

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВПО «ВОЛОГОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

УТВЕРЖДАЮ



06 сентября 2011г.

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

**МАТЕМАТИКА**  
**Специальность**  
050201 «Математика»

Форма обучения  
ЗАОЧНАЯ

Вологда  
2011



### **1. Цели освоения дисциплины «Математика».**

Целями освоения дисциплины (модуля) Численные методы являются:

- изучение основных численных методов, играющих важную роль при решении задач алгебры и анализа;

- повышение уровня математической культуры;

- приобретение навыков самостоятельной исследовательской работы;

- развитие интереса к математике, расширение представлений о месте общей математической подготовки в системе знаний.

Целями освоения дисциплины(модуля) Теория вероятностей являются:

- дать студентам развёрнутое представление о строении и содержании дисциплины «Теория вероятностей»;

- изучить основные понятия, теоремы, методы дисциплины «Теория вероятностей», и научиться применять их на практике при решении различных задач;

- познакомить с историей развития дисциплины «Теория вероятностей» и с именами учёных, внёсших наиболее заметный вклад в её становление, повышение уровня математической культуры;

### **2.Место дисциплины в общей системе подготовки специалиста**

Дисциплина «Математика» относится к циклу общих математических и естественнонаучных дисциплин. Ее изучение предполагается в пятом, шестом семестрах и базируется на таких дисциплинах как «Алгебра», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными», рассмотренных ранее. Кроме того, знакомство с новыми приближенными методами решения задач алгебры и математического анализа расширяет возможности решения разного рода практических задач. Методы теории вероятностей широко применяются в различных отраслях: в теории надёжности, теории массового обслуживания, в теоретической физике, геодезии, астрономии, военном деле, теории ошибок наблюдения, теории автоматического управления, общей теории связи и во многих других теоретических и прикладных науках. Теория вероятностей служит также для обоснования математической и прикладной статистики, которые используются при проведении различных психолого-педагогических исследований и принятии решений. Рассматриваемые методы могут быть использованы в исследовательских работах.

### **3. Требования к уровню освоения содержания дисциплины**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать:

- знать основы и структуру численных методов;

- основные понятия, теоремы и методы теории вероятностей;

уметь:

- уметь применять теоретические знания для решения различных примеров и задач

- уметь применять знания по численным методам в решении прикладных задач, а также математических дисциплин;

- решать конкретные задачи по теории вероятностей;

- владеть:

- владеть теоретическим материалом;

- важнейшими фактами и методами теории вероятностей;

- основными компонентами культуры математического мышления, логической и алгоритмической культуры.

#### 4. Извлечение из ГОС ВПО

Численные методы. Вероятность и статистика: теория вероятностей, случайные процессы, статистическое оценивание и проверка гипотез, статистические методы обработки экспериментальных данных.

#### 5. Структура и содержание модуля «Математика»

5.1 Общая трудоемкость дисциплины составляет 166 часов, из них лекции-26 ч, лабораторные -8 ч, практические – 10ч., самостоятельная работа -122 ч.

| №<br>п/п | Раздел<br>дисциплины | Виды учебной работы, включая<br>самостоятельную работу студентов и<br>трудоемкость (в часах) |                         |                         |                           |
|----------|----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------------|
|          |                      | Лекции                                                                                       | Лабораторные<br>занятия | Практические<br>занятия | Самостоятельная<br>работа |
| 1.       | Численные методы     | 12                                                                                           | 8                       |                         | 60                        |
| 2.       | Теория вероятностей  | 14                                                                                           |                         | 10                      | 62                        |

5.2 Содержание разделов дисциплины.

##### Модуль 1. «Численные методы».

| №<br>п/п | Раздел<br>дисциплины                                        | Виды учебной работы,<br>включая<br>самостоятельную<br>работу студентов и<br>трудоемкость (в часах) |                         | Формы текущего<br>контроля<br>успеваемости<br>(по неделям<br>семестра)<br>Форма<br>промежуточной<br>аттестации<br>(по семестрам) |
|----------|-------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|          |                                                             | Лекции                                                                                             | Лабораторные<br>занятия |                                                                                                                                  |
| 1.       | Элементы теории погрешностей                                | 1                                                                                                  |                         |                                                                                                                                  |
| 2        | Приближенные методы решения алгебраических уравнений        | 3                                                                                                  | 2                       | Защита лабораторных работ                                                                                                        |
| 3        | Приближенные методы решения систем алгебраических уравнений | 2                                                                                                  | 2                       | Защита лабораторной работы                                                                                                       |
| 4        | Численное интерполирование и дифференцирование              | 2                                                                                                  | 2                       | Защита лабораторных работ                                                                                                        |
| 5        | Численное интегрирование                                    | 2                                                                                                  | 2                       | Защита лабораторных работ                                                                                                        |
| 6        | Численные методы решения дифференциальных уравнений         | 2                                                                                                  |                         | Защита лабораторных работ                                                                                                        |
| 7        | Метод наименьших квадратов                                  |                                                                                                    |                         | Защита лабораторных работ                                                                                                        |
| 8        | Методы минимизации функции одной переменной                 |                                                                                                    |                         | Защита лабораторных работ                                                                                                        |

|   |                                                  |           |          |                           |
|---|--------------------------------------------------|-----------|----------|---------------------------|
| 9 | Методы минимизации функции нескольких переменных |           |          | Защита лабораторных работ |
|   | <b>Итого</b>                                     | <b>12</b> | <b>8</b> |                           |

### **Тема 1. Элементы теории погрешностей.**

Элементы теории погрешностей. Приближенное значение действительного числа, абсолютная погрешность. Погрешность значений функции, вызванная погрешностями значений ее аргументов. Погрешности арифметических операций.

### **Тема 2. Приближенные методы решения алгебраических уравнений.**

Решение уравнений методом половинного деления. Оценка погрешности. Решение уравнений методом Ньютона. Геометрическая иллюстрация. Теорема о сходимости. Оценка погрешности. Метрические пространства. Теорема Банаха. Решение уравнений методом простой итерации. Приведение уравнения к итерационному виду. Оценка погрешности. Выбор начального приближения. Геометрическая иллюстрация метода.

### **Тема 3. Приближенные методы решения систем алгебраических уравнений.**

Чебышевская метрика в пространстве  $IR^{(n)}$ . Решение системы линейных уравнений методом простой итерации. Преобразование системы уравнений к итерационной форме. Оценка погрешности.

### **Тема 4. Численное интерполирование и дифференцирование.**

Интерполяционная задача. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка погрешности интерполяционного многочлена. Линейная интерполяция. Численное дифференцирование при помощи квадратичной интерполяции. Оценка погрешности. Методика средней точки.

### **Тема 5. Численное интегрирование.**

Численное интегрирование. Коэффициенты Ньютона-Котеса. Формулы трапеций и Симпсона. Оценка погрешности методов трапеций и Симпсона. Выбор шага интегрирования. Методика двойного счета

### **Тема 6. Численные методы решения дифференциальных уравнений.**

Численное решение задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Метод Эйлера и его модификации. Геометрическая иллюстрация. Оценка погрешности метода Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Решение дифференциальных уравнений с помощью рядов.

### **Тема 7. Метод наименьших квадратов.**

Метод наименьших квадратов. Аппроксимация при помощи многочлена.

### **Тема 8. Методы минимизации функции одной переменной.**

Методы минимизации функции одной переменной: метод половинного деления, метод золотого сечения, метод Фибоначчи, метод ломанных, метод касательных, метод парабол, метод стохастической аппроксимации

**Тема 9. Методы минимизации функции нескольких переменных.** Методы минимизации функции нескольких переменных: градиентный метод, метод проекции градиента, метод сопряженных направлений для квадратичной задачи

## **Модуль 2. Теория вероятностей**

| № п/п | Раздел дисциплины | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) |                      | Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)<br>Форма промежуточной аттестации (по семестрам) |
|-------|-------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|       |                   | Лекции                                                                                 | Практические занятия |                                                                                                             |
|       | Случайные события | 6                                                                                      | 4                    | Контрольная работа                                                                                          |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                    |          |          |                                                                                                |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | Правила суммы и произведения в комбинаторике. Основные понятия теории вероятностей. Классическое определение вероятности. Формулы комбинаторики. Геометрическое определение вероятности.                                                                           |          |          | Опрос, проверка домашнего задания, выборочная проверка тетрадей, самостоятельные работы, тест. |
|  | Действия над событиями. Теоремы сложения вероятностей совместных и несовместных событий. Условная вероятность. Независимые события. Теорема умножения вероятностей. Теорема умножения вероятностей для независимых событий                                         |          |          |                                                                                                |
|  | Вероятность гипотез. Формула полной вероятности. Формула Байеса.                                                                                                                                                                                                   |          |          |                                                                                                |
|  | Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема Лапласа.                                                                                                                                                               |          |          |                                                                                                |
|  | <b>Случайные величины</b>                                                                                                                                                                                                                                          | <b>4</b> | <b>4</b> | <b>Контрольная работа</b>                                                                      |
|  | Случайные величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.                                                                                                                                                                                                   |          |          | Опрос, проверка домашнего задания, выборочная проверка тетрадей, самостоятельные работы, тест. |
|  | Способы задания дискретной случайной величины. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Основные характеристики дискретной случайной величины. Функция распределения. Математическое ожидание и его свойства дискретной случайной величины. |          |          |                                                                                                |
|  | Способы задания непрерывной случайной величины. Основные характеристики непрерывной случайной величины. Функция распределения. Плотность распределения. Математическое ожидание и его свойства непрерывной случайной величины.                                     |          |          |                                                                                                |
|  | Основные законы                                                                                                                                                                                                                                                    |          |          |                                                                                                |

|  |                                                                                                                                            |           |           |                                                                                                |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | распределения.                                                                                                                             |           |           |                                                                                                |
|  | <b>Предельные теоремы теории вероятностей и их связь со статистикой</b>                                                                    | <b>4</b>  | <b>2</b>  |                                                                                                |
|  | Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теоремы                                                   |           |           | Опрос, проверка домашнего задания, выборочная проверка тетрадей, самостоятельные работы, тест. |
|  | Связь предельных теорем со статистикой. Обоснование статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Эмпирическая функция распределения. |           |           |                                                                                                |
|  | <b>ИТОГО</b>                                                                                                                               | <b>14</b> | <b>10</b> |                                                                                                |

### **Раздел 1. Случайные события.**

Основные понятия теории вероятностей. Классическое определение вероятности. Формулы комбинаторики.

Действия над событиями. Теоремы сложения вероятностей совместных и несовместных событий.

Условная вероятность. Независимые события. Теорема умножения вероятностей. Теорема умножения вероятностей для независимых событий

Вероятность гипотез. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема Лапласа.

### **Раздел 2. Случайные величины.**

Случайные величины и способы их описания. Дискретные и непрерывные случайные величины.

Способы задания дискретной случайной величины. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Основные характеристики дискретной случайной величины. Функция распределения. Математическое ожидание и его свойства дискретной случайной величины.

Способы задания непрерывной случайной величины. Основные характеристики непрерывной случайной величины. Функция распределения. Плотность распределения. Математическое ожидание и его свойства непрерывной случайной величины.

Основные законы распределения.

### **Раздел 3. Предельные теоремы теории вероятностей и их связь со статистикой.**

Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теоремы

Связь предельных теорем со статистикой. Обоснование статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Эмпирическая функция распределения.

## **6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины.**

### **• Основная литература:**

1. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: учеб.пособие/ Под ред. Б.П.Демидовича.- СПб.: Лань,2008.-400с.
2. Копченова Н.В. Вычислительная математика в примерах и задачах: учеб.пособие./ Н.В. Копченова, И.А. Марон.- СПб.:Лань,2009.-368с.
3. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики: учеб. пособие/ Г. И. Марчук. - СПб.: Лань, 2009.-608 с.
4. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для бакалавров/ В. Е. Гмурман. - 12-е изд.. - М.: Юрайт, 2014. - 479 с.: ил

5. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие для бакалавров/ В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп.. - М.: Юрайт, 2013. - 404 с.

• **Дополнительная литература:**

1. Бахвалов Н.С. Численные методы /Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков.- М.:БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003. всего 25 экз.

2. Самарский А.А. Введение в численные методы. учебное пособие для вузов. – СПб.: Лань, 2005. всего 7 экз.

3. Исаков В.Н. Элементы численных методов: учеб.пособие для студентов высш.пед.учеб.заведений/ В.Н. Исаков.- М.: Академия, 2003.-192с. всего 40 экз.

4. Киреев В.И. Численные методы в примерах и задачах: учеб.пособие/ В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. –М.: Высш.шк., 2004.-408с. всего 5 экз.

3. 8. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов/ В. Е. Гмурман. - М.: Высшая школа,2003.-479 с. всего 5 экз.

4. 9. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб.пособие для вузов/ В. Е. Гмурман. - М.: Высшая школа,2005.-404 с. всего 10 экз.

5. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. Учеб.пособие./ под ред. В.А. Садовниченко.- М.: Высш. шк., 2000.-190с.

6. Турчак Л.И. Основы численных методов: учеб.пособие./Л.И. Турчак, П.В. Плотников. - М.: Физматлит, 2002.-304с.

7. Вержбицкий В.М. Основы численных методов: учебник для вузов/ В.М. Вержбицкий.-М.: Высш.шк., 2002.-840с.

8. Вержбицкий В.М. Численные методы (линейная алгебра и нелинейные уравнения):

9. учеб.пособие для вузов.- М.: Высш.шк., 2000.-266с.

10. Вентцель Е. С. Задачи и упражнения по теории вероятностей: учеб. пособие для высш. техн. учеб. заведений/ Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. - М.: ACADEMIA,2003.-448 с.

11. Вентцель Е. С. Теория вероятностей: учеб. для вузов/ Е. С. Вентцель. - М.: ACADEMIA,2003.-576 с.

12. Вентцель Е. С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: учеб. пособие для втузов/ Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. - М.: ACADEMIA,2003.-464 с.

**в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

1. <http://edu.ru> – Федеральный портал Российское образование

2. <http://zakon.edu.ru> – Российский образовательный портал

3. <http://www.school.edu.ru> – Российский общеобразовательный портал

4. <http://www.forumobr.ru> - Инновационный портал «Образовательный форум»

5. <http://www.internet-school.ru/enc/> - Интернет-школа Просвещение.ru

6. <http://ege.edu.ru> – портал ЕГЭ

7. <http://www.probaege.edu.ru> – экзаменационное агентство «Единый экзамен»

8. <http://eidos.fastbb.ru> – Официальный форум Центра дистанционного образования «Эйдос»

9. <http://www.edu-murman.ru> – Национальный проект «Образование» в Мурманской области

10. EqWorld: Мир математических уравнений <http://eqworld.ipmnet.ru>

11. Exponenta.ru: образовательный математический сайт

<http://www.exponenta.ru>

12. <http://www.fepo.ru>

**7.Материально-техническое обеспечение дисциплины**



Освоение дисциплины «Математика» предполагает использование для проведения занятий академической аудитории, оснащенной необходимыми техническими средствами (компьютер, проектор, экран). Для проведения лабораторных занятий по модулю «Численные методы» необходим компьютерный класс.

## 8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:

Модуль 1.

### 8.1. Примерные зачетные задания.

1. Найти корень уравнения с заданной степенью точности  $2 + e^{-x} = \frac{2}{x}$ ,  $\varepsilon = 10^{-3}$

2. Вычислить интеграл методом трапеции и по методике двойного счета с заданной точностью:  $\int_0^1 \frac{dx}{x+1}$ ,  $\varepsilon = 10^{-2}$

3. Привести уравнение к итерационному виду  $x^3 + x - 20 = 0$ .

4. С помощью параболической интерполяции найти значение функции ( $y = \sin x$ ) в точке  $X = 0,45$

|   |        |        |        |        |        |        |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| X | 0,3    | 0,4    | 0,5    | 0,6    | 0,7    | 0,8    |
| Y | 0,2955 | 0,3894 | 0,4794 | 0,5646 | 0,6442 | 0,7174 |

5. Построить аппроксимирующей функцию методом наименьших квадратов

|   |     |   |   |     |     |    |
|---|-----|---|---|-----|-----|----|
| X | 2   | 3 | 5 | 7   | 9   | 11 |
| Y | 5,6 | 5 | 4 | 3,2 | 2,5 | 2  |

### 8.2. Примерный перечень вопросов к зачету (экзамену).

1. Приближенные вычисления. Абсолютная погрешность. Погрешность арифметических операций. Погрешность при вычислении функции. Погрешность элементарных функций.

2. Метод половинного деления. Оценка погрешности метода половинного деления.

3. Метод Ньютона. Теорема сходимости.

4. Метод Ньютона. Геометрическая интерпретация. Оценка погрешности метода Ньютона.

5. Метод простой итерации (Основные понятия). Приведение уравнения к итерационному виду. Теорема о выборе начального приближения

6. Приведение уравнения к итерационному виду. Оценка погрешности метода простой итерации. Геометрическая интерпретация.

7. Решение систем линейных уравнений методом итерации.

8. Оценка погрешности метода итерации для систем.

9. Задача численного интерполирования. Интерполяционный полином Лагранжа.

10. Задача численного интерполирования. Оценка погрешности численного интерполирования.

11. Линейная интерполяция. Оценка погрешности линейной интерполяции

12. Численное дифференцирование.

13. Постановка задачи численного интегрирования. Метод Симпсона.

14. Постановка задачи численного интегрирования. Метод трапеции.

15. Оценка погрешности для метода трапеций и метода Симпсона.

16. Общая оценка погрешности. Выбор шага. Методика двойного счета для метода трапеций и метода Симпсона.

17. Метод наименьших квадратов. Линейная аппроксимация.

18. Численное решение задачи Коши. Метод Эйлера.

19. Численное решение задачи Коши. Модифицированный метод Эйлера.

20. Метод Рунге-Кутты.

21. Предмет и история развития методов оптимизации. Примеры моделирования в форме задач оптимизации. Изопериметрическая задача и задача о брахистохроне.

22. Методы минимизации функций одной переменной:
  - a. метод половинного деления
  - b. метод золотого сечения и его модификация
  - c. метод Фибоначчи
23. Метод ломанных. Постановка задачи, описание метода, теорема сходимости метода ломанных.
24. Выпуклые функции одного переменного и их экстремальные свойства.
25. Метод касательных.
26. Метод парабол и метод стохастической аппроксимации решения задачи минимизации функции одной переменной.
27. Выпуклые множества.
28. Выпуклые функции. Свойства выпуклых функций многих переменных.
29. Проекция точки на выпуклое множество. Отделимость выпуклых множеств.
30. Градиентный метод минимизации функции нескольких переменных. Теорема сходимости. Оценка сходимости метода скорейшего спуска.
31. Метод проекции градиента. Теорема сходимости.

## Модуль2.

### *Формы текущего контроля:*

- опрос на практических занятиях по теоретическому и практическому материалу;
- проверка домашнего задания;
- выборочная проверка тетрадей;
- самостоятельные работы.

### *Формы промежуточного контроля:*

- контрольная работа.

### *Основные формы организации самостоятельной работы студентов:*

- проработка материала по конспекту или учебному пособию перед занятием;
- выполнение домашних заданий с последующей проверкой преподавателем;
- самостоятельное решение задач в аудитории с последующей проверкой преподавателем;
- ответы в устной или письменной форме на вопросы для самоконтроля при подготовке к занятиям;
- самостоятельное решение системы семестровых заданий при подготовке к экзамену;
- решение дополнительных учебных задач (участие в НИР).

### *Основные формы руководства учебной работой студентов и оказания им помощи в самостоятельном изучении материала:*

- консультация;
- индивидуальные занятия.

## ***Примерные вопросы к экзамену***

1. Основные понятия теории вероятностей. Классическое определение вероятности. Формулы комбинаторики.
2. Теорема сложения вероятностей несовместных событий.
3. Теорема сложения для совместных событий.
4. Условная вероятность. Независимые события. Теорема умножения вероятностей. Теорема умножения вероятностей для независимых событий
5. Вероятность гипотез. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
6. Формула Бернулли. Локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема Лапласа.
7. Случайные величины и способы их описания. Дискретные и непрерывные случайные величины.
8. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Функция распределения.

9. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона.
10. Непрерывные случайные величины и их характеристики. Свойства функции распределения, ее график.
11. Плотность распределения. Нахождение функции распределения по плотности распределения. Свойства плотности распределения.
12. Математическое ожидание и его свойства дискретной случайной величины.
13. Дисперсия дискретной случайной величины, свойства. Среднее квадратическое отклонение.
14. Нормальное распределение.
15. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева, ее сущность и значение для практики
16. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема и ее следствия.
17. Элементы математической статистики: задачи математической статистики, генеральная и выборочная совокупность, повторная и бесповторная выборка. Эмпирическая функция распределения.