

Министерство образования и науки Российской Федерации
Вологодский государственный университет

Кафедра сопротивления материалов

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА СИСТЕМ ВОДОСНАБЖЕНИЯ И ВОДООТВЕДЕНИЯ

*Методические указания, варианты задания
и пример выполнения контрольной работы
«Расчет тонкостенного сосуда по безмоментной теории»
для студентов заочной формы обучения*

Факультет заочного и дистанционного обучения

Направления подготовки:

бакалавриат – 270800.62(08.03.01) «Строительство»

магистратура – 270800.68(08.04.01),

профиль подготовки: «Водоснабжение и водоотведение»

Вологда
2014

Прикладная механика систем водоснабжения и водоотведения: методические указания, варианты задания и пример выполнения контрольной работы «Расчет тонкостенного сосуда по безмоментной теории» для студентов заочной формы обучения. – Вологда: ВоГУ, 2014. - 11 с.

Методические указания содержат варианты задания контрольной работы по дисциплине ПМСВиВ.

Предназначены для студентов бакалавриата по направлениям подготовки: бакалавриата - 270800.62 (08.03.01) «Строительство» и магистратуры 270800.68 (08.04.01), профиль подготовки - «Водоснабжение и водоотведение» заочной формы обучения.

Утверждено редакционно-издательским советом ВоГУ.

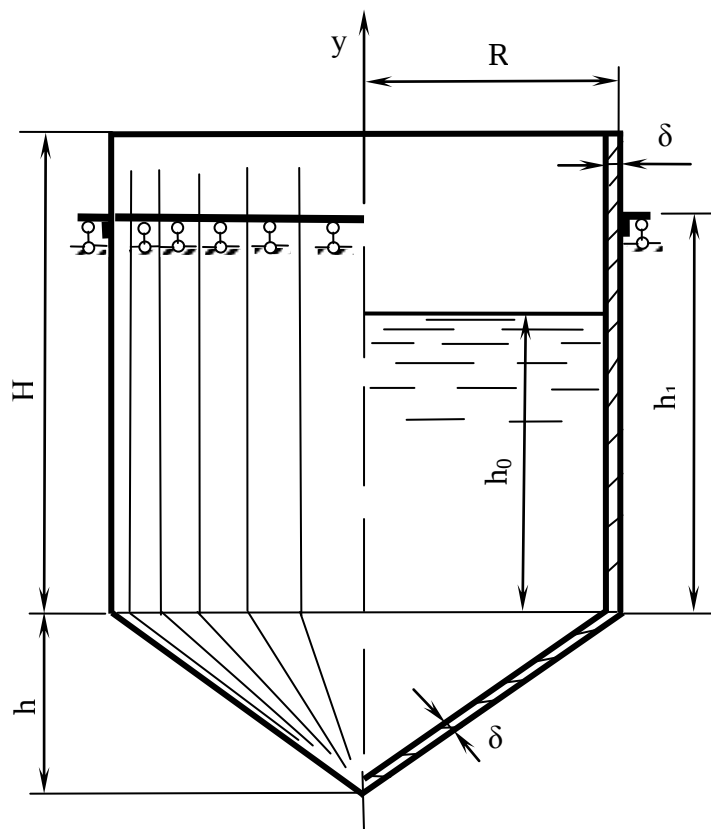
Составитель: Соколов О.Л., д-р техн. наук, профессор

Рецензент: Лебедева Е.А., канд. техн. наук, доцент

Исходные данные (№ варианта принимается по сумме трёх последних цифр номера зачетной книжки)

№ варианта	γ , кН/м ³	H, м	h_1 , м	h , м	h_0 , м	$[\sigma]$, МПа	R, м	δ , мм
1	10	2	1,5	1	1,8	160	0,8	0,1
2	8	2	1,0	1	1,7	160	1,0	0,1
3	10	2	0,5	1	1,6	160	1,2	0,1
4	11	2	0,0	1	1,5	160	1,4	0,2
5	12	2,5	2,0	1,5	2,5	160	1,5	0,2
6	11	2,5	1,5	1,5	2,0	160	2,0	0,3
7	10	2,5	1,0	1,5	2,2	160	2,5	0,3
8	9	2,5	0,5	1,5	2,0	160	2,8	0,4
9	8	2,5	0,0	1,5	1,8	160	3,0	0,5
10	9	3	2,5	2	3,0	160	1,0	0,1
11	10	3	2,0	2	2,8	160	1,5	0,2
12	11	3	1,5	2	2,6	160	1,5	0,2
13	12	3	1,0	2	2,5	160	2,0	0,3
14	11	3	0,0	2	2,2	160	2,5	0,3
15	10	3,5	3,0	2,5	3,5	160	1,0	0,1
16	9	3,5	2,5	2,5	3,2	160	1,25	0,2
17	8	3,5	2,0	2,5	3,0	160	1,5	0,2
18	9	3,5	1,5	2,5	2,8	160	2,0	0,3
19	10	3,5	1,0	2,5	2,5	160	2,5	0,3
20	11	3,5	0,5	2,5	2,0	160	3,0	0,5
21	12	4	3,5	3	4,0	160	1,5	0,2
22	11	4	3,0	3	3,5	160	1,5	0,2
23	10	4	2,5	3	3,0	160	2,0	0,3
24	9	4	2,0	3	3,2	160	2,0	0,3
25	8	4	1,5	3	3,4	160	2,5	0,3
26	9	4	1,0	3	3,0	160	2,5	0,3
27	10	4	0,5	3	3,6	160	3,0	0,5

Расчетная схема



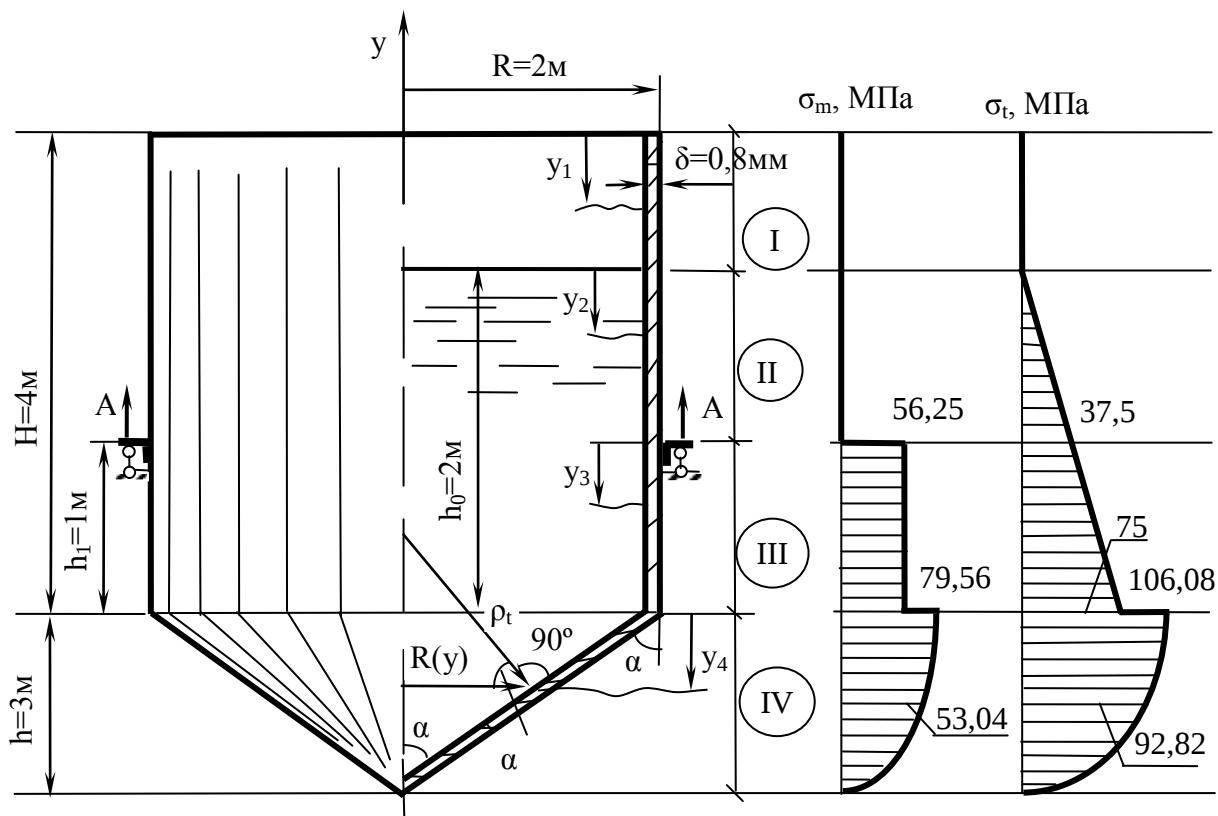
Для тонкостенного сосуда от действия давления жидкости требуется:

1. **Прежде всего:** выбрать исходные данные и уже в соответствии с ними показать схему сосуда, разбить на участки и принять начала отсчета для «у».
2. Определить нормальные напряжения окружные (σ_t) и меридиональные (σ_m) в цилиндрической и в конической частях и построить их эпюры (слева или справа от схемы сосуда).
3. Анализируя эпюры напряжений, найти опасную точку, определить в ней величины главных напряжений и проверить прочность по одной из теорий прочности.

Пример выполнения РПР

1. Исходные данные: $\gamma=10\text{кН/м}^3$; $H=4\text{м}$; $h_1=1\text{м}$; $h=3\text{м}$; $h_0=2\text{м}$; $[\sigma]=160\text{МПа}$; $R=3\text{м}$, $\delta=0,8\text{мм}$.

Расчетная схема, соответствующая исходным данным:



Нумеруем участки: I, II, III и IV.

Выбираем начала отсчетов для y_1 , y_2 , y_3 , y_4 .

2. *Определение напряжений в стенке сосуда и построение их эпюр.*

а) на участке I $0 \leq y_1 \leq 2\text{м}$.

Рассматриваем верхнюю часть сосуда: $q(y_1)=0$; $\rho_m=\infty$, $\rho_t=R$.

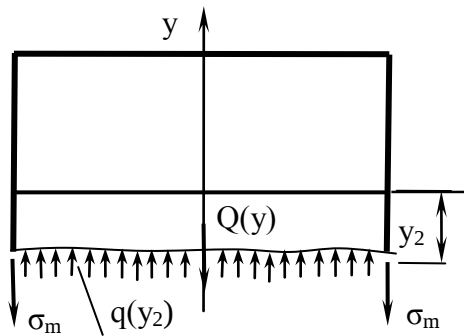
Подставляя в уравнение Лапласа (1) [1],

имеем: $\frac{\sigma_m}{\infty} + \frac{\sigma_t}{R} = \frac{0}{\delta}$, откуда находим $\sigma_t=0$.

Составляем уравнение равновесия отсеченной части сосуда:

$\sum y = -\sigma_m \cdot 2\pi R \cdot \delta = 0$, откуда $\sigma_m=0$.

б) на участке II $0 \leq y_2 \leq 1\text{м}$.



$q(y_2)=\gamma \cdot y_2$; $\rho_m=\infty$, $\rho_t=R$.

Подстановка в уравнение Лапласа (1) дает:

$\frac{\sigma_m}{\infty} + \frac{\sigma_t}{R} = \frac{\gamma \cdot y_2}{\delta}$, откуда

$$\sigma_t = \frac{\gamma \cdot R \cdot y_2}{\delta} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 3}{0,8 \cdot 10^{-3}} \cdot y_2 = 37,5 \cdot 10^6 \cdot y_2.$$

При $y_2=0$: $\sigma_t=0$,

При $y_2=1\text{м}$: $\sigma_t=37,5 \cdot 10^6 \text{Па}=37,5 \text{МПа}$.

Для определения σ_m составляем уравнение равновесия отсеченной (в данном случае верхней) части сосуда:

$$\sum y = -\sigma_m \cdot 2\pi R \cdot \delta + q(y_2) \cdot \pi R^2 - Q(y) = 0.$$

Здесь вес слоя жидкости толщиной « y_2 »: $Q(y)=\gamma \cdot \pi R^2 \cdot y_2$.

Тогда, уравнение равновесия будет

$$-\sigma_m \cdot 2\pi R \cdot \delta + \gamma \cdot y_2 \cdot \pi R^2 - \gamma \cdot \pi R^2 \cdot y_2 = 0, \text{ откуда } \sigma_m = 0.$$

в) на участке III

$$0 \leq y_3 \leq 1\text{м}.$$

При рассмотрении третьего участка в данном случае выгодно (проще) оставить уже не верхнюю часть, а нижнюю. Причина в том, что верхняя часть включает в себя опорное кольцо, а реакция в нем «А» нам еще неизвестна, и чтобы избавиться от необходимости искать эту реакцию, проще верхнюю часть

сосуда вместе с опорным кольцом «отбросить».

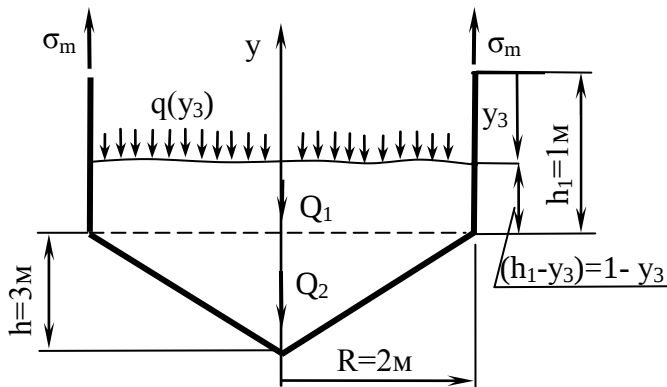
$$q(y_3) = \gamma(1+y_3), \rho_m = \infty, \rho_t = R.$$

Вес слоя жидкости толщиной $(h_1 - y_3)$:

$$Q_1 = \gamma \cdot \pi R^2 (h_1 - y_3).$$

Вес жидкости в конической части сосуда

$$Q_2 = \gamma \cdot \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot h.$$



Из уравнения Лапласа (1):

$$\frac{\sigma_m}{\infty} + \frac{\sigma_t}{R} = \frac{q(y_3)}{\delta} \text{ следует:}$$

$$\sigma_t = \frac{R \cdot \gamma(1+y_3)}{\delta} = \frac{3 \cdot 10 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^{-3}} \cdot (1+y_3) = 37,5 \cdot 10^6 (1+y_3).$$

При $y_3=0$: $\sigma_t=37,5 \text{МПа}$,

При $y_3=1\text{м}$: $\sigma_t=75 \text{МПа}$.

Уравнение равновесия отсеченной (нижней) части сосуда будет:

$$\sum y = \sigma_m \cdot 2\pi R \cdot \delta - q(y_3) \cdot \pi R^2 - Q_1 - Q_2 = 0.$$

$$\sigma_m \cdot 2\pi R \cdot \delta = \gamma(1+y_3) \cdot \pi R^2 + \gamma \pi R^2 (h_1 - y_3) + \gamma \cdot \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot h, \text{ откуда}$$

Учитывая, что $h_1=1\text{м}$, $h=3\text{м}$, $R=3\text{м}$, имеем

- величина постоянная в пределах всего III-го участка.

Здесь также выгоднее рассматривать нижнюю отсеченную часть сосуда:

треугольника: $\rho_t = \frac{R(y)}{\cos \alpha}$,

где $\frac{R(y)}{R} = \frac{h - y_4}{h}$,

откуда $R(y) = \frac{R}{h}(h - y_4)$.

$$\text{Тогда } \rho_t = \frac{R(h - y_4)}{h \cdot \cos \alpha}.$$

$$q(y_4)=\gamma(h_0+y_4).$$
$$Q(y) = \gamma \cdot \frac{1}{3} \pi R^2(y) \cdot (h - y_4).$$

Из уравнения Лапласа (1) при $\rho_m = \infty$ и $\rho_t = \frac{R(y)}{\cos \alpha}$ найдем

$$\frac{\sigma_m}{\infty} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{q(y_4)}{\delta} : \sigma_t = q(y_4) \cdot \frac{\rho_t}{\delta} = \gamma(h_0 + y_4) \cdot \frac{R(y)}{\cos \alpha \cdot \delta} = \gamma(h_0 + y_4) \cdot \frac{R(h - y_4)}{h \cdot \cos \alpha \cdot \delta}.$$

При $h_0=2m$, $h=3m$, $\cos\alpha = \cos 45^\circ = 0,707$ (т.к. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{R}{h} = \frac{3}{3} = 1$)

$$\sigma_t = 10 \cdot 10^3 \cdot (2 + y_4) \frac{3(3 - y_4)}{3 \cdot 0,8 \cdot 10^{-3} \cdot 0,707} = 17,68 \cdot 10^6 (2 + y_4)(3 - y_4).$$

Это уравнение параболы, эпюру строим по трем точкам:

при $y_4=0$: $\sigma_t=106,08 \cdot 10^6 \text{Па}=106,08 \text{МПа}$,

при $y_4=1,5\text{м}$: $\sigma_t=92,82 \cdot 10^6 \text{Па}=92,82 \text{МПа}$,

при $y_4=3\text{м}$: $\sigma_t=0$.

Для отыскания меридионального напряжения σ_m составим уравнения равновесия отсеченной (нижней) части конуса:

$$\sum y = \sigma_m \cdot 2\pi R(y) \cdot \delta \cdot \cos \alpha - q(y_4) \cdot \pi R^2(y) - Q(y) = 0.$$

$$\text{Здесь } Q(y) = \gamma \cdot \frac{1}{3} \pi R^2(y) \cdot (h - y_4).$$

После подстановки найдем:

$$\begin{aligned} \sigma_m &= \frac{\gamma \pi R^2(y)}{2\pi R(y) \cdot \delta \cdot \cos \alpha} \left[\frac{1}{3} (h - y_4) + (h_0 + y_4) \right] = \frac{\gamma \cdot R(y)}{2 \cdot \delta \cdot \cos \alpha} \left(\frac{1}{3} h + h_0 + \frac{2}{3} y_4 \right) = \\ &= \frac{\gamma \cdot R(h - y_4)}{2\delta \cdot \cos \alpha \cdot h} \left(\frac{1}{3} h + h_0 + \frac{2}{3} y_4 \right). \end{aligned}$$

Учитывая, что $R=3\text{м}$, $h=3\text{м}$, $\cos \alpha=0,707$, $h_0=2\text{м}$, получаем:

$$\sigma_m = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 3(3 - y_4)}{2 \cdot 0,8 \cdot 10^{-3} \cdot 0,707 \cdot 3} \left(\frac{1}{3} \cdot 3 + 2 + \frac{2}{3} y_4 \right) = 8,84 \cdot 10^6 (3 - y_4) \left(3 + \frac{2}{3} y_4 \right).$$

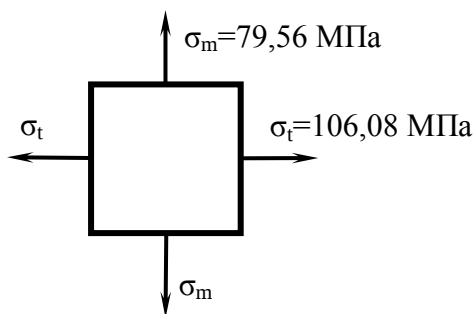
При $y_4=0$: $\sigma_m=79,56 \cdot 10^6 \text{Па}=79,56 \text{МПа}$,

при $y_4=1,5\text{м}$: $\sigma_m=53,04 \cdot 10^6 \text{Па}=53,04 \text{МПа}$,

при $y_4=3\text{м}$: $\sigma_m=0$.

3. Определение положения опасной точки и проверка прочности

Анализ эпюр нормальных напряжений показывает, что наибольших значений оба они достигают на границе цилиндрической и конической частей сосуда:



Здесь имеет место плоское напряженное состояние. В соответствии с правилом $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ присваиваем номера главным напряжениям:

$$\sigma_1 = 106,08 \text{ МПа}, \sigma_2 = 79,56 \text{ МПа}, \sigma_3 = 0.$$

Условие прочности по третьей теории:

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sigma_1 - \sigma_3 = 106,08 - 0 = 106,08 \text{ МПа} < [\sigma] = 160 \text{ МПа}.$$

Условие прочности по четвертой теории:

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{IV}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} = \sqrt{106,08^2 + 79,56^2 - 106,08 \cdot 79,56} = 95,62 \text{ МПа} < [\sigma] = 160 \text{ МПа}.$$

Таким образом, условия прочности удовлетворяются.

Экзаменационные вопросы.

№ п/п	Задание
1	2
1.	1. Какие напряжения возникают в стенках тонкостенного сосуда, как их называют? Какое напряженное состояние там возникает? Почему для оценки прочности необходимо использовать теории прочности? 2. Задача.
2.	1. Что предполагают гипотезы Кирхгоффа теории изгиба тонких пластинок? 2. Задача.
3.	1. Какие усилия и напряжения возникают в круглой пластинке в условиях осесимметричного изгиба? Где располагаются опасные точки и каков вид напряженного состояния в них? 2. Задача.
4.	1. Как называется численный метод расчёта круглых пластинок, подкреплённых кольцевыми ребрами или имеющих переменную толщину? Каков его алгоритм? 2. Задача.
5.	1. Какие усилия и напряжения возникают в сечениях прямоугольных пластинок при изгибе? 2. Задача.
6.	1. В чём состоит сущность вариационного метода В.З.Власова расчёта вертикальных прямоугольных резервуаров и каков порядок расчёта? 2. Задача.
7.	1. Из каких двух состояний складывается расчёт стенок горизонтального цилиндрического резервуара по полубезмоментной теории? 2. Задача.
8.	1. Какие внешние силы действуют на элементы прямоугольного отстойника, когда он полностью загружен? Где возникают наибольшие усилия в отстойнике? 2. Задача.

9.	1. Под действием каких внешних сил оказываются элементы пустого отстойника прямоугольного сечения? Где возникают наибольшие усилия в отстойнике? 2. Задача.
10.	1. Из каких двух расчетов определяется необходимая толщина стенок подземных трубопроводов? 2. Задача (тема – тонкостенный сосуд).
11.	1. Из каких составляющих складывается величина «расчётной приведённой внешней нагрузки» на подземный трубопровод? 2. Задача.
12.	1. Какие факторы влияют на величину внешних нагрузок на подземный трубопровод? Чем отличаются расчётные нагрузки от нормативных значений? 2. Задача.
13.	1. Каким условиям должна удовлетворять толщина стенки подземного трубопровода? 2. Задача.
14.	1. Какие конструктивные особенности не позволяют применять безмоментную теорию для расчёта вертикальных цилиндрических резервуаров? Какие усилия возникают в стенках таких резервуаров с позиций моментной теории? Где возникает наибольший изгибающий момент? Где располагаются опасные точки в стенках и каков вид напряженного состояния в них имеет место? 2. Задача.
15.	1. Каково условие устойчивости вертикального откоса грунта, обладающего только сцеплением (вывод условия устойчивости)? 2. Задача.
16.	1. Каковы современные практические рекомендации для определения бокового давления грунта на стенки траншеи? 2. Задача.
17.	1. Какие виды сопротивления испытывают элементы простейшего типа крепления стенок траншеи, состоящего из стоек и закладных досок? Какая из досок оказывается наиболее нагруженной? Как рассчитать элементы крепления? 2. Задача.
18.	1. Каким образом оценивается устойчивость откоса из идеального сыпучего грунта (вывод условия устойчивости)? 2. Задача.
19.	1. Почему для оценки прочности материала в условиях сложного напряженного состояния необходимо применять теории прочности? 2. Задача.
20.	1. Какова область применимости полубезмоментной теории расчёта цилиндрических оболочек? Какие усилия этой теорией не учитываются? 2. Задача.

Библиографический список

1. Соколов, О.Л. Прикладная механика конструкций систем водоснабжения и водоотведения/ О.Л.Соколов. – Вологда: ВоГТУ, 2010. – 215с.

Подписано в печать 6.03.2014.	Усл. печ. л. 0,7	Тираж	экз.
Печать офсетная.	Бумага писчая.	Заказ № ____.	

Отпечатано: РИО ВоГУ, г. Вологда, ул. Ленина, 15