

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВПО «ВОЛОГОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

УТВЕРЖДАЮ



06 сентября 2011г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)
ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Специальность
050201 «Математика»

Форма обучения
ЗАОЧНАЯ

Вологда
2011

Рецензент (ы) доцент, к.ф.-м.н. Панфилова Т.Л.

[illegible]

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины является дать научное обоснование тех относящихся к нему понятий, первое представление о которых дается в школе.

2. Место дисциплины в общей системе подготовки специалиста

Цикл ДПП.

3. Требования к уровню освоения содержания дисциплины

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- Иметь представление о роли и месте математического анализа в системе наук
- Осознавать фундаментальный и прикладной характер теории функций действительного переменного.
- Владеть теоретическим материалом.
- Применять теоретические знания для решения различных примеров и задач.
- Применять знания по теории функций действительного переменного при изучении общей и теоретической физики, а также других математических дисциплин.

4. Извлечение из ГОС ВПО специальности (162 ЧАСОВ)

Мощность множества. Счетные и несчетные множества. Строение замкнутых и открытых множеств на числовой прямой. Мера Лебега. Множества и функции, измеримые по Лебегу. Интеграл Лебега. Понятие метрического пространства. Полные метрические пространства. Ряды Фурье в произвольном гильбертовом пространстве.

5. Структура и содержание дисциплины «Теория функций действительного переменного»

5.1 Общая трудоемкость дисциплины составляет 162 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Форма промежуточной аттестации
			лекции	практики	с/р	
1	Элементы теории множеств	5	8-9	4	2/ 46	Кр
2	Интеграл Лебега	5	8-9	2	2/ 50	Кр
3	Ряды Фурье	5	8-9	2	2/ 52	Кр

5.2 Содержание разделов дисциплины

Раздел 1.

1. Понятие мощности множества. Счетные множества.
2. Несчетные множества. Сравнение мощностей. Теорема Кантора-Бернштейна.
3. Точечные множества. Замкнутые множества. (Понятие произвольного множества, совершенного, плотного в себе множества; замыкания) свойства замкнутых множеств. (Теорема Бореля – без доказательства)
4. Внутренние точки и открытые множества на числовой прямой. Свойства открытых множеств.
5. Структура открытых и замкнутых ограниченных множеств. Канторовы множества.

6. Понятие точки конденсации. Мощность замкнутого множества. Теорема о мощности непустого совершенного множества. Теоремы Линдлефа и Кантора-Бендиксона.

7. (14) Понятие метрического пространства, примеры метрических пространств. Полные метрические пространства. Теорема Банаха. (повторение)

8. Мера ограниченного открытого множества. Свойства меры открытых ограниченных множеств. Мера ограниченного замкнутого множества. Свойства меры замкнутых ограниченных множеств.

9. Понятие внутренней и внешней меры ограниченного множества, их свойства.

10. Понятие измерительного множества, свойства измерительных множеств. Некоторые классы измерительных множеств.

11. Понятие измерительной функции, ее свойства. Понятие сходимости по мере. Теорема Рисса (без доказательства), теорема Лузина.

Раздел 2.

12. Определение интеграла Лебега. Свойства интеграла Лебега.

13. Предельный переход под знаком интеграла. Сравнение интегралов Римана и Лебега.

14. Суммируемые функции: интеграл неотрицательной измеримой функции, его свойства, суммируемые функции любого знака их свойства (предельный переход знаком интеграла).

Раздел 3.

15. Тригонометрические ряды. Теорема о разложении в тригонометрических рядах периодической функции. Ортогональная система функций. Обобщенный ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье непериодической функции, в случае произвольного пространства. Разложение только по $\cos$ или только по $\sin$.

16. Принцип локализации. Интеграл Дирихле. Сходимость рядов Фурье: признаки Дини, Дирихле-Жордана.

17. Функции суммируемые с квадратом. Пространство Гильберта. Обобщающий ряд Фурье. Неравенства Коши-Буняковского. Равенство Парсеваля.

18. Признаки равномерной сходимости рядов Фурье. Понятие об интеграле Фурье. Операции над рядами Фурье.

5.3 Темы для самостоятельного изучения.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины. Тема.	Форма самостоятельной работы	Кол-во часов	Форма контроля выполнения самостоятельной работы
1	Интеграл Лебега	Вопросы для сам. изучения: суммируемые функции любого знака их свойства (предельный переход знаком интеграла).		РЕФЕРАТ
2	Ряды Фурье	Функции суммируемые с квадратом. Пространство Гильберта. Обобщающий ряд Фурье. Неравенства Коши-Буняковского. Равенство Парсеваля.		

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины.

Основная литература

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.1: учебник для вузов/ Л.Д.Кудрявцев.- 7-е изд.- М.:Дрофа, 2008, 2012.-702 с.
2. Кудрявцев, Лев Дмитриевич Курс математического анализа: учебник для бакалавров по естественнонаучным и техническим направлениям и специальностям/ Лев Дмитриевич Кудрявцев; Л. Д. Кудрявцев. - 6-е изд.. - М.: Юрайт Т. 3. - 2012. - 351 с
3. Кудрявцев, Лев Дмитриевич Курс математического анализа: учебник для бакалавров по естественнонаучным и техническим направлениям и специальностям/ Лев Дмитриевич Кудрявцев; Л. Д. Кудрявцев. - 6-е изд.. - М.: Юрайт Т. 2. - 2012. - 720 с.
4. Теория функций вещественной переменной: учебник для вузов/ И. П. Натансон. - 5-е изд., стер.. - СПб. [и др.]: Лань, 2008. - 560 с.: ил.. - (Классическая учебная литература по математике).

Дополнительная литература

1. Фиктенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – СПб.: “Лань”, 1997, т.3
2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – М.: Высшая школа, 1988, т.1-3
3. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ. – М.: изд. МГУ, 1985, т. 1-2.
4. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной – Спб.: изд.”Лань”, 1999
5. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. – М.: “Алфа”, 1998, т.2.
6. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления, - М.: изд. “Интеграл-Пресс”, 1998, т.2
7. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1981
8. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: Наука, 1990
9. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по математическому анализу. – М.: Высшая школа, 2000, т.2
10. Очан Ю.С. Сборник задач по математическому анализу. – М.: Просвещение, 1981

7.Материально-техническое обеспечение

Освоение дисциплины предполагает использование академической аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий, оснащенной необходимыми техническими средствами (компьютер, проектор, экран).

8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:

Вопросы к ЗАЧЕТУ

1. Счетные множества.
2. Несчетные множества.
3. Сравнение мощностей.
4. Метрические пространства.
5. Замкнутые множества. Свойства замкнутых множеств.
6. Внутренние точки и открытые множества. Свойства открытых множеств.
7. Структура открытых и замкнутых множеств.
8. Теорема о мощности непустого совершенного множества.
9. Мера ограниченного открытого множества.
10. Мера ограниченного замкнутого множества.
11. Внутренняя и внешняя меры.
12. Измеримые множества. Классы измерительных множеств.

13. Измеримые функции. Их свойства.
14. Интеграл Лебега. Основные свойства.
15. Предельный переход под знаком интеграла.
16. Сравнение интегралов Римана и Лебега.

Примерная тематика рефератов.

- 1) Сходимость в среднем. Ортогональные системы
- 2) Пространство Гильберта
- 3) Неравенство Коши-Буняковского. Равенство Парсеваля.
- 4) Суммируемые функции произвольного знака.