

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВПО «ВОЛОГОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

УТВЕРЖДАЮ



06 сентября 2011г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

ГЕОМЕТРИЯ

Специальность

050201 «Математика»

Форма обучения

ЗАОЧНАЯ

Вологда
2011

Программа составлена в соответствии с требованиями ГОС ВПО по специальности 050201 «Математика» от 31.01.2005 г. № 691пед/сп

Автор (ы) доцент, к. ф.-м. н. Васильева Т.В., ст. преп. Доброва М.А.
Рецензент (ы) проф., д.пед.н. Тестов В.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии физико-математического факультета
протокол № 1 от 06 сентября 2011 года.

Изменения рабочей программы дисциплины «Геометрия», утвержденные методической комиссией факультета

№	№ протокола и дата заседания методической комиссии факультета	Содержание изменения	Подпись председателя методической комиссии

1. Цели освоения дисциплины

Целью дисциплины является формирование систематизированных знаний в области геометрии и ее основных методов.

2. Место дисциплины в общей системе подготовки специалиста

Дисциплина входит в цикл ДПП.

Для освоения дисциплины «Геометрия» студенты используют знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения математики, геометрии в общеобразовательной школе.

Освоение дисциплины является основой для последующего изучения курсов по выбору студентов.

3. Требования к уровню освоения содержания дисциплины

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать основные понятия и строгие доказательства фактов основных разделов курса геометрии;

уметь применять теоретические знания к решению геометрических задач по курсу;

владеть различными приемами использования идеологии курса геометрии к доказательству теорем и решению задач школьного курса;

техникой применения векторной алгебры к решению геометрических задач, в частности, задач школьного курса геометрии;

теорией и практикой аналитической геометрии на плоскости и в пространстве, в частности, решением задач на прямую и плоскость в пространстве, на линии второго порядка на плоскости, на поверхности второго порядка в пространстве, на преобразование плоскости и пространства;

теорией и практикой элементов аффинной и евклидовой геометрии плоскостей, в частности, методов изображений на плоскости плоских и пространственных фигур, и их применения к решению задач школьного курса геометрии;

теорией и практикой элементов проективной геометрии и их применения к решению задач школьного курса геометрии;

теорией и практикой элементов многомерной аффинной и евклидовой геометрий;

теорией и практикой оснований геометрии, т.е. основ аксиоматического построения геометрии, включая модель Г. Вейля трехмерного евклидова пространства;

теорией и практикой элементов геометрии плоскости Лобачевского вплоть до построения и анализа модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского включительно.

4. Извлечение из ГОС ВПО специальности (398 ЧАСОВ)

Векторы и операции над ними. Метод координат на плоскости и в пространстве. Прямая линия на плоскости, прямые и плоскости в пространстве. Линии второго порядка, поверхности второго порядка. Преобразования плоскости и пространства. Аффинные и евклидовы n -мерные пространства. Квадратичные формы и квадрики. Проективные пространства и их модели. Основные факты проективной геометрии. Изображения плоских и пространственных фигур при параллельном проектировании. Аксонометрия. Элементы топологии. Понятия гладкой линии и гладкой поверхности. Формулы Френе. Первая и вторая квадратичные формы поверхности. Внутренняя геометрия поверхности. Исторический обзор обоснований геометрии. «Начала» Евклида. Элементы геометрии Лобачевского. Общие вопросы аксиоматики. Системы аксиом Вейля евклидова пространства. Неевклидовы пространства. Длина отрезка. Площадь многоугольника. Теорема существования и единственности.

5. Структура и содержание дисциплины «Геометрия».

5.1 Общая трудоемкость дисциплины составляет 558 часов.

2 курс, 3 семестр.

Выписка из учебного плана специальности

Лекционный курс: - 20 час.

Практические занятия: - 14 час
 Самостоятельная работа студентов – 100 час.
 Форма контроля – экзамен.

№ п/п	Содержание занятий	Семестр	Виды учебной работы (в часах)			Форма аттестаци и
			Лекци и	Практ. занятия	Самост. работа	
1.	<u>Геометрические построения циркулем и линейкой.</u> Аксиомы построения. Простейшие и основные построения. Общая схема решения задачи на построение. Методы: пересечения фигур; геометрических преобразований; алгебраический. Критерий разрешимости. Примеры классических задач, неразрешимых циркулем и линейкой.	3	4	4	20	
2.	<u>Методы изображений.</u> Параллельное проектирование и его свойства. Изображение плоских и пространственных фигур в параллельной проекции. Аксонометрия. Полные и неполные изображения. Позиционные задачи. Способы построения сечений многогранников. Метрически определенные изображения. Метрические задачи.	3	6	6	20	
3.	<u>Элементы проективной геометрии.</u> Центральное проектирование и его свойства. Расширенное пространство. Общее определение проективного пространства. Модели проективной плоскости.	3	2		10	
4	Проективный репер. Проективные координаты и их свойства. Задание проективного репера точками проективного пространства. Проективные координаты на прямой и плоскости. Однородные координаты.	3	2		10	
5	Уравнения прямой на проективной плоскости. Принцип двойственности на проективной плоскости. Теорема Дезарга.	3	2	2	10	
6	Преобразование проективных координат. Проективные преобразования проективной плоскости. Проективные и	3	2	2	10	

	перспективные отображения. Двойное отношение четырех точек и четырех прямых. Гармонические четверки. Полный четырехвершинник и его гармонические свойства.					
7	Кривые второго порядка на проективной плоскости. Касательная. Полус и поляра. Классификация кривых второго порядка на проективной плоскости	3	1		10	
8	Конструктивная теория кривых второго порядка. Аффинная и евклидова геометрии с проективной точки зрения.	3	1		10	Экзамен в 4 семестре

3 курс, 5 семестр.

Выписка из учебного плана специальности

Лекционный курс - 8 час.

Практические занятия: - 6 час.

Самостоятельная работа студентов – 100 час.

Форма контроля – контрольная работа, экзамен.

№ п/п	Содержание	Семестр	Виды учебной работы (в часах)			Форма аттестации
			Лекции	Практ. занятия	Самост. работа	
1	<u>Исторический обзор обоснований геометрии.</u> Геометрия до Евклида. "Начала" Евклида. Пятый постулат и попытки его доказательства. Н.И.Лобачевский и его геометрия.	5	1		4	Контрольная работа
2	Система аксиом Гильберта и некоторые следствия из нее. Система аксиом А.В.Погорелова.	5	1	2	6	
3	ГМТ в пространстве. Построения в пространстве. Скрещивающиеся прямые.	5		2	4	
4	<u>Элементы геометрии Лобачевского.</u> Система аксиом плоскости Лобачевского. Параллельные прямые и их свойства. Расходящиеся прямые и их свойства. Угол параллельности.	5	2		6	
5	Треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского. Основные кривые в геометрии Лобачевского.	5	1		10	
6	<u>Общие вопросы аксиоматики.</u> Понятие о математической структуре. Изоморфизм. Понятие об интерпретации системы аксиом. Непротиворечивость, независимость	5			10	

	и полнота системы аксиом.					
7	Инверсия. Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского.	5		2	10	
8	Система аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства. Непротиворечивость и полнота системы аксиом Вейля. Связь системы аксиом Вейля с другими системами аксиом евклидовой геометрии.	5	1		10	
9	<u>Длина. Площадь. Объём.</u> Длина отрезка. Теорема существования и единственности.	5			10	
10	Понятие многоугольника и его характеристики. Площадь многоугольника. Теорема существования и единственности. Равновеликость и равноставленность многоугольника.	5	2		10	
11	<u>Неевклидовы геометрии.</u> Различные модели плоскости Лобачевского. Независимость аксиомы параллельных от остальных аксиом евклидовой геометрии. Понятие о сферической геометрии и об эллиптической геометрии Римана.	5	4		20	Экзамен по курсу

4 курс, 7 семестр.

Выписка из учебного плана специальности

Лекционный курс – 16

Практические занятия – 10

Самостоятельная работа – 284 час.

Форма контроля – контрольная работа, экзамен.

№ п/п	Содержание занятий	Семестр	Виды учебной работы (в часах)			Форма аттестации
			Лекции	Практ. занятия	Самост. работа	
1.	<u>Элементы топологии.</u> Определение топологического пространства. Примеры. Открытые и замкнутые множества	7	2	1	10	
2.	Внутренние, внешние, граничные точки. Замыкание. Критерии открытости и замкнутости множества. База топологии. Критерий базы. Различные определения топологического пространства.	7	1	1	10	
3.	Подпространство					

	топологического пространства. Связность. Компоненты связности. Аксиомы отделимости. Компактность. Критерий компактности подмножества в E^n .	7	1		15	
4	Непрерывные отображения. Критерий непрерывности. Гомеоморфизмы. Предмет топологии.	7	2	2	10	
5.	n -мерные топологические многообразия и многообразия с краем. Карта и атлас. Клеточное разложение двумерного многообразия. Ориентируемые и неориентируемые многообразия. Топологическая классификация двумерных компактных топологических многообразий и многообразий с краем.	7	4	2	15	
6.	<u>Теория кривых.</u> Векторная функция скалярного аргумента. Понятие кривой. Способы задания элементарных кривых. Гладкие и регулярные кривые.	7	1		10	
7.	Касательная к гладкой кривой. Длина дуги. Естественная параметризация.	7	1	1	10	
8	Репер Френе. Кривизна регулярной кривой. Формулы Френе. Кручение регулярной кривой. Вычисление кривизны и кручения при произвольной и естественной параметризации. Понятие о натуральных уравнениях кривой.	7	2	1	20	
9	<u>Теория поверхностей.</u> Понятие поверхности. Способы задания элементарных поверхностей. Гладкие и регулярные поверхности. Внутренние координаты и координатные линии. Задание линий на поверхности.	7			20	
10	Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Первая квадратичная форма поверхности и ее приложения.	7	1	1	20	
11	Кривизна кривой на поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности. Главные направления и главные кривизны. Полная и средняя	7	1	1	20	Контр. работа

	кривизны поверхности. Поверхности постоянной полной кривизны.					
12	Изометрические поверхности. Понятие о внутренней геометрии поверхности. Геодезическая кривизна и геодезические линии. Теорема Гаусса-Бонне.	7			24	Экзамен по курсу

5.2 Содержание разделов дисциплины.

Тема 1. Элементы векторной алгебры в пространстве.

Вектор. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Векторное пространство. Линейная зависимость векторов. Координаты вектора и их свойства. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторные подпространства. Координаты вектора в подпространстве.

Тема 2. Метод координат на плоскости. Прямая линия на плоскости.

Аффинная (обобщенная декартова) система координат на плоскости. Деление отрезка в данном отношении.

Прямоугольная декартова система координат на плоскости. Расстояние между двумя точками.

Преобразование аффинной системы координат. Ориентация плоскости. Преобразование прямоугольной декартовой системы координат. Угол между двумя векторами на ориентированной плоскости. Полярные координаты. Переход от полярных координат к декартовым и обратно.

Геометрическое истолкование уравнений и неравенств между координатами, примеры. Алгебраическая линия и ее порядок. Окружность. Применение метода координат к решению задач школьного курса геометрии.

Различные способы задания прямой. Общее уравнение прямой. Геометрический смысл коэффициентов при текущих координатах в общем уравнении. Геометрический смысл знака трехчлена $Ax+By+C$. Взаимное расположение двух прямых. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми. Приложение к решению задач школьного курса геометрии.

Тема 3. Линии второго порядка.

Эллипс: определение, каноническое уравнение, свойства.

Гипербола: определение, каноническое уравнение, свойства. Асимптоты гиперболы.

Парабола: определение, каноническое уравнение, свойства.

Фокусы и директрисы линий второго порядка. Уравнения линий второго порядка в полярных координатах.

Общее уравнение линии второго порядка. Асимптотические направления, центр, диаметры, главные направления, оси, касательная. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду. Определение положения линии второго порядка по общему уравнению.

Тема 4. Метод координат в пространстве. Векторное и смешанное произведение векторов.

Прямая и плоскость. Аффинная (обобщенная декартова система координат в пространстве. Деление отрезка в данном отношении.

Прямоугольная декартова система координат в пространстве. Расстояние между двумя точками.

Преобразование аффинной системы координат. Ориентация пространства. Преобразование прямоугольной декартовой системы координат.

Геометрическое истолкование уравнений и неравенств между координатами. Примеры.

Векторное и смешанное произведения векторов. Вычисление площади треугольника и объема тетраэдра. Условие компланарности трех векторов.

Различные способы задания плоскости. Общее уравнение плоскости. Геометрический смысл знака многочлена первой степени $Ax + By + Cz + D$. Взаимное расположение двух, трех плоскостей.

Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями.

Различные способы задания прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.

Угол между двумя прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.

Аффинное и евклидово n -мерные пространства.

Тема 5. Поверхности второго порядка.

Поверхности вращения. Цилиндрические и конические поверхности второго порядка. Конические сечения.

Эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды. Прямолинейные образующие второго порядка.

Преобразования на плоскости и в пространстве.

Квадратичные формы. Квадрики в трёхмерном евклидовом пространстве.

Тема 6. Методы изображений

Параллельное проектирование. Изображение плоских и пространственных фигур в параллельной проекции. Ортогональное проектирование. Изображение окружности и сферы.

Аксонометрия. Теорема Польке-Шварца. Изображение прямых и плоскостей. Позиционные и метрические задачи. Понятие о методе Монжа.

Тема 7. Проективная геометрия.

Центральное проектирование и его свойства. Аксиомы проективной плоскости и проективного пространства. Модели проективной плоскости и проективного пространства.

Проективные координаты. Принцип двойственности. Теорема Дезарга.

Двойное отношение четырех точек прямой. Проективные преобразования.

Группа проективных преобразований. Предмет проективной геометрии.

Гармоническая четверка точек. Гармонические свойства полного четырехвершинника. Построение четвертой гармонической.

Линии второго порядка на проективной плоскости. Канонические уравнения линий второго порядка в проективных координатах. Проективная классификация линий второго порядка. Полюс и поляра. Понятие о полярном соответствии.

Конструктивные задачи, теоремы Штейнера и Паскаля. Приложения к решению задач школьного курса геометрии.

Геометрия на проективной плоскости с фиксированной прямой. Евклидова геометрия с проективной точки зрения.

Тема 8. Элементы общей топологии.

Топологические пространства. Открытые и замкнутые множества. Граница множества. База топологии. Подпространство топологического пространства. Примеры. Топология, индуцируемая метрикой.

Отделимость, связность, компактность.

Непрерывные отображения и их свойства. Гомеоморфизмы. Предмет топологии.

Топологические многообразия. Одномерные и двумерные многообразия. Понятие о клеточном разложении и эйлерова характеристика двумерного многообразия.

Ориентируемые и неориентируемые двумерные многообразия. Топологические свойства листа Мебиуса и проективной плоскости. Классификация компактных двумерных многообразий (без доказательства).

Выпуклые множества. Выпуклый многогранник. Теорема Эйлера для многогранников.

Доказательство существования пяти типов правильных многогранников.

Тема 9. Дифференциальная геометрия.

Векторные функции скалярного аргумента и их дифференцирование. Понятие линии и гладкой линии в евклидовом пространстве, их параметризация с помощью вектор-функции. Длина кривой. Кривизна и кручение кривой. Формулы Френе. Винтовая линия. Векторные функции двух скалярных аргументов и их дифференцирование. Понятие поверхности. Гладкие поверхности, их параметризация с помощью вектор-функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Длина кривой на поверхности; угол между кривыми на поверхности; площадь поверхности.

Кривизна кривой на поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности. Главные кривизны. Полная и средняя кривизны поверхности. Поверхности постоянной кривизны.

Предмет внутренней геометрии поверхности. Теорема Гаусса. Понятие об изгибании поверхности.

Геодезические линии. Теорема Гаусса-Бонне (без доказательства). Дефект геодезического треугольника.

Тема 10. Основания геометрии.

Геометрия до Евклида. "Начала" Евклида. Пятый постулат и попытки его доказательства.

Н.И.Лобачевский и его геометрия.

Система аксиом Гильберта (обзор).

Понятие о математической структуре. Изоморфизм. Понятие об интерпретации системы аксиом. Непротиворечивость, независимость и полнота системы аксиом. Примеры.

Система аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства. Примеры доказательства некоторых теорем. Непротиворечивость и полнота системы аксиом Вейля.

Система аксиом школьного курса геометрии.

Тема 11. Основные факты геометрии Лобачевского. Другие неевклидовы геометрии.

Система аксиом плоскости Лобачевского. Параллельные прямые и их свойства. Треугольники и четырехугольники. Расходящиеся прямые и их свойства. Угол параллельности. Окружность, эквидистанта, орицикл. Непротиворечивость системы аксиом плоскости Лобачевского. Различные модели плоскости Лобачевского. Реализация в малом геометрии Лобачевского на поверхности постоянной отрицательной кривизны.

Независимость аксиомы параллельных от остальных аксиом евклидовой геометрии.

Понятие о сферической геометрии и об эллиптической геометрии Римана.

Тема 12. Теория измерений отрезков, многоугольников и многогранников.

Длина отрезка. Теорема существования и единственности.

Площадь многоугольника. Теорема существования и единственности. Равновеликость и равносоставленность многоугольника. Теория объемов (обзор).

5.3 Темы для самостоятельного изучения.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины. Тема.	Форма самостоятельной работы	Кол-во часов	Форма контроля выполнения самостоятельной работы
1.	<u>Геометрические построения циркулем и линейкой.</u> Критерий разрешимости. Примеры классических задач, неразрешимых циркулем и линейкой.	Изучение теоретического материала		Вопрос на экзамене
2.	<u>Методы изображений.</u> Изображение точек, прямых и плоскостей в аксонометрии	Изучение теоретического материала		Вопрос на экзамене
3.	<u>Элементы проективной геометрии.</u> Проективные координаты на проективной плоскости. Проективные и перспективные отображения. Конструктивная теория	Изучение теоретического материала		Вопрос на экзамене

	кривых второго порядка. Евклидова геометрии с проективной точки зрения.			
4.	<u>Исторический обзор обоснований геометрии.</u> Геометрия до Евклида. "Начала" Евклида.	Изучение теоретического материала		Вопрос на экзамене
5.	<u>Элементы геометрии Лобачевского.</u> Основные кривые на плоскости Лобачевского	Изучение теоретического материала		Вопрос на экзамене
6.	<u>Длина. Площадь. Объём.</u> Длина отрезка. Теорема существования и единственности. Объём многогранника.	Изучение теоретического материала		Вопрос на экзамене
7.	<u>Неевклидовы геометрии.</u> Понятие о сферической геометрии и об эллиптической геометрии Римана.	Изучение теоретического материала		Вопрос на экзамене
8.	<u>Элементы топологии.</u> Топологическая классификация двумерных компактных топологических многообразий и многообразий с краем.	Изучение теоретического материала		Вопрос на экзамене
9.	<u>Теория поверхностей.</u> Изометрические поверхности. Понятие о внутренней геометрии поверхности. Геодезическая кривизна и геодезические линии. Теорема Гаусса-Бонне.	Изучение теоретического материала		Вопрос на экзамене

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины “Геометрия”

а) Основная литература:

"1. Егоров И.П. Геометрия: учеб.пособие для физико-математич.фак. пед. институтов/
И.П.Егоров. – М.:ЛИБРОКОМ, 2009. – 256 с. всего 5 экз.

2. Примаков Д.А. Геометрия и топология: учебное пособие/ Д.А.Примаков, Р.Я
Хамидуллин. – М.:Маркет ДС, 2008. – 272 с. всего 2 экз.

"

б) Дополнительная литература:

1. Атанасян Л.С. Геометрия. Ч.І: Учебное пособие для студентов физико-
математических факультетов педагогических институтов/ Л.С. Атанасян, В.Т.Базылев - М.:
Просвещение, 1986. – 480 с.

2. Атанасян Л.С. Геометрия. Ч.II: Учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов/ Л.С. Атанасян, В.Т.Базылев - М.: Просвещение, 1987. – 447 с.

3. Атанасян С. Л. Сборник задач по геометрии: учебное пособие для студентов I – III курсов физико-математических факультетов педагогических вузов. Ч.I./ С.Л.Атанасян, В.И. Глизбург. - М.: Эксмо, 2007. – 336 с.

4. Атанасян С. Л. Сборник задач по геометрии: учебное пособие для студентов III –V курсов физико-математических факультетов педагогических вузов.Ч.2./С.Л.Атанасян, Н.В.Шевелёва, В.Г.Покровский. - М.: Эксмо, 2008. – 338 с.

5. Вернер А.Л. Геометрия:Учеб.пособие для физ-мат фак.педвузов/ А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А.Франгулов. - С-Пб.: Спец.литература.Ч1. - 1997. – 352 с.

6. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии/ Д.В. Клетеник – СП-б.: Профессия, 2002. – 200 с.

7. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия/ А.В.Погорелов - М.: Наука, 1974. – 176 с.

8. Погорелов А.В. Основания геометрии/ А.В.Погорелов - М.: Наука, 1968. – 151 с.

9. Прасолов В.В., Тихомиров В.М. Геометрия. - М.: МЦНМО, 1997. – 328 с.

10. Розенфельд В.А. Многомерные пространства. - М.: Наука, 1966. – 547 с.

в) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. W:\ Геометрия 22 (сеть ВГПУ)

7. Материально-техническое обеспечения дисциплины “Геометрия”

Аудитория для проведения лекционных и практических занятий.

8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:

НУЛЕВЫЕ ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

2 КУРС

Контрольная работа № 1

1. Дан параллелограмм $ABCD$, K – середина отрезка AB , точка L принадлежит отрезку DC , причем $CL=0,5DL$. Выразить вектор \overrightarrow{KL} через векторы \overrightarrow{AD} и \overrightarrow{AB} .

2. На стороне AB треугольника ABC взята точка M так, что $AM:MB=2:1$. Вычислить расстояние CM , если $AC=6$, $BC=4$, $\angle ACB=120^\circ$.

3. Вычислить угол между векторами $\vec{a} = \vec{m} - 2\vec{n} - \vec{p}$ и $\vec{b} = \vec{m} - 2\vec{n} + \vec{p}$, где \vec{m} , \vec{n} , и \vec{p} – единичные взаимно перпендикулярные векторы.

2. Определить координаты единичного вектора, сонаправленного с вектором $\vec{b} = (-1, 2\sqrt{2})$.

5. Пусть P_1 , P_2 , P_3 – точки, симметричные точке P относительно середин сторон BC , CA , AB треугольника ABC соответственно. Доказать, что отрезки AP_1 , BP_2 , CP_3 пересекаются в одной точке M .

Контрольная работа № 2

1. Дан четырехугольник с вершинами: $A(-9,0)$, $B(-3,6)$, $C(3,4)$, $D(6,-3)$. Найти точку пересечения диагоналей и угол между ними.

2. Написать уравнение множества точек – середин хорд длины 8 окружности $x^2 + y^2 = 25$.

3. В прямоугольной декартовой системе координат даны координаты вершин треугольника ABC : $A(4,-1)$, $B(7,-5)$, $C(-4,-7)$. Вычислить длину биссектрисы AD угла A .

4. К окружности, имеющей центр в точке $(1,-2)$ и радиус, равный 5, провести касательные, параллельные прямой $3x+4y+1=0$.

Контрольная работа № 3

1. На основаниях AB и DC трапеции $ABCD$ по одну сторону от этих оснований построены равносторонние треугольники ABM и DCN . Доказать, что MN проходит через точку пересечения продолжений боковых сторон.

2. На сторонах AB и BC треугольника ABC построены квадраты $ABMN$ и $BSPQ$, причем квадрат $ABMN$ и треугольник ABC по разные стороны от прямой AB , а квадрат $BSPQ$ и треугольник ABC по одну сторону от BC . Доказать, что $MQ=AC$ и $MQ \perp AC$.

3. Дано аффинное преобразование

$$\begin{cases} x' = x - \frac{1}{2}y, \\ y' = -\frac{2}{3}y. \end{cases}$$

Найти двойные точки, образ и прообраз точки $A(1,-1)$ и прямой $x+2y+4=0$.

4. Построить центр симметрии двух разных треугольников (в каких случаях они могут быть центрально симметричны?).

3 КУРС

Контрольная работа № 1

1. Дано изображение квадрата. Изобразить равносторонний треугольник со стороной, совпадающей с одной из диагоналей квадрата.

2. Построить сечение пятиугольной пирамиды плоскостью, заданной тремя точками, две из которых лежат на боковых гранях пирамиды, а третья – на боковом ребре, не лежащем в указанных гранях. (Решить двумя способами).

3. Построить сечение правильной шестиугольной пирамиды $SABCDEF$ плоскостью, параллельной ребру SA и проходящей через середины сторон BC и EF основания пирамиды.

Контрольная работа № 2

1. На расширенной плоскости задана проективная система координат (X_1, X_2, X_3, E) . Построить точки $K(0:1:-1)$, $P(1:2:-1)$, и прямую $l(1:1:-3)$.

2. Дан треугольник ABC . Построены параллелограммы $ABDC$, $ABCK$, $ACBN$. Применяя теорему Дезарга, доказать, что прямые DA , BK , NC пересекаются в одной точке.

3. Найти точки пересечения прямой $x_1 + x_2 - x_3 = 0$ и кватрики $2x_1x_2 + 2x_1x_3 + x_3^2 - 2x_2x_3 = 0$ и поляру точки $(3:-1:0)$ относительно этой кватрики.

Контрольная работа № 3

1. Пусть π - плоскость, l – прямая на плоскости. Открытыми множествами назовем пустое множество, а также любое подмножество плоскости, содержащее прямую l . Докажите, что семейство Φ открытых множеств определяет топологическую структуру на плоскости.

2. Определить, является ли топологическое пространство из задачи 1 отделимым, компактным, связным.

3. В топологическом пространстве из задачи 1 найти внутренние, внешние и граничные точки непустого множества M , не пересекающегося с прямой l .

4. Доказать, что эллиптический параболоид гомеоморфен открытому кругу.

4 курс

Контрольная работа № 1

1. Докажите третий признак равенства треугольников.

2. Найдите множество точек, состоящее из центров всех шаров, касающихся данной прямой в одной и той же точке.

3. Постройте плоскость, касающуюся данного шара и параллельную данной плоскости.

4. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна a , высота пирамиды равна h . Через середину основания перпендикулярно противоположному боковому ребру пирамиды проведена плоскость. Найдите площадь сечения.

Контрольная работа № 2

1. Пусть в четырехугольнике $ABCD$ углы A и D прямые. Докажите, что если $\angle B = \angle C$, то $CD = AB$.

2. Постройте образ равностороннего треугольника, описанного около окружности инверсии.

3. В модели Пуанкаре плоскости Лобачевского постройте равнобедренный прямоугольный треугольник.

4. Удвойте данный отрезок, взятый на прямой второго рода в модели Пуанкаре плоскости Лобачевского.

Вопросы к зачету

1. Система аксиом Гильберта.
2. Система аксиом Александрова.
3. Система аксиом Атанасяна.
4. Система аксиом Погорелова.
5. Система аксиом Вейля.
6. Связь между системами аксиом.

Вопросы к экзамену

Вопросы к экзамену, 4 семестр.

1. Параллельное проектирование и его свойства.
2. Изображение плоских фигур в параллельной проекции.
3. Изображение призм, пирамид и круглых тел.
4. Аксонометрия.
5. Полные и неполные изображения. Позиционные задачи.
6. Способы построения сечений многогранников.
7. Метрически определенные изображения. Метрические задачи.
8. Понятие о методе Монжа.
9. Перспективные отображения прямой в пучок и плоскости в связку. Свойства прямых на расширенной плоскости.
10. Понятие n - мерного проективного пространства. Модели проективной прямой.
11. Понятие n - мерного проективного пространства. Модели проективной плоскости.
12. Проективный репер. Проективные координаты и их свойства.
13. Задание проективного репера точками проективного пространства.
14. Проективные координаты на прямой. Однородные координаты.
15. Проективные координаты на плоскости. Однородные координаты.
16. Преобразование проективных координат.
17. Уравнения прямой на проективной плоскости.
18. Принцип двойственности на проективной плоскости. Теорема Дезарга.
19. Проективные преобразования проективной плоскости.
20. Аналитическое задание проективного преобразования проективной плоскости.
- Гомология и ее частные случаи на расширенной плоскости.
21. Проективные и перспективные отображения.
22. Двойное отношение четырех точек и четырех прямых.
23. Гармонические четверки. Полный четырехвершинник и его гармонические свойства.
24. Кривые второго порядка на проективной плоскости: определение, пересечение кривой второго порядка и прямой.
25. Касательная к кривой второго порядка на проективной плоскости.

26. Полнос и полляр. Полляритет.
27. Классификация кривых второго порядка на проективной плоскости.
28. Аффинная геометрия с проективной точки зрения.
29. Евклидова геометрия с проективной точки зрения.
30. Конструктивная теории кривых второго порядка на проективной плоскости.

Вопросы к экзамену, 8 семестр.

1. Топологическая структура. Открытые множества. Топологическое пространство. Примеры.
2. Отделимость, компактность, связность топологических пространств.
3. Непрерывные отображения топологических пространств. Примеры.
4. Гомеоморфизм. Примеры.
5. Понятие линии. Примеры.
6. Гладкие кривые. Касательная.
7. Канонический репер.
8. Кривизна гладкой кривой.
9. Понятие поверхности. Примеры.
10. Гладкие поверхности. Касательная плоскость и нормаль.
11. Первая квадратичная форма поверхности и ее применение.
12. Вторая квадратичная форма поверхности и ее применение.

Вопросы к зачёту, 9 семестр.

1. Система аксиом А.В. Погорелова школьного курса геометрии.
2. Система аксиом Л. С. Атанасяна школьного курса геометрии.
3. Требования, предъявляемые к системам аксиом.
4. Длина отрезка. Теорема существования.
5. Длина отрезка. Теорема единственности.

Вопросы к экзамену, 10 семестр

1. Геометрия до Евклида. “Начала” Евклида.
2. Эквиваленты пятого постулата. Проблема пятого постулата. Н. И. Лобачевский и его геометрия.
3. Система аксиом Гильберта и простейшие следствия из нее.
4. Аксиома Лобачевского. Плоскость Лобачевского. Следствие из аксиомы Лобачевского. Определение параллельных прямых по Лобачевскому.
5. Свойства параллельных прямых на плоскости Лобачевского.
6. Расходящиеся прямые на плоскости Лобачевского. Угол параллельности.
7. Треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского.
8. Основные требования, предъявляемые к системе аксиом.
9. Инверсия.
10. Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского.
11. Система аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства и ее непротиворечивость и полнота.
12. Связь системы аксиом Вейля с другими системами аксиом евклидовой геометрии.
13. Измерение длин отрезков. Теорема существования и единственности. (Существование).
14. Измерение длин отрезков. Теорема существования и единственности. (Единственность).
15. Понятие многоугольника и его характеристики.
16. Измерение площадей многоугольников. Теорема существования и единственности. (Существование).
17. Измерение площадей многоугольников. Теорема существования и единственности. (Единственность). Равновеликость и равноставленность.