МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВПО «ВОЛОГОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

____

06 сентября 2011г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Специальность
050201 «Математика»

Форма обучения
ЗАОЧНАЯ

Вологда
2011

Программа составлена в соответствии с требованиями ГОС ВПО по специальности 050201 «Математика» от 31.01.2005 г. № 691пед/сп
.

Автор (ы) доцент, к.ф.-м.н. Шилова Г.Н., доцент, к.ф.-м.н. Панфилова Т.Л.
Рецензент (ы) доцент, к.ф.-м.н. Сатин Я.А., доцент, к.тех.н. Кашенков А.Р.

Программа одобрена на заседании методической комиссии физико-математического факультета
протокол № 1 от 06 сентября 2011 года.

Изменения рабочей программы дисциплины «Математический анализ», утвержденные методической комиссией факультета

№	№ протокола и дата заседания методической комиссии факультета	Содержание изменения	Подпись председателя методической комиссии

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Математический анализ» являются

Образовательные цели дисциплины:

формирование аналитического мышления

Профессиональные цели дисциплины:

формирование систематических знаний в области математического анализа, его месте и роли в системе математических наук, приложениях в естественных науках

Задачи дисциплины:

раскрытие роли математического анализа в системе физико-математических наук;

изучение основных понятий, теорем и положений математического анализа;

формирование математической интуиции, опирающейся на теоретические знания, развитие навыков постановки и решения задач математического анализа;

привитие практических навыков в использовании методов математического анализа для решения прикладных задач;

понимание роли и места математического анализа в школьном курсе математики.

2.Место дисциплины в общей системе подготовки специалиста

Цикл ДПП. Ее изучение предполагается с первого по третий курсы. Для успешного овладения необходимы школьные знания по алгебре и началам анализа. Кроме того, рассматриваемые приемы и методы дисциплины расширяют возможности решения разного рода прикладных задач физики, применяются при изучении численных методов анализа, курса «Дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными», готовят к исследовательской работе, а также к работе в профильных классах школы.

3.Требования к уровню освоения содержания дисциплины

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать основы и структуру математического анализа, иметь представление о роли и месте математического анализа в системе наук,

осознавать фундаментальный и прикладной характер математического анализа,

знать основные этапы истории развития математического анализа, иметь представление об современных основных тенденциях его развития,

владеть теоретическим материалом,

уметь применять теоретические знания для решения различных примеров и задач,

уметь применять знания по математическому анализу при изучении общей и теоретической физики, а также других математических дисциплин,

уметь использовать математический аппарат при изучении и количественном описании реальных процессов и явлений.

4.Извлечение из ГОС ВПО по специальности (684 ЧАСОВ)

Действительные числа и их свойства. Функции и их свойства. Операции над функциями, композиция функций, обратная функция. Предел последовательности. Предел функции. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций. Непрерывность основных элементарных функций. Равномерная непрерывность функции на множестве. Дифференцируемость функции, производная, дифференциал. Правила дифференцирования. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения к исследованию функций. Неопределенный интеграл и основные методы интегрирования. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Понятие квадрируемой фигуры, кубируемого тела, спрямляемой кривой. Несобственные интегралы. Числовые ряды. Признаки сходимости. Функциональные последовательности и ряды. Свойства равномерной сходимости последовательностей и рядов. Степенные ряды. Формула и ряд Тейлора. Разложение в степенной ряд основных элементарных функций. Тригонометрические ряды Фурье. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность. Частные производные и дифференцируемость функции нескольких переменных. Исследование на экстремумы. Неявные функции. Двойной и тройной интегралы, их применение к вычислению геометрических величин. Криволинейные интегралы и их приложения.

5.Структура и содержание дисциплины «Математический анализ»

5.1 Общая трудоемкость дисциплины составляет 684 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	курс	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Форма промежуточной аттестации
			лекции	практики	с/р	
1	Дифференциальное исчисление	1	16	16	200	Контр. работа
2	Интегральное исчисление. Ряды	2	14	12	200	Контр. работа
3	Метрические пространства. Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных.	3	10	16	200	Контр. работа
			40	44	600	

5.2.Содержание разделов дисциплины.

Раздел 1.

1. Множество действительных чисел. Принцип вложенных отрезков.
2. Числовые последовательности. Понятие предела последовательности. Единственность предела. Предельный переход в неравенствах. Пределы суммы, произведения и частного двух последовательностей.
3. Критерий Коши сходимости числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
4. Подпоследовательности. Частичные пределы. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
5. Число е.
6. Функции: понятия, способы задания, свойства, арифметические действия над функциями. Графики функций.
7. Предел функции в точке. Односторонние пределы. Арифметические действия над пределами.
8. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно больших и бесконечно малых.
9. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.
10. Непрерывность функции в точке. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва. Непрерывность некоторых элементарных функций.

11. I и II теоремы Вейерштрасса.
12. Непрерывность сложной функции. Показательная функция.
13. Непрерывность обратной функции. Логарифмическая функция. Степенная функция с производным показателем.
14. Производная функции в точке. Геометрический и механический смысл производной. Односторонние производные. Производные некоторых элементарных функций.
15. Дифференцирование функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью. Понятие дифференциала, его геометрический смысл. Приближенные вычисления с помощью дифференциала.
16. Производная суммы, разности, произведения и частного двух функций. Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование обратной функции. Логарифмическая производная.
17. Производная и дифференциалы высших порядков. Инвариантность формы I дифференциала. Формула Лейбница.
18. Дифференцирование неявных функций. Дифференцирование параметрически заданных функций.
19. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
20. Правило Лопиталя.
21. Формула Тейлора с остаточными членом в форме Пеано и Лагранжа.
22. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.
23. Необходимые и достаточные условия монотонности функции. Экстремумы. Необходимое условие экстремума. I и II достаточное условие экстремума.
24. Асимптоты графика функции.
25. Выпуклость и точки перегиба графика функции.
26. Исследование функции с помощью производных и построение графиков.

Раздел 2.

1. Понятие и свойства неопределенного интеграла. Таблица простейших первообразных. Замена переменных и интегрирование.
2. Интегрирование рациональных функций.
3. Интегрирование тригонометрических функций.
4. Интегрирование некоторых иррациональностей.
5. Интегрирование трансцендентных функций.
6. Определение и геометрический смысл определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции.
7. Понятие верхней и нижней сумм Дарбу. Свойства сумм Дарбу.
8. Необходимое и достаточное условие интегрируемости функции. Интегрируемость монотонных ограниченных функций.
9. Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора. Интегрируемость непрерывных функций.
10. Свойства определенного интеграла, выражаемые равенствами. Интегрируемость произведение интегрируемых функций и модуля интегрируемой функции.
11. Свойства определенного интеграла, выражаемые неравенствами. Теорема о среднем, ее геометрический смысл.
12. Интеграл с переменным верхним пределом интегрирования. Связь определенного интеграла с неопределенным. Формула Ньютона Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
13. Несобственный интеграл I рода.
14. Несобственный интеграл II рода.
15. Приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур.
16. Вычисление длины дуги плоской кривой с помощью определенного интеграла.

17. Вычисление объема тела вращения и площади поверхности вращения с помощью определенного интеграла.
18. Некоторые механические приложения определенного интеграла.
19. Понятие числового ряда. Необходимый признак сходимости. Достаточный признак сходимости рядов с положительными членами. Признаки сравнения сходимости рядов с положительными членами.
20. Предельные признаки сравнения. Признаки Д'Аламбера и Коши. Интегральный признак.
21. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.
22. Теоремы об абсолютно и условно сходящихся рядах.
23. Функциональные ряды. Признак Вейерштрасса. Признак Дирихле и Абеля.
24. Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда.
25. Теоремы о почленном дифференцировании и интегрировании степенных рядов.
26. Ряд Тейлора.
27. Приложенные вычисления с помощью рядов.

Раздел 3.

1. Определение и примеры метрических пространств.
2. Предельные точки множества. Внутренность, замыкание и граница множества. Открытые и замкнутые множества.
3. Отображения метрических пространств. Предел и непрерывность.
4. Полные метрические пространства. Теорема Банаха о сжимающем отображении.
5. Функции нескольких действительных переменных. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
6. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных.
7. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала и частных производных функции двух переменных.
8. Дифференцирование сложной функции.
9. Производная по направлению. Градиент.
10. Теорема о существование и дифференцируемости неявной функции. Частные производные неявно заданных функций.
11. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Равенство смешанных производных.
12. Формула Тейлора для функции двух переменных.
13. Экстремумы функции двух переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума для функции двух переменных.
14. Нахождение наибольших и наименьших значений функции двух переменных. Условные экстремумы.
15. Квадрируемые фигуры и их площади. Приятие двойного интеграла.
16. Интегрируемость непрерывной функции. Основные свойства двойного интеграла.
17. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием.
18. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
19. Кубируемые тела и их объемы. Понятие тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты.
20. Приложения кратных интегралов. Вычисление объемов тел и площадей гладких поверхностей.
21. Криволинейный интеграл и его свойства.
22. Формула Грина. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов.
23. Криволинейные интегралы, зависящие только от начала и конца пути интегрирования.

5.3 Темы для самостоятельного изучения.

1. Тригонометрические функции.
2. Обратные тригонометрические функции.
3. Гиперболические функции.
4. Приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур.
5. Вычисление длины дуги плоской кривой с помощью определенного интеграла.
6. Вычисление объема тела вращения и площади поверхности вращения с помощью определенного интеграла.
7. Некоторые механические приложения определенного интеграла.
8. Признаки Дирихле и Абеля.
9. Производная по направлению. Градиент.
10. Криволинейный интеграл и его свойства.
11. Формула Грина. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов.
12. Криволинейные интегралы, зависящие только от начала и конца пути интегрирования.

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины.

Основная литература

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.1: учебник для вузов/ Л.Д.Кудрявцев.- 7-е изд.- М.:Дрофа, 2008, 2012.-702 с.

2. Кудрявцев, Лев Дмитриевич Курс математического анализа: учебник для бакалавров по естественнонаучным и техническим направлениям и специальностям/ Лев Дмитриевич Кудрявцев; Л. Д. Кудрявцев. - 6-е изд.. - М.: Юрайт Т. 3. - 2012. - 351 с

3. Кудрявцев, Лев Дмитриевич Курс математического анализа: учебник для бакалавров по естественнонаучным и техническим направлениям и специальностям/ Лев Дмитриевич Кудрявцев; Л. Д. Кудрявцев. - 6-е изд.. - М.: Юрайт Т. 2. - 2012. - 720 с.

Дополнительная литература

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.2: учебник для вузов/ Л.Д.Кудрявцев.- 6-е изд.- М.:Дрофа, 2006.-720 с. всего 5 экз.

2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.3: учебник для вузов/ Л.Д.Кудрявцев.- 6-е изд.- М.:Дрофа, 2006.- 351с. всего 5 экз.

3. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Ч.1:учебное пособие для вузов / Г.М. Фихтенгольц. – СПб.:Лань, 2006.- 448 с. всего 20 экз.

4. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Ч.2:учебное пособие для вузов / Г.М. Фихтенгольц. – СПб.: Лань, 2006.- 464 с. всего 20 экз.

5. Ильин В.А. Основы математического анализа. Ч.1: учебник для вузов/ В.А.Ильин, Позняк Э.Г. – 5-е изд.- М.: Наука, Физматлит, 2000.-616 с.

6. Ильин В.А. Основы математического анализа. Ч.2: учебник для вузов/ В.А.Ильин, Позняк Э.Г. – 5-е изд.- М.: Наука, Физматлит, 2000.- 448 с.

7. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.2:учебное пособие для вузов / Г.М. Фихтенгольц. – СПб.: Лань, 1997.- 800 с.

8. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1:учебное пособие для вузов / Г.М. Фихтенгольц. – СПб.:Лань, 1997.- 608 с.

9. Виноградова И.А. Задачи и упражнения по математическому анализу. Кн. 1:учеб. пособие для университетов, педагогических вузов/ И.А.Виноградова, С.Н.Олехник, В.А. Садовничий.- 2-е изд., М.: Высшая школа, 2000.- 725с.

10. Виноградова И.А. Задачи и упражнения по математическому анализу. Кн. 1:учеб. пособие для университетов, педагогических вузов/ И.А.Виноградова, С.Н.Олехник, В.А. Садовничий.- 2-е изд., М.: Высшая школа, 2000.- 712.с.

11. Зайцев В.Ф. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям/

В.Ф. Зайцев., А.Д.Полянин – М.: Физико-математическая литература, 2001.-576с.
12. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения / М.В. Федорюк. – СПб.: Лань, 2003.-448с.
13. Филиппов А.Ф.Сборник задач по дифференциальным уравнениям/ А.Ф. Филиппов.- М.; Ижевск: РХО,2004.-176с.
14. 10.Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учеб. пособие для студентов физических и механико-математических вузов/ Б.П.Демидович.-М.:Астрель, 2004.-558 с.
15. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов: учеб. пособие для студентов высш. техн. учеб. заведений/ под ред. Б.П.Демидовича.-М.:Астрель:АСТ, 2004.-495,[1] с.: ил.
16. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.3:учебное пособие для физических и механико-математических вузов / Г.М. Фихтенгольц. – 8-е изд.-М.: Физматлит, 2003.- 728 с.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитория для проведения лекционных и практических занятий.

8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:

Список вопросов к экзамену

1 курс, 1 семестр

1. Аксиоматика множества действительных чисел.
2. Модуль действительного числа.
3. Ограниченные и неограниченные множества в R. Расширенная числовая прямая. Промежутки.
4. Конечный предел числовой последовательности. Примеры.
5. Сходящиеся и расходящиеся последовательности.
6. Бесконечные пределы.
7. Единственность предела числовой последовательности.
8. Предельный переход в неравенствах.
9. Арифметические операции над последовательностями.
10. Предел монотонной последовательности. Пример.
11. Аксиома непрерывности и ее следствие.
12. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
13. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.
14. Понятие функции. Операции над функциями. Сужение функции.
15. Предел функции. Примеры.
16. Первый замечательный предел.
17. Единственность предела функции.
18. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
19. Свойства пределов функций.
20. Предел по множеству.
21. Односторонние пределы.
22. Сравнение бесконечно-малых.
23. Критерий Коши существования предела функции.
24. Непрерывность функции в точке. Непрерывность сложной функции.
25. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва.
26. Предел монотонной функции.
27. Понятие обратной функции. Теоремы об обратных функциях.
28. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
29. Показательная функция.

30. Логарифмическая функция.
31. Степенная функция.
32. Тригонометрические функции.
33. Обратные тригонометрические функции.
34. Второй замечательный предел.
35. Понятие производной. Дифференцируемость функции в точке.
36. Геометрический и механический смысл производной. Дифференциал функции.
37. Дифференцирование суммы, разности, произведения и частного.
38. Производная сложной и обратной функции.
39. Инвариантность формы первого дифференциала. Логарифмическая производная.
40. Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференцируемость функции, заданной параметрически.
41. Теоремы Ферма и Ролля.
42. Теоремы Лагранжа и Коши.
43. Правила Лопиталя.
44. Монотонность и производные.
45. Формула Тейлора.
46. Экстремумы.
47. Выпуклость, точки перегиба.
48. Асимптоты.

I курс, II семестр

1. Понятие первообразной функции.
2. Неопределенный интеграл и его свойства.
3. Таблица основных интегралов.
4. Интегрирование подстановкой.
5. Интегрирование по частям.
6. Разложение многочлена на множители.
7. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших дробей.
8. Интегрирование элементарных рациональных дробей.
9. Интеграл от дробно-линейной иррациональности.
10. Интеграл от квадратичных иррациональностей. Подстановка Эйлера.
11. Интеграл от дифференциальных биномов.
12. Интеграл от тригонометрических функций.
13. Понятие интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости.
14. Суммы Дарбу и их свойства.
15. Критерий интегрируемости функций.
16. Равномерная непрерывность функций. Теорема Кантора.
17. Классы интегрируемых функций.
18. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем.
19. Определенный интеграл с переменным верхним пределом.
20. Формула Ньютона-Лейбница.
21. Формула замены переменной в определенном интеграле и интегрирование по частям.
22. Понятие несобственных интегралов I, II рода.
23. Понятие квадрируемой фигуры. Аддитивность и монотонность.
24. Вычисление площади криволинейной трапеции.
25. Площадь криволинейного сектора, заданного в полярных координатах.
26. Кубируемые фигуры. Вычисление объема тела вращения.
27. Длина дуги кривой.
28. Понятие числового ряда. Сходимость ряда.
29. Свойства числовых рядов.
30. Сходимость знакоположительных рядов. Признак сравнения.

31. Признаки Даламбера и Коши.
32. Интегральный признак сходимости.
33. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
34. Знакомеременные ряды и их свойства.
35. Признаки сходимости произвольных рядов (признаки Абеля и Дирихле).
36. Функциональные последовательности. Равномерная сходимость функциональных последовательностей.
37. Критерий Коши равномерной сходимости функциональных последовательностей.
38. Непрерывность предельной функции.
39. Функциональные ряды. Признак Вейерштрасса.
40. Интегрирование функциональных рядов.
41. Дифференцирование функциональных рядов.
42. Степенные ряды и их свойства. Первая и вторая теоремы Абеля.
43. Ряд Тейлора.
44. Разложение e^x в степенной ряд.
45. Разложение sin и cos в степенной ряд.
46. Биномиальный ряд.
47. Разложение log и arctg в степенной ряд.

II курс, III семестр)

1. Метрические пространства. Основные понятия. Примеры.
2. Тип точек и множеств в метрическом пространстве.
3. Предел последовательности в метрическом пространстве.
4. Отображения в метрическом пространстве. Предел и непрерывность.
5. Компактные множества.
6. Понятие функции нескольких переменных. Предел функции нескольких переменных.
7. Частные производные функций нескольких переменных.
8. Дифференциал и дифференцируемость функций нескольких переменных.
9. Производная сложной функции.
10. Производная по направлению.
11. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца.
12. Формула Тейлора для функций нескольких переменных.
13. Экстремум функций двух переменных.
14. Геометрические приложения дифференциального исчисления функций нескольких переменных.
15. Понятие о неявной функции одной переменной.
16. Понятие о неявной функции нескольких переменных.
17. Условный экстремум.
18. Понятие двойного интеграла и его свойства.
19. Вычисление двойного интеграла в случае прямоугольной области.
20. Вычисление двойного интеграла в случае криволинейной области.
21. Тройной интеграл.
22. Вычисление площади в криволинейных координатах.
23. Вычисление двойных и тройных интегралов в криволинейных координатах. Примеры криволинейных координат.
24. Понятие криволинейных интегралов I и II рода.
25. Вычисление криволинейных интегралов.
26. Формула Грина.
27. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.