей, приложения к задачам на построение с помощью циркуля и линейки.

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Бухштаб А.А. Теория чисел: учебное пособие/ А. А. Бухштаб. – СПб. [и др.]: Лань, 2008.–384 с. 20 экз
2. Виноградов И.М. Основы теории чисел: учебное пособие/ И. М. Виноградов. – СПб. [и др.]: Лань, 2009.–176 с. 5 экз
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры: учеб. для вузов по специальностям "Математика", "Прикладная математика"/ А. Г. Курош. – СПб.; М., Краснодар: Лань: Физматкнига, 2007. –432 с. 20 экз
4. Проскуряков, И. В.. Сборник задач по линейной алгебре: учеб. пособие/ И. В. Проскуряков. - 10-е изд., стер.. - СПб. [и др.]: Лань, 2007. - 480 с. - (Лучшие классические учебники. Математика). 20 экз

б) дополнительная литература:

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру (ч. 1): учебник для университетов по специальностям "Математика" и "Прикладная математика"/ А. И. Кострикин. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.– 272 с.
2. Кострикин А.И. Введение в алгебру (ч. 2): учеб. для университетов по спец. "Математика" и "Прикладная математика"/ А. И. Кострикин. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.–368 с.
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру (ч. 3): учеб. для университетов по спец. "Математика" и "Прикладная математика"/ А.И. Кострикин. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.–272 с.
4. Куликов Л.Я. Сборник задач по алгебре и теории чисел: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов/ Л.Я. Куликов, А.И. Москаленко, А.А. Фомин. – М.: Просвещение, 1993. – 288 с.
5. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел/ Л.Я. Куликов. – М.; Высшая школа, 1979. – 559 с.
6. Нестеренко Ю. В. Теория чисел: учебник для вузов по специальности "Математика"/ Ю. В. Нестеренко. – М.: Академия, 2008. – 272 с.
7. Окунев Л. Я. Высшая алгебра: учебник/ Л. Я. Окунев. – СПб. [и др.]: Лань, 2009.– 336 с.
8. Тестов В.А. Вводные лекции по курсу алгебры и теории чисел/ В.А. Тестов. – Вологда: Русь, 2000, – 40 с.
9. Тестов В.А. Теория делимости и ее приложения к школьному курсу математики / В.А. Тестов. – М.: МПГУ, 1997. – 92 с.
10. Каминский Т.Э. Алгебраические структуры в интервальной арифметике / Т.Э. Каминский. – Вологда: ВГПУ, 2010.– 88 с.
11. Тестов В. А. Алгебра и теория чисел (ч. 1): учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак./ В. А. Тестов. – Вологда: Русь, 2003.– 139с.
12. Кострикин А.И. Линейная алгебра и геометрия: учеб. пособие [для механико-математических специальностей вузов]/ А. И. Кострикин, Ю. И. Манин. – СПб. [и др.]: Лань, 2005. –304 с.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. Московский центр непрерывного математического образования (МЦНМО)
<http://www.mccme.ru>
2. Общероссийский математический портал Math_Net.Ru
<http://www.mathnet.ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Освоение дисциплины «Алгебра и теория чисел» предполагает использование для проведения лекционных занятий академической аудитории, оснащенной необходимыми техническими средствами (компьютер, проектор, экран).

8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:

Контрольная работа №1

1. Докажите, что при любом натуральном n выполняется равенство:

$$1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + \dots + n \cdot (2n+1) = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (4n+5)}{6}.$$

2. Выясните, какими свойствами (рефлексивность, симметричность, транзитивность) обладает бинарное отношение ρ , определенное на $\mathbb{Q}$, и какими не обладает:

$$x \rho y \Leftrightarrow y = \sqrt{x^2}.$$

3. Докажите тождество: $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \cap (A \cup \bar{C})$.
4. Заполните истинностную таблицу для формулы: $\neg p \& q \Rightarrow p \vee \neg q \vee \neg r$.
5. Докажите тождество: $C_N^{K-1} + C_N^K = C_{N+1}^K$.

Контрольная работа №2

1. Найти корни квадратного уравнения, ответ предоставить в алгебраической форме $36x^2 - 36x + 13 = 0$.
2. Найти $f(z_0)$

$$f(z) = \frac{2z}{z^2 - 4} \quad \text{и} \quad z_0 = 2 - 3i.$$

3. Решить систему линейных уравнений

$$\begin{cases} z_1 + (3-i)z_2 = -12 + 12i \\ (-2-3i)z_1 + z_2 = -4 - 3i \end{cases}$$

4. Найти все корни уравнения в тригонометрической форме $iz^3 + 4 + i = 0$.
5. Вычертить область, заданную неравенствами $|z-1| \leq 1, \quad |z+1| > 2$.

Контрольная работа №3

1. Вычислить $f(A)$, если $f(x) = -x^3 + 2 \cdot x^2 - x + 3$ и $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.
2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{vmatrix}.$$

3. Найти матрицу обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}.$$

4. Решить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Вычислить ранг матрицы приведением к ступенчатому виду:

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}.$$

Контрольная работа №4

1. Доказать, что множество матриц порядка n , элементы которых удовлетворяют условию $a_{ij} = a_{ji}$ ($1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n$), с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число является линейным пространством над $\mathbb{R}$. Найти какой-нибудь базис и размерность этого пространства.

2. В линейном пространстве $L^{(4)}$ заданы две системы векторов: e, e' . Найти базисы и размерности суммы и пересечения подпространств, натянутых на эти системы

$$e_1 = (1 \ 1 \ 1 \ 1); \quad e'_1 = (1 \ 1 \ 2 \ 1);$$

$$\text{векторов. } e_2 = (1 \ 2 \ 1 \ 2); \quad e'_2 = (3 \ 4 \ 4 \ 4);$$

$$e_3 = (0 \ 1 \ 0 \ 1); \quad e'_3 = (1 \ 2 \ 0 \ 2).$$

3. Найти систему линейных уравнений, задающую линейное пространство, натянутое на систему векторов:

$$a_1 = (1, 2, 1, 3); a_2 = (2, 1, 1, 1); a_3 = (3, 3, 2, 4).$$

4. Найти матрицу перехода от первого базиса ко второму.

$$a_1(-2 \ 1 \ 2); \quad b_1(1 \ -2 \ 1);$$

$$a_2(2 \ -2 \ 1); \quad b_2(-4 \ 2 \ 9);$$

$$a_3(1 \ -1 \ 3); \quad b_3(11 \ -8 \ -1).$$

Контрольная работа №5

1. Разделить многочлен $f(x)$ с остатком на многочлен $g(x)$:

$$f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 5x + 6, \quad g(x) = x^2 - 3x + 1.$$

2. Найти наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное многочленов

$$f(x) \text{ и } g(x):$$

$$f(x) = 2x^5 + x^4 - 7x^3 - 7x^2 + x + 2, \quad g(x) = 2x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 1.$$

3. Пользуясь схемой Горнера, найдите значение многочлена $f(x) \in \mathbb{C}[x]$ в точке x_0 :

$$f(x) = x^4 + 2ix^3 - (1+i)x^2 - 3x + 7 + i, \quad x_0 = -2 - i.$$

Теорема: Если комплексное число x_0 является корнем многочлена с

действительными коэффициентами, то сопряжённое число $\overline{x_0}$ также является корнем этого многочлена.

4. Найдите корни уравнения с действительными коэффициентами, зная, что x_0 k -кратным корнем:

$$x^5 - 6x^4 + 15x^3 - 20x^2 + 14x - 4 = 0, \quad x_0 = 1 + i, \quad k = 1.$$

5. Решите систему линейных уравнений (над полем $\mathbb{C}$):

$$\begin{cases} x^3 + y^3 + z^3 = 27, \\ xy + zx + yz = x + y + z, \\ xyz = 1. \end{cases}$$

Примерный перечень вопросов к экзамену (3-й семестр)

1. Подстановки. Определители n -го порядка.
2. Миноры и алгебраические дополнения.
3. Формула обратной матрицы
4. Системы Крамера
5. Определитель произведения матриц
6. Определитель Вандермонда
7. Векторные пространства и их простейшие свойства.
8. Подпространство. Критерий подпространства. Линейная оболочка.
9. Подпространство решений однородной системы линейных уравнений
10. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
11. Базис и ранг конечной системы векторов.
12. Конечномерные векторные пространства. Размерность арифметического векторного пространства $R^{(n)}$.
13. Столбцовый и строчечный ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
14. Теорема Кронекера – Капелли.
15. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.
16. Линейное многообразие.
17. Изоморфизм векторных пространств.
18. Скалярное произведение. Определение, примеры и простейшие свойства евклидовых пространств.
19. Длина вектора в евклидовом пространстве. Неравенство Коши-Буняковского. Понятие величины угла между векторами.
20. Ортогональность векторов. Матрица Грама. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
21. Изоморфизм евклидовых пространств.
22. Линейные операторы и их матрицы.
23. Ядро и образ линейного оператора.
24. Матрица перехода. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.
25. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.
26. Линейные операторы с простым спектром.

Примерный перечень вопросов к экзамену (4-й семестр)

1. Группы. Простейшие свойства групп. Группа классов вычетов целых чисел. Симметрическая группа.
2. Изоморфизм групп. Подгруппы. Знакопеременная группа.
3. Порядок элемента группы. Циклические группы.
4. Смежные классы по подгруппе, теорема Лагранжа.
5. Нормальные подгруппы.

6. Факторгруппа.
7. Гомоморфизмы групп.
8. Теорема о гомоморфизмах групп..
9. Кольца. Подкольца.
10. Идеалы кольца, главные идеалы.
11. Операции над идеалами.
12. Факторкольцо.
13. Гомоморфизмы колец. Теорема о гомоморфизмах.
14. Евклидовы кольца.
15. Кольца главных идеалов. Факториальные кольца.
16. Построение поля частных кольца.
17. Область целостности. Характеристика кольца.
18. Отношения делимости и ассоциированности в кольцах. Группа обратимых элементов.
19. Отношение сравнимости по модулю в кольце $\mathbb{Z}$
20. Кольцо классов вычетов. Полная система вычетов.
21. Группа классов вычетов, взаимно простых с модулем. Приведенная система вычетов.
22. Функция Эйлера.
23. Теоремы Эйлера и Ферма.
24. Системы сравнений с неизвестной.
25. Неопределенные уравнения.
26. Конечные цепные дроби.
27. Подходящие дроби и их применение к решению сравнений.
28. Порядок числа и класса вычетов по данному модулю. Число классов с заданным порядком.
29. Первообразные корни. Теорема о существовании первообразного корня по простому модулю.
30. Индексы чисел и классов вычетов по данному модулю. Двучленные сравнения по простому модулю.
31. Квадратичные вычеты и невычеты. Символ Лежандра.
32. Арифметические приложения теории сравнений. Признаки делимости,
33. Определение длины периода десятичной дроби.
34. Бесконечные цепные дроби. Представление действительных чисел цепными дробями.
35. Алгебраические и трансцендентные числа.

Дополнительные задания к экзамену

1. Обладают ли операции $a \vee b$, $a \wedge b$ на множестве натуральных чисел свойствами коммутативности и ассоциативности? Существует ли нейтральный элемент?
2. Проверить выполнимость свойств коммутативности, ассоциативности, дистрибутивности, существования нейтрального и обратного элементов для операций $\min(a, b)$, $\max(a, b)$ на множестве действительных чисел.
3. Замкнуты ли относительно операции a^b множества $\mathbb{Z}$, $2\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^+$?
4. Доказать, что если в линейно упорядоченном множестве есть хотя бы один минимальный элемент, то он является и наименьшим.
2. Проверить, является ли группой относительно сложения множество целых чисел, кратных 3.
3. Проверить, является ли кольцом (полем) множество чисел вида $\frac{2n}{2m+1}$, где n и m – целые.
4. Доказать, что в группе $(a_1 a_2 \dots a_k)^{-1} = a_k^{-1} \dots a_2^{-1} a_1^{-1}$

5. Записать в виде сравнения следующее утверждение: число a имеет вид $8k-3$.
6. Проверить, будет ли отношением эквивалентности на множестве действительных чисел отношение, определяемое равенством $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} y$.
7. Доказать, что если $a \equiv b \pmod{m}$, $a \equiv b \pmod{n}$ и m, n – взаимно простые, то $a \equiv b \pmod{mn}$.
8. Составить таблицы сложения и умножения для кольца $\mathbb{Z}_6$.
9. Решить уравнение $\bar{3} - \bar{x} = \bar{7}$, где классы вычетов берутся по модулю 11.
10. Найти все обратимые элементы в кольце $\mathbb{Z}_6$. Доказать, что обратимые элементы в произвольном кольце $\mathbb{Z}_m$ образуют группу по умножению.

Вопросы и задания к зачету (5-й семестр)

1. Определение кольца многочленов от одной переменной над произвольным кольцом.
2. Деление многочлена на двучлен. Теорема Безу.
3. Кратные корни многочленов
4. Кольцо многочленов от одной переменной над произвольным полем.
5. Неприводимые над данным полем многочлены. Разложение многочленов на неприводимые множители.
6. Многочлены над полем комплексных чисел
7. Многочлены над полем действительных чисел. Основная теорема алгебры многочленов.
8. Уравнения 3-й и 4-й степеней.
9. Многочлены над полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.
10. Система многочленов Штурма.
11. Кольцо многочленов от нескольких переменных. Симметрические многочлены. Формулы Виета.
12. Основная теорема о симметрических многочленах.
13. Факториальность кольца многочленов над факториальным кольцом.
14. Простое алгебраическое расширение поля. Минимальный многочлен.
15. Строение простого алгебраического расширения. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
16. Другие виды расширений полей, приложения к задачам на построение с помощью циркуля и линейки.
17. При каких значениях a уравнения $x^2+ax+1=0$ и $x^2+x+a=0$ имеют общий корень?
18. Найти коэффициенты m и n квадратного трехчлена x^2+mx+n , если известно, что его остатки при делении на двучлены $x-m$ и $x-n$ соответственно равны m и n .
19. Пользуясь схемой Горнера, разложить многочлен $f(x)=x^5$ по степеням двучлена $x-1$.
20. Решить уравнение $z^3-(2+i)z^2+(-1+7i)z=0$
21. Определить, при каких значениях m один из корней уравнения $z^3-(m^2-m+7)z-(3m^2-3m-6)=0$ равен -1 . Отыскать два остальных корня уравнения при этих значениях m .
22. Решить уравнение: $x^3+9x^2+18x+28=0$.
23. Показать, что среди корней уравнения $x^4+5x^3+15x-9=0$ имеется только один положительный действительный и только один отрицательный (сами корни находить не обязательно).
24. Методом Феррари решить уравнение: $x^4-2x^3+2x^2+4x-8=0$.
25. Комплексные числа a, b, c являются тремя из четырех корней многочлена x^4-ax^3-bx+c . Найдите все такие тройки чисел a, b, c .

Темы для рефератов и самостоятельной работы:

1. История развития понятия числа

Выгодский М.Я. Арифметика и алгебра в древнем мире. М., Наука, 1967.

2. История понятия группы

Вуссинг Г. О генезисе абстрактного понятия группы. // Историко-математические исследования. 1966, вып. 17, с. 11-30.

Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики. М., Мир, 1986.

3. История теории чисел

Михелович Ш.Х. Из истории теории чисел. М., 1970.

Ожигова Е.П. Что такое теория чисел. М., 1970.

4. История комплексных чисел

Молодший В.Н. Понятие комплексного числа в его развитии. // Математика в школе, 1947, №1.

Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики. М., Мир, 1986.

5. История многочленов и алгебраических уравнений.

Башмакова И.Г. Становление алгебры. М., 1979.

Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики. М., Мир, 1986.

6. История уравнений 3-й и 4-й степеней.

Никифоровский В.А. Из истории алгебры 16-17 вв. М., Наука, 1979.

Темы для курсовых работ

1. Решение уравнений в целых числах
2. Фигурные числа
3. Числа Мерсенна и Ферма
4. Совершенные и дружественные числа
5. Числа Пифагора
6. Бесконечные цепные дроби
7. Жорданова форма матрицы
8. Унитарные и симметрические операторы
9. Разложения общих операторов
10. Теоремы Силова для групп
11. Конечные абелевы группы