

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВПО «ВОЛОГОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

УТВЕРЖДАЮ



06 сентября 2011г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ

Специальность
050201 «Математика»

Форма обучения
ЗАОЧНАЯ

Вологда
2011

1. Цели освоения дисциплины

Теория числовых систем подводит научную базу под понятием числа – исходного и основополагающего (наряду с понятием фигуры) объекта математики. Эта теория носит абстрактно-алгебраический характер. Поэтому очень важно при рассмотрении фундаментальных понятий и построений показывать их содержательные интуитивные прообразы, наглядные интерпретации. Подчеркивается уникальность основных числовых систем. С методологической точки зрения важно сравнить эти числовые системы с конечными полями, булевыми алгебрами, p -адическими числами, показать сходство и своеобразие перечисленных систем, наметить пути построения различных возможных обобщений числовых систем.

2. Место дисциплины в общей системе подготовки специалиста

Дисциплина «Числовые системы» относится к циклу ДПП – дисциплины предметной подготовки, читается на базе вузовских курсов алгебры и математического анализа.

3. Требования к уровню освоения содержания дисциплины

Студент, изучивший дисциплину, должен знать основные свойства числовых систем: N , Z , Q , R , C .

Студент, изучивший дисциплину, должен уметь решать задачи последующим темам: свойства арифметических операций в множестве N ;

метод математической индукции;

свойства упорядоченных колец;

свойства арифметических операций в кольце Z ;

свойства арифметических операций в поле Q .

Осуществлять построение любой из основных числовых систем Доказывать основные теоремы курса.

Студент, изучивший дисциплину, должен Владеть:

навыками решения практических задач,

навыками необходимыми для доказательств основных теорем курса.

4. Извлечение из ГОС ВПО специальности (117 ЧАСОВ)

Аксиоматическая теория натуральных чисел. Формулировка аксиоматической теории натуральных чисел. Сложение и умножение натуральных чисел. Неравенства на множестве натуральных чисел. Натуральные кратные и степени элементов полугруппы, их свойства. Категоричность аксиоматической теории натуральных чисел. Независимость аксиомы индукции и ее роль в арифметике. Эквивалентность аксиомы индукции и теоремы о наименьшем элементе. Упорядоченные множества и системы. Аксиоматическая теория целых чисел. Свойства целых чисел, теорема о порядке. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории целых чисел. Аксиоматическая теория рациональных чисел. Первичные термины и аксиомы. Свойства рациональных чисел. Плотность поля рациональных чисел. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории рациональных чисел. Последовательности в нормированных полях. Аксиоматическая теория действительных чисел. Действительное число как предел последовательности рациональных чисел, существование корня натуральной степени из положительного действительного числа. Аксиоматическая теория комплексных чисел. Линейные алгебры над полями. Теорема Фробениуса.

5. Структура и содержание дисциплины «Числовые системы»

5.1 Общая трудоемкость дисциплины составляет 117 часов.

№	Название темы	Лекции	Практичес-	Самостоя-
---	---------------	--------	------------	-----------

п/п		(час)	кие занятия	тельная работа
1	Полукольцо натуральных чисел	2		17
2	Кольцо целых чисел	2		17
3	Поле рациональных чисел	2		17
4	Поле действительных чисел	2		16
5	Поле комплексных чисел	1		22
6	Тело кватернионов	1		22
	Итого (час)	10		107

5.2 Содержание дисциплины

Натуральные числа

Аксиомы Пеано. Определение множества натуральных чисел. Сложение натуральных чисел. Коммутативность и ассоциативность операции сложения. Существование и единственность операции сложения. Умножение натуральных чисел. Коммутативность и ассоциативность операции умножения. Существование и единственность операции умножения. Отношение «>» для натуральных чисел и его свойства. Разность и частное натуральных чисел. Три разновидности принципа математической индукции.

Целые числа

Отношения эквивалентности и конгруэнтности. Построение кольца целых чисел. Стандартная запись множества целых чисел. Упорядоченные кольца и их свойства. Упорядоченность кольца целых чисел.

Рациональные числа

Вложение области целостности в поле. Построение поля рациональных чисел. Отношение «>» для рациональных чисел и его свойства. Упорядоченность поля рациональных чисел.

Действительные числа

Различные способы построения действительных чисел. Абсолютная величина в упорядоченных полях и ее свойства, фундаментальные последовательности в упорядоченных полях. Свойства фундаментальных и нулевых последовательностей. Построение поля действительных чисел. Упорядоченность поля действительных чисел. Архимедовская упорядоченность поля действительных чисел. Десятичные дроби. Аксиоматическая характеристика поля действительных чисел.

5.3 Темы для самостоятельного изучения:

Комплексные числа

Кватернионы и теорема Фробениуса

Тело кватернионов. Теорема Фробениуса.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Бухштаб А.А. Теория чисел: учебное пособие/ А. А. Бухштаб. – СПб. [и др.]: Лань, 2008.–384 с.

2. Виноградов И.М. Основы теории чисел: учебное пособие/ И. М. Виноградов. – СПб. [и др.]: Лань, 2009.–176 с.

б) дополнительная литература:

1. Каминский Т.Э. Числовые системы: учеб. пособие для вузов по специальности 032100 - математика/ Т. Э. Каминский; ВГПУ. – Вологда: Русь, 2004.– 114 с. (45 экз)
2. Нечаев В.И. Числовые системы / В.И. Нечаев. – М.: Просвещение, 1976. – 199 с.
3. Тестов В.А. Порядковые структуры в алгебре и теории чисел / В.А. Тестов. – М.: МПГУ, 1997. – 110 с.
4. Феферман С. Числовые системы / С. Феферман – М.: Наука, 1971. – 440 с.
5. Ларин С.В. Числовые системы: учеб.пособие для вузов по специальности "Математика"/ С.В.Ларин. – М.: Академия, 2001.–160 с.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. Московский центр непрерывного математического образования (МЦНМО)
<http://www.mccme.ru>
2. Общероссийский математический портал Math_Net.Ru
<http://www.mathnet.ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины «Числовые системы» предполагает использование для проведения лекционных занятий академической аудитории, оснащенной необходимыми техническими средствами (компьютер, проектор, экран).

8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Определение модели Пеано.
2. Аксиоматика ZF.
3. Существование модели Пеано.
4. Частичные функции в модели Пеано.
5. Гомоморфизм моделей Пеано.
6. Единственность модели Пеано.
7. Схемы примитивной рекурсии. Операции сложения и умножения в модели Пеано.
8. Свойства операций сложения и умножения.
9. Отношение порядка в модели Пеано. Линейность порядка.
10. Свойства отношения порядка.
11. Вполне упорядоченность натуральных чисел. Естественный порядок.
12. Архимедовость упорядоченного полукольца натуральных чисел.
13. Кольца и подкольца.
14. Полукольцевые идеалы.
15. Построение кольца целых чисел.
16. Упорядоченность кольца целых чисел.
17. Поле отношений области целостности.
18. Упорядоченность поля рациональных чисел.
19. Фундаментальные последовательности рациональных чисел.
20. Нуль-последовательности.
21. Факторкольцо \mathbb{Q}/\mathbb{O} .
22. \mathbb{Q} – расширение поля рациональных чисел.
23. Положительные, отрицательные последовательности.

24. Упорядоченность поля \mathbb{Q} .
25. Сходимость в поле \mathbb{Q} .
26. Систематические приближения элементов поля \mathbb{Q} .
27. Поле действительных чисел.
28. Поле комплексных чисел.
29. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел
30. Тело кватернионов.