

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВПО «ВОЛОГОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

УТВЕРЖДАЮ



06 сентября 2011г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Специальность
050201 «Математика»

Форма обучения
ЗАОЧНАЯ

Вологда
2011

1. Цели освоения дисциплины

Курс дискретной математики в педагогическом вузе должен обеспечить развитие у будущего преподавателя стандартных навыков работы с объектами дискретно-комбинаторной природы. Важность этой задачи обусловлена в первую очередь широкой востребованностью сведений из дискретной математики в области знания связанной с компьютерами и происходящими в них процессами. Конкретные знания, полученные при изучении данного курса, дают предпосылки для успешного преподавания целого ряда дисциплин в средней школе, других учебных заведениях среднего звена. Эти знания позволяют также квалифицированно вести факультативные занятия по математике. Следует отметить здесь обстоятельство, что постановка многих задач дискретной математики в принципе может оказаться понятной школьникам старших классов.

2. Место дисциплины в общей системе подготовки специалиста

Дисциплина «Дискретная математика» относится к циклу ДПП, читается на базе вузовского курса алгебры.

3. Требования к уровню освоения содержания дисциплины

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

– Знать:

1. понятие производящей функции числовой последовательности.
2. вывод формулы для чисел Фибоначчи.
3. основные методы суммирования.
4. понятие графа, ориентированного графа, пути в графе.
5. методы подсчёта путей в графе.
6. основные теоремы о свойствах деревьев.
7. критерий эйлеровости графа. Критерий планарности графа.
8. теорема о раскраске графов.
9. лемма Кёнига и её применение.

– Уметь:

1. решать задачи на нахождение производящих функций, решение рекуррентных соотношений, задачи комбинаторного и асимптотического характера.
2. решать задачи на перечисление графов и деревьев, подсчёта числа путей в графах.
3. решать задачи на нахождение эйлерова цикла в графах, укладки графов на двумерных поверхностях, задачи на раскраску вершин графа.
4. доказывать основные теоремы курса.

– Владеть:

1. навыками решения практических задач,
2. навыками необходимыми для доказательств основных теорем курса.

4. Извлечение из ГОС ВПО специальности (78 ЧАС)

Рекуррентные соотношения. Задачи, приводящие к рекуррентным соотношениям. Числа Фибоначчи. Способы решения рекуррентных соотношений. Суммы и рекуррентности. Преобразования сумм. Кратные суммы. Некоторые методы суммирования. Целочисленные функции. Введение в асимптотические методы. Символы $\sim$, o , O . Основные правила использования этих символов. Асимптотические решения рекуррентных соотношений. Формула суммирования Эйлера. Основные понятия теории графов. (псевдограф, мультиграф, граф и их ориентированные аналоги). Степень вершины графа. Теорема о сумме степеней вершин графа и ее следствие. Подграф. Путь, цепь, простая цепь, цикл, простой цикл. Связные графы. Компоненты связности графа, их

число. Число различных графов с p вершинами. Изоморфные графы. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Гамильтоновы графы. Деревья. Характеризационная теорема. Укладка графа. Планарные графы. Плоские графы. Теорема Эйлера и ее следствия. Непланарность графов K_5 и $K_{3,3}$. Раскраска вершин и ребер графа. Двудольные графы. Теорема Кенига. Раскрашиваемость вершин планарного графа пятью красками. Гипотеза четырех красок.

5. Структура и содержание дисциплины «Дискретная математика»

5.1 Общая трудоемкость дисциплины составляет 78 часа.

№ п/п	Название темы	Лекции (час)	Практические занятия	Самостоятельная работа
1	Рекуррентные соотношения. Задачи, приводящие к рекуррентным соотношениям. Числа Фибоначчи.	2		8
2	Способы решения рекуррентных соотношений. Суммы и рекуррентности. Преобразования сумм. Кратные суммы. Некоторые методы суммирования. Целочисленные функции.	2		8
3	Введение в асимптотические методы. Символы $\sim$, o , O . Основные правила использования этих символов. Асимптотические решения рекуррентных соотношений. Формула суммирования Эйлера.	1		8
4	Основные понятия теории графов, (псевдограф, мультиграф, граф и их ориентированные аналоги). Степень вершины графа. Теорема о сумме степеней вершин графа и ее следствие. Подграф. Путь, цепь, простая цепь, цикл, простой цикл.	1		8
5	Связные графы. Компоненты связности графа, их число. Число различных графов с p вершинами. Изоморфные графы. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости.	1		8
6	Гамильтоновы графы. Деревья. Характеризационная теорема. Укладка графа.	1		8
7	Планарные графы. Плоские графы. Теорема Эйлера и ее следствия. Непланарность графов K_5 и $K_{3,3}$.	1		10
8	Раскраска вершин и ребер графа. Двудольные графы. Теорема Кенига. Раскрашиваемость вершин планарного графа пятью красками. Гипотеза четырех красок.	1		10
	Итого (час)	10		68

5.2 Содержание разделов дисциплины.

Рекуррентные соотношения. Задачи, приводящие к рекуррентным соотношениям. Числа Фибоначчи.

Способы решения рекуррентных соотношений. Суммы и рекуррентности. Преобразования сумм. Кратные суммы. Некоторые методы суммирования. Целочисленные функции.

Введение в асимптотические методы. Символы $\sim$, o , O . Основные правила использования этих символов. Асимптотические решения рекуррентных соотношений. Формула суммирования Эйлера.

Основные понятия теории графов, (псевдограф, мультиграф, граф и их ориентированные аналоги). Степень вершины графа. Теорема о сумме степеней вершин графа и ее следствие. Подграф. Путь, цепь, простая цепь, цикл, простой цикл.

Связные графы. Компоненты связности графа, их число. Число различных графов с p вершинами. Изоморфные графы. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости.

Гамильтоновы графы. Деревья. Характеризационная теорема. Укладка графа.

Планарные графы. Плоские графы. Теорема Эйлера и ее следствия. Непланарность графов K_5 и $K_{3,3}$.

Раскраска вершин и ребер графа. Двудольные графы. Теорема Кенига. Раскрашиваемость вершин планарного графа пятью красками. Гипотеза четырех красок.

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

а) основная литература:

"1. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера/ О.П. Кузнецов. - СПб. [и др.]: Лань, 2009.-400 с. всего 1 экз.

2. Судоплатов С.В. Дискретная математика: учеб. для вузов по техническим специальностям/ С.В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. - М.:Новосибирск: ИНФРА-М; НГТУ, 2007.-256 с. всего 1 экз.

"

б) дополнительная литература:

1. Акимов О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы/ О.Е. Акимов. - М.: Лаборатория базовых знаний, 2003.-376 с.

2. Баврин И.И. Дискретная математика: учеб. для вузов по направлению "Естественнонаучное образование" и специальности "Физика", "Химия", "Биология" и "География"/ И.И. Баврин. - М.: Высшая школа, 2007.-200 с.

3.Грэхем Р. Конкретная математика: Основание информатики/ Р.Грэхем, Д.Кнут, О.Паташник;Пер.с англ.Б.Б.Походзея под ред.А.Б.Ходулсва. - М.: Мир, 1998.-703 с.

4.Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов/ Ф.А. Новиков. - СПб.;М.;Харьков;Мн.: Питер, 2002.-304 с.

5.Хагграти Р. Дискретная математика для программистов: пер. с английского : учеб. пособие для вузов по направлению подготовки "Прикладная математика"/ Р. Хагграти; под ред. С. А. Кулешова с доп. А. А. Ковалева. - М.: Техносфера, 2004.-320 с.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. Московский центр непрерывного математического образования (МЦНМО)

<http://www.mccme.ru>

2. Общероссийский математический портал Math_Net.Ru

<http://www.mathnet.ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

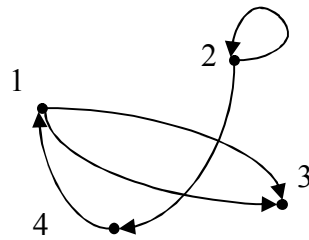
Освоение дисциплины «Дискретная математика» предполагает использование для проведения лекционных занятий академической аудитории, оснащенной необходимыми техническими средствами (компьютер, проектор, экран).

8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:

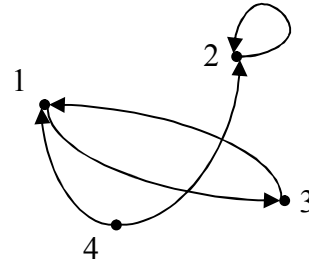
Контрольная работа

- Последовательность (c_n) задана рекуррентно: $c_1 = 6$, $c_{n+1} = 2c_n - 3n + 2$. Докажите, что $c_n = 2^n + 3n + 1$.
- Реализацией графа с множеством вершин $V = \{1, 2, 3, 4\}$ и списком дуг $E = \{(1; 4), (1; 3), (2; 2), (2; 4), (3; 1)\}$ является...

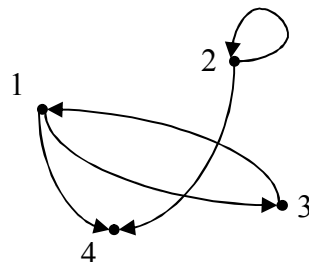
1)



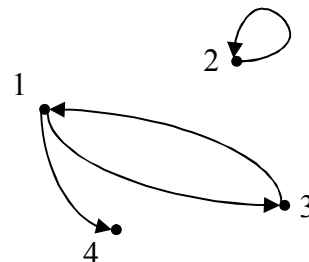
2)



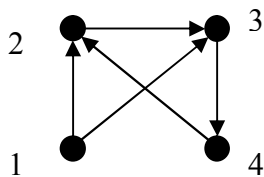
3)



4)



- Матрица смежности ориентированного графа



равна...

- $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; 2) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; 3) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; 4) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

– Постройте соответствующий ей граф, имеющий матрицу A своей матрицей смежности. Найти матрицу инцидентности для построенного графа.

– Постройте соответствующий ей оргграф, имеющий матрицу A своей матрицей смежности. Найти матрицу инцидентности для построенного оргграфа.

1. В стране Радонежии некоторые города связаны между собой авиалиниями. Из столицы выходит 2007 авиалиний, из города Дальнего одна, а из остальных городов – по 20. Докажите, что из столицы можно добраться до Дальнего (может быть и с пересадками).

Контрольные вопросы для подготовки к зачету

Раздел 1 Элементы теории множеств

1. Что называется множеством? Какие способы задания множеств вам известны?
2. Какие операции над множествами Вам известны? Напишите тождества, выражающие свойства теоретико-множественных операций. Докажите некоторые из них.
3. Что называется булеаном? Какова мощность булеана конечного множества?
4. Что называется декартовым произведением множеств? Чему равна мощность декартова произведения n множеств, если они конечны и известна мощность каждого из них?
5. Дайте определение n -местного отношения между множествами. Когда отношение называется бинарным?
6. Сформулируйте определения области определения, области значений бинарного отношения.
7. Как можно изобразить бинарное отношение?
8. Какое бинарное отношение называется обратным данному? Что называется композицией бинарных отношений?
9. Какие еще операции можно выполнять над бинарными отношениями?
10. Что называется матрицей бинарного отношения? Для всякого ли бинарного отношения можно построить матрицу?
11. Какое бинарное отношение называется рефлексивным? симметричным? антисимметричным? транзитивным?
12. Какое бинарное отношение называется отношением эквивалентности?
13. Дайте определения покрытия множества, разбиения множества?
14. Что называется классом эквивалентности? Может ли такой класс быть пустым? Сформулируйте определение фактормножества данного множества по отношению эквивалентности.
15. Как связаны отношения эквивалентности на некотором множестве и его различные разбиения? Докажите соответствующую теорему.
16. Что называется частичным порядком на множестве?
17. Дайте определения максимального, минимального, наибольшего, наименьшего элементов в частично упорядоченном множестве.
18. Что такое лексикографический порядок?
19. Что такое диаграмма Хассе и как ее построить?
20. Что называется всюду определенной функцией? частично определенной функцией?
21. Какая функция называется инъективной? сюръективной? биективной?
22. Какая функция называется последовательностью?
23. Сформулируйте определение n -местной операции.
24. Сформулируйте принцип Дирихле. Обоснуйте его справедливость.
25. Как звучит обобщенный принцип Дирихле? Приведите примеры его использования при решении задач.

Раздел 2 Графы

26. Что называется графом? неориентированным графом? орграфом?
27. Какие вершины графа называются смежными? Что значит «вершина и ребро инцидентны»? Какие ребра графа называются смежными?
28. Что такое степень вершины? Как называется вершина, степень которой равна 0?
1?
29. Сформулируйте лемму о рукопожатиях.
30. Какие графы называются изоморфными?
31. Как изобразить граф? Как представить его матрицей смежности? Матрицей инцидентности? Какая из матриц более информативна?
32. Что называется маршрутом (путем) в графе? Какой маршрут называется циклом? Что такое цепь? простая цепь? контур?
33. Какой граф называется связным? сильно связным? слабо связным?
34. Как составить матрицу достижимости графа?
35. Дайте определение матрицы связности (сильной связности).
36. Что называется компонентой (сильной) связности графа (орграфа)?
37. Каков алгоритм выделения компонент (сильной) связности (ор)графа?
38. Что называется длиной маршрута (пути) в графе? Сформулируйте определение минимального пути в графе, соединяющего две заданные вершины.
39. В чем состоит алгоритм фронта волны поиска минимального маршрута (пути) в графе?
40. Какой граф называется нагруженным? Как определяется длина маршрута (пути) в нагруженном графе?
41. Что называется матрицей весов?
42. Как работает алгоритм Форда-Беллмана поиска минимального маршрута (пути) в нагруженном графе?
43. Опишите алгоритм Дейкстры поиска минимального маршрута (пути) в нагруженном графе. В чем его преимущества и недостатки по сравнению с алгоритмом Форда-Беллмана?
44. Какой граф называется эйлеровым? гамильтоновым?
45. Сформулируйте критерий «эйлеровости» графа.
46. Каковы достаточные условия «гамильтоновости» графа.
47. Сформулируйте задачу коммивояжера. Каковы способы ее решения?
48. Какой граф называется деревом? Как связаны числа ребер и вершин в дереве?
49. Что называется остовным деревом графа?
50. Изложите алгоритм построения остовного дерева.
51. Как построить минимальное остовное дерево нагруженного графа?
52. Какой граф называется двудольным? Как он обозначается?
53. Изобразите $K_{3,3}$.
54. Сформулируйте критерий двудольности графа.
55. Что называется раскраской графа? Что такое хроматическое число?
56. Какой граф называется планарным? Плоским?
57. Сформулируйте теорему Эйлера.
58. Приведите примеры непланарных графов.
59. Сформулируйте теорему о пяти красках.